Теория механизмов и машин

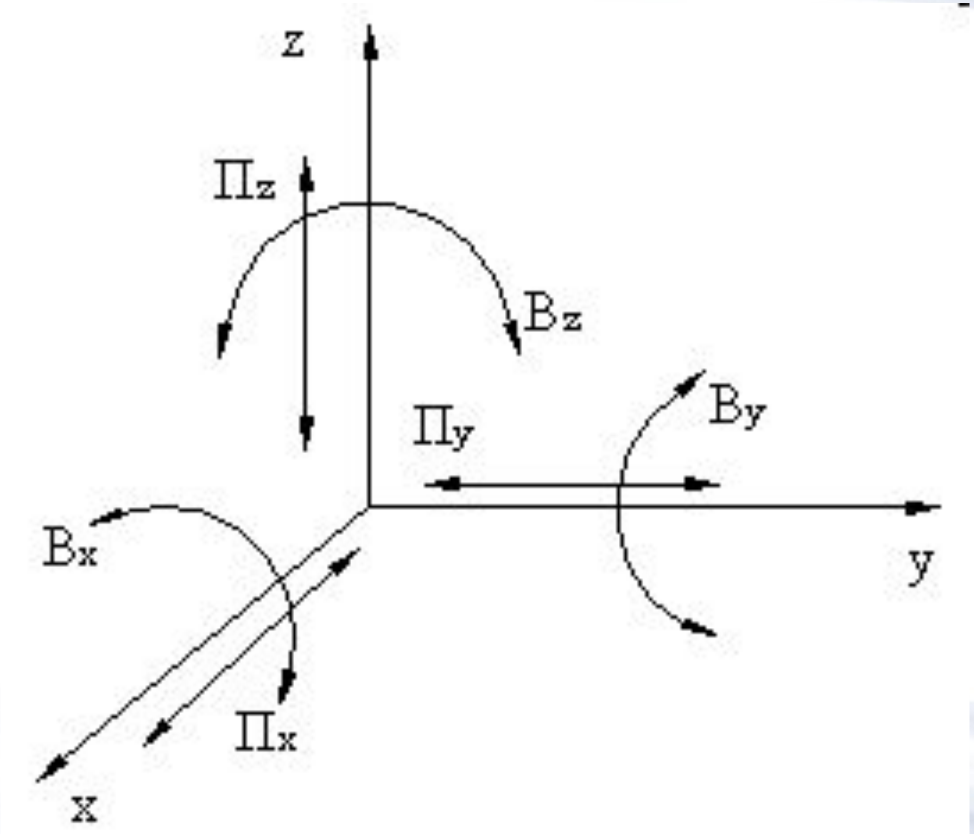
направление подготовки: 15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов»

Лекция 2. Структурный анализ и синтез механизмов

(Степени свободы и связи. Классификация кинематических пар. Структурные формулы. Повторяющиеся связи в плоских механизмах. Классификация механизмов. Синтез структурных схем механизмов. Преобразования механизмов.)

Лектор: Ривкин Алексей Владимирович, к.т.н., доцент.
Кафедра станков ФГБОУ ВО «МГТУ «Станкин»

Степень свободы – это возможность простейшего движения твердого тела.



-

ВВВППП

В – вращательное движение

П – поступательное движение

В пространстве 6 степеней свободы: ЧСС = 6

$В_x В_y В_z \quad x \quad y \quad z$

Рис. 2.1. Степени свободы в пространстве

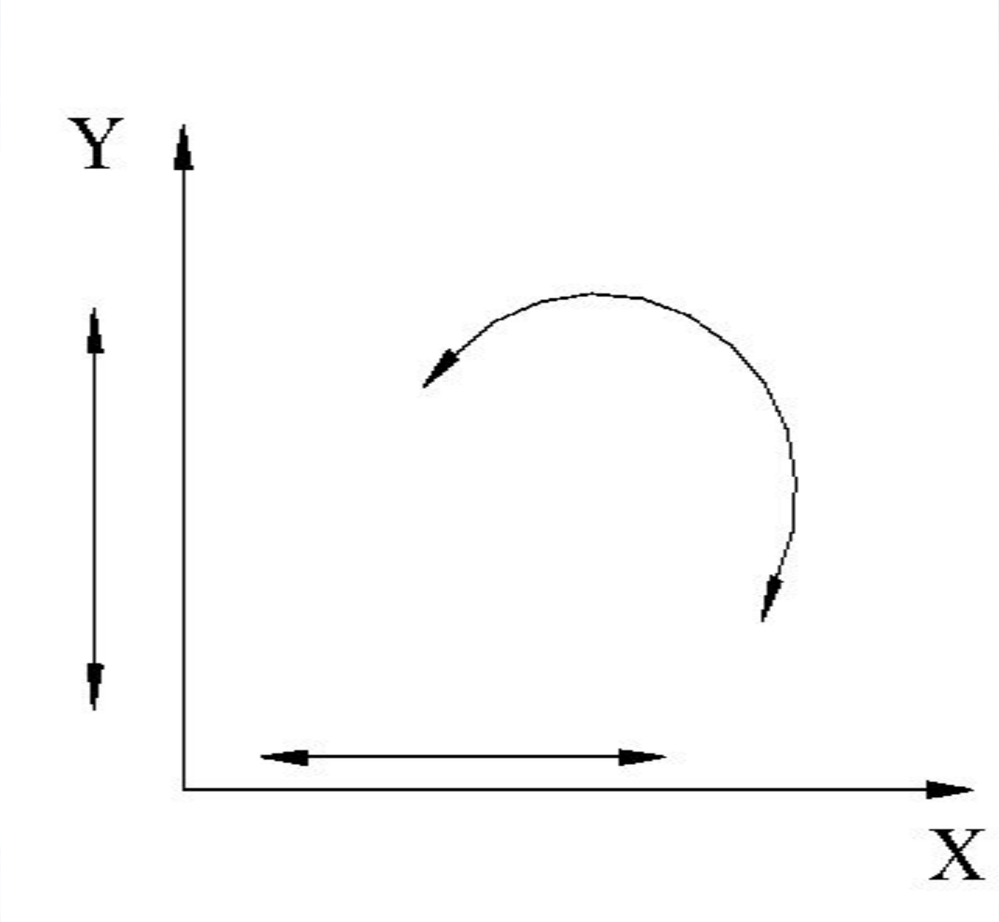


Рис. 2.2. Степени свободы на плоскости (ЧСС = 3)

Кинематические пары накладывают ограничение на возможные относительные движения тела. Ограничения, накладываемые кинематической парой на относительное движение звена или тела, называется **связью**.

Число степеней свободы (ЧСС).

Число условий связи (ЧУС): Если ЧУС≤3 – механизм рассматривается в плоскости.

Если 3<ЧУС≤6 – механизм рассматривается в пространстве.

Для пространства: ЧУС + ЧСС = 6.

Для плоскости: ЧУС + ЧСС = 3.

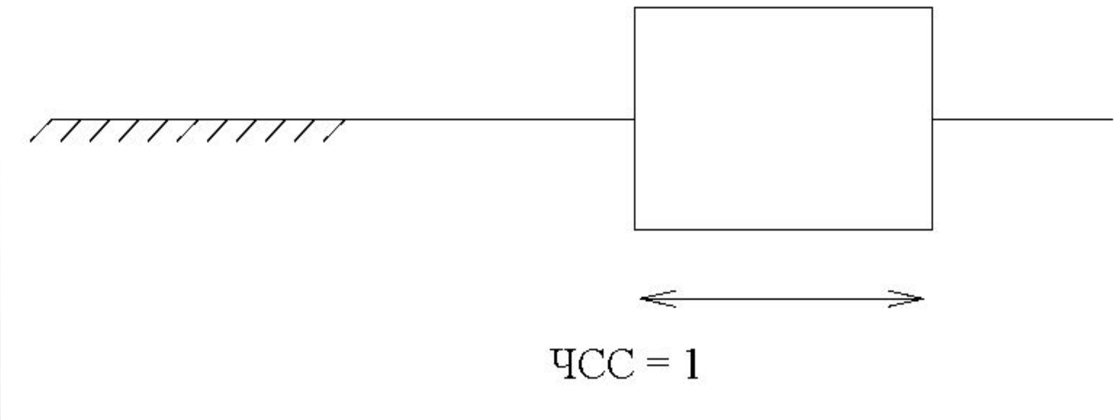


Рис. 2.3 Пример механизма с одной степенью свободы

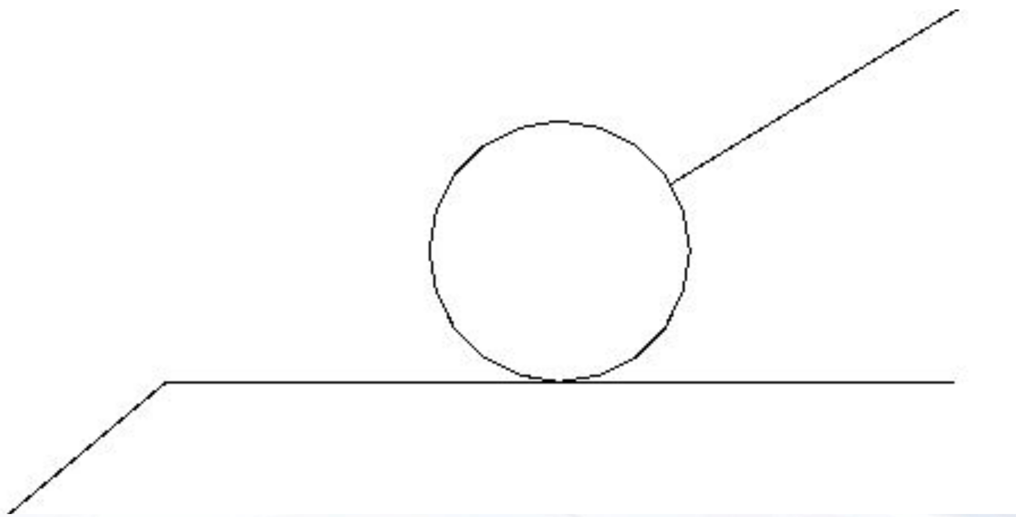
Кинематические пары классифицируются по подвижностям - классификация Добровольского (по родам) (основная) или по классам (классификация Артоболевского).

Подвижность или род кинематической пары определяется через число степеней свободы. Для определения ЧСС необходимо одно из звеньев кинематической пары условно сделать неподвижным, посмотреть какие движения совершает другое звено, и подсчитать их.

Пятиподвижная кинематическая пара (5П) – кинематическая пара 1-го класса, допускает пять относительных движений при одном условии связи. На рис. 2.4 представлена пара шар-плоскость. Это высшая кинематическая пара, т.к. ее элементы соприкасаются в точке.

P_5 – пятиподвижная КП;

P_I – КП 1-го класса.



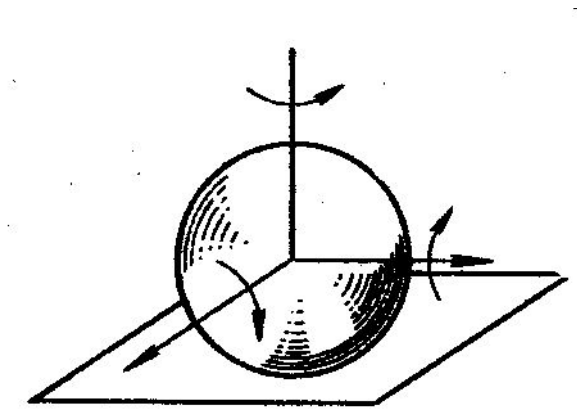


Рис. 2.4. Пример пятиподвижной кинематической пары

Четырехподвижная кинематическая пара (4П) – кинематическая пара 2-го класса, допускает лишь четыре относительных движения при двух условиях связи. На рис. 2.5 представлен пара цилиндр-плоскость. Она является высшей кинематической парой, т.к. ее элементы соприкасаются по линиям. Пара цилиндр-плоскость требует силового замыкания.

P_4 –четырехподвижная КП;
P_{II} – КП 2-го класса.

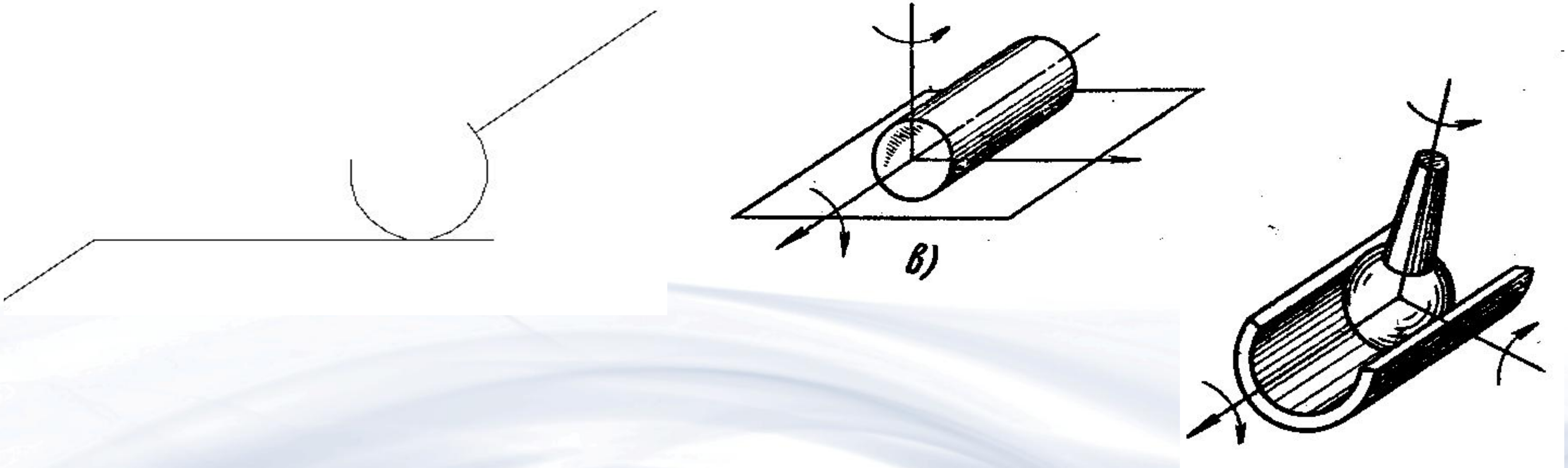
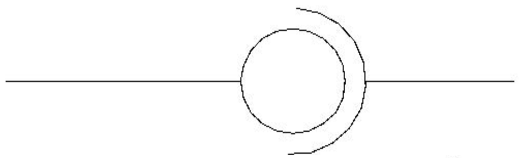


Рис. 2.5. Пример четырехподвижной кинематической пары

Трехподвижная кинематическая пара (3П) – кинематическая пара 3-го класса, допускает лишь три относительных движения при трех условиях связи. Эта пара может быть представлена в плоскостном и сферическом виде (рис. 2.6 а, б). Пара является низшей, т.к. ее элементы соприкасаются по поверхности или по плоскости.

а) сферическая:



б) плоскостная:

P_3 – трехподвижная КП;
P_{III} – число КП 3-го класса.

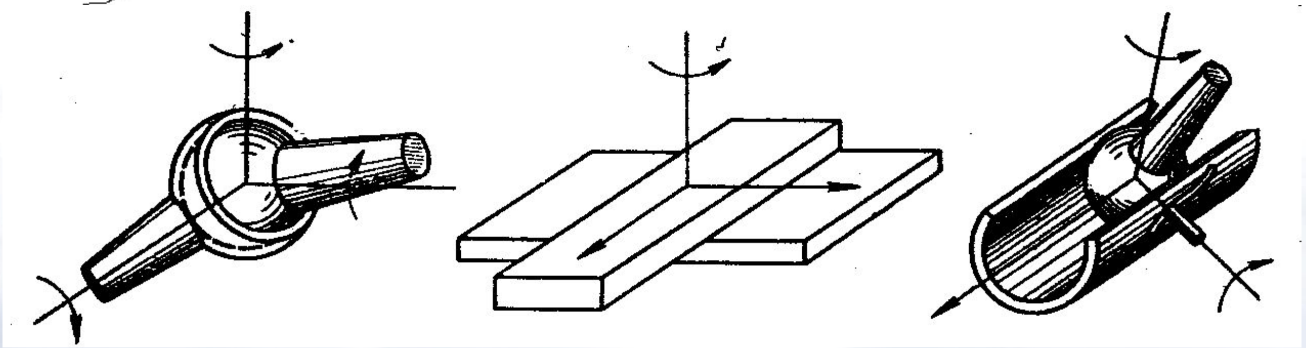
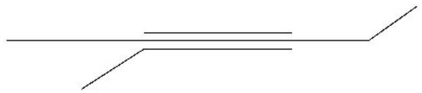
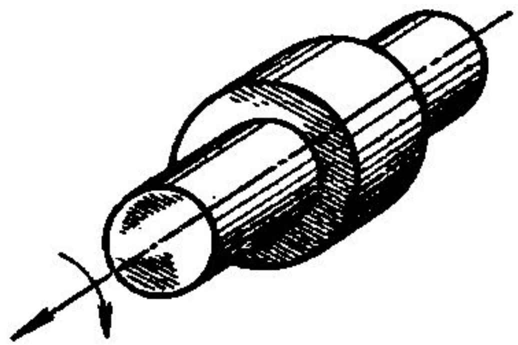


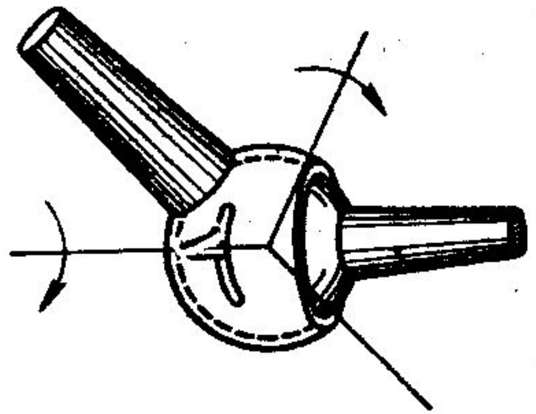
Рис. 2.6. Примеры трехподвижных сферических и плоскостных кинематических пар

Двухподвижная кинематическая пара (2П) – кинематическая пара 4-го класса, допускает два относительных движения при четырех условиях связи. Эта пара может быть представлена в цилиндрическом и сферическом с пальцем видах (рис. 2.7). Это низшая кинематическая пара, т.к. ее элементы соприкасаются по поверхностям.

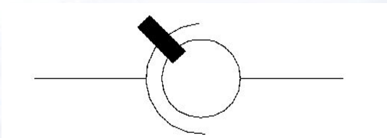
а) цилиндрическая:







б) сферическая кинематическая пара с пальцем:



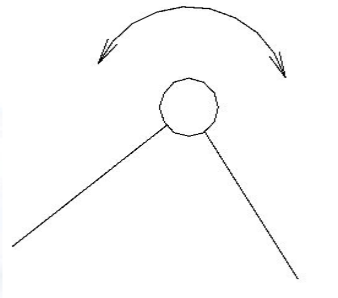
P_2 – двухподвижная КП;

P_{IV} – число КП 4-го класса.

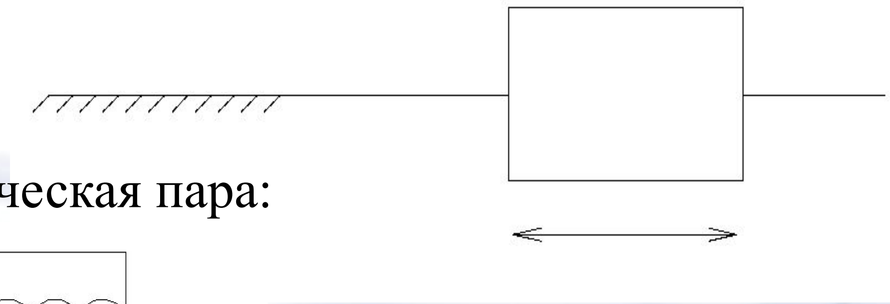
Рис. 2.7. Примеры двухподвижных цилиндрических и сферических кинематических пар

Одноподвижная кинематическая пара (1П) – кинематическая пара 5-го класса, допускает только лишь одно относительное движение при пяти условиях связи. Эта пара может быть представлена во вращательном или поступательном видах. К одноподвижным кинематическим парам относят винтовую пару, в которой винтовое движение является зависимым от вращательного и поступательного относительных движений, т.е. одно движение не может быть осуществлено без другого. Элементы одноподвижной кинематической пары соприкасаются либо по поверхности, либо по плоскости, т.е. она является низшей кинематической парой (рис. 2.8).

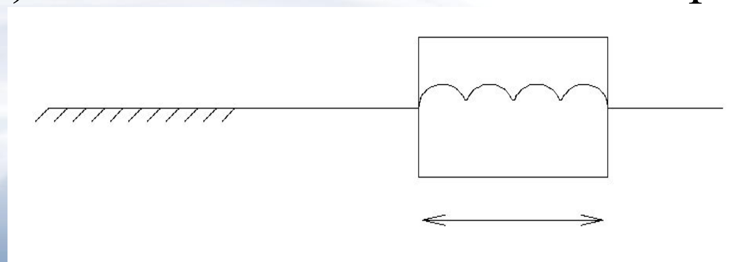
а) вращательная кинематическая пара:



б) поступательная кинематическая пара:



в) винтовая кинематическая пара:



P_1 – одноподвижная КП;
P_V – число КП 5-го класса.

Число степеней свободы механизмов характеризует число двигателей необходимых для нормальной работы механизмов.

Число степеней свободы механизмов (W) – это число вариаций обобщенных координат механизма (число простейших движущихся и ведущих звеньев механизма).

Обобщенная координата – независимая координата, однозначно определяющая положение всех звеньев механизма относительно стойки.

φ – обобщенная координата (рис. 2.9).

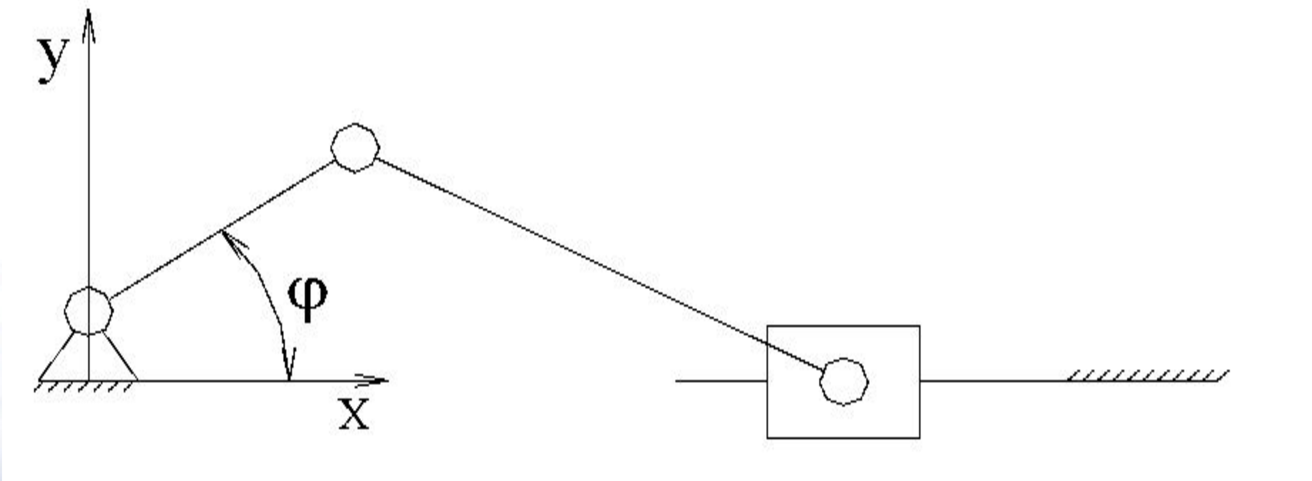


Рис. 2.9. Пример кривошипно-ползунного механизма и определения его обобщенной координаты

Для определения ЧСС (W) механизма необходимо сосчитать все подвижности звеньев механизмов и отбросить связи, накладываемые кинематическими парами. Для плоского механизма:

$P_2 \equiv P_B$, т.к. контакт в точке;

«3» – ЧСС одного звена;

«n» – число звеньев механизма;

«n-1» – число подвижных звеньев механизма;

«3(n-1)» – число степеней свободы подвижных звеньев механизма;

«P_1» –число одноподвижных КП;

«2» – число связей, накладываемое одной одноподвижной КП;

«$2P_1$»– число связей, накладываемых всеми одноподвижными КП;

«P_2»– число двуподвижных КП;

«1» – число связей, накладываемых одной двуподвижной КП;

«$1P_2$»– число связей, накладываемых всеми двуподвижными КП;

Тогда,

$$\begin{cases} W = 3(n-1) - 2P_1 - 1P_2 \\ W = 3(n-1) - 2P_H - 1P_B \end{cases}$$ – **формула Чебышева.**

Пример 2.1. Пример механизма с числом вариаций обобщенных координат равным одному (рис. 2.10):

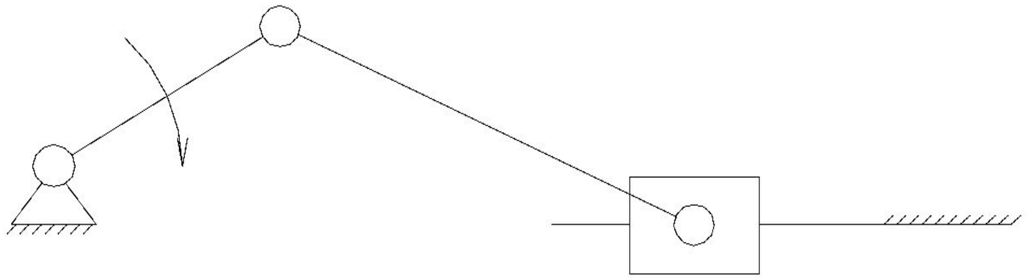
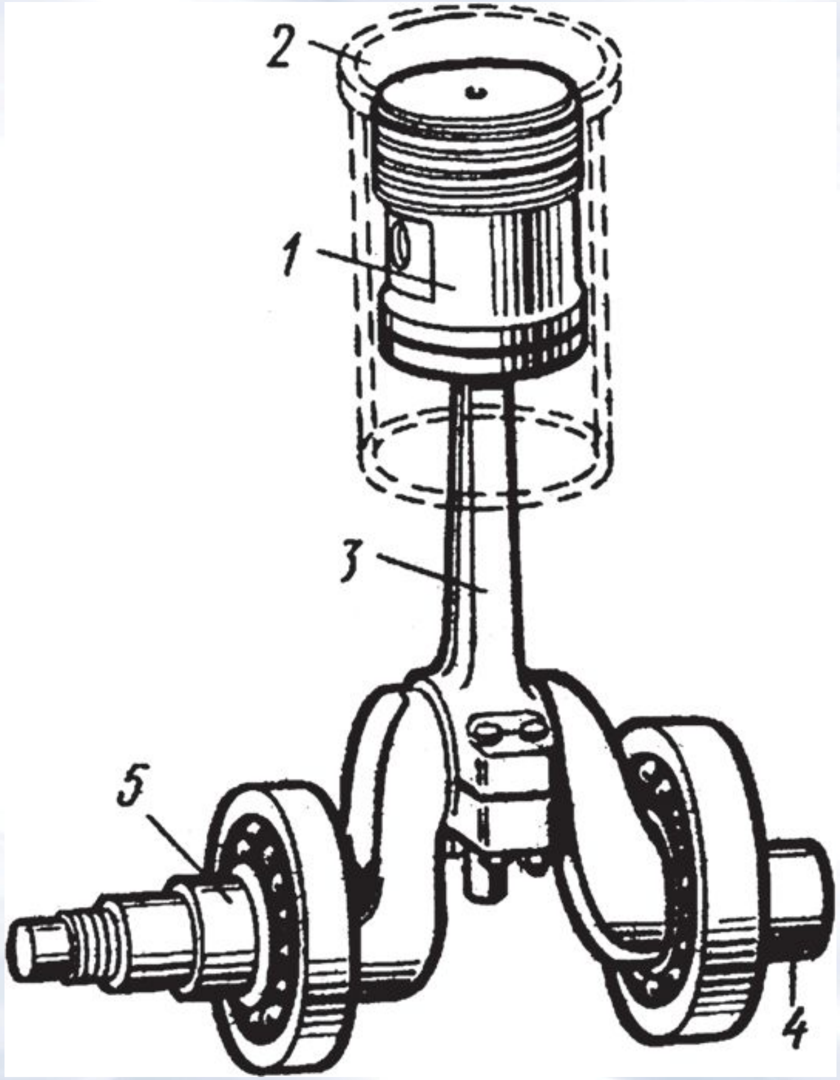


Рис. 2.10. Пример кривошипно-ползунного механизма

n = 4;
P_1 = 4;
P_2 = 0;

$$W = 3(n-1) - 2P_1 - 1 \cdot P_2 = 3 \cdot (4-1) - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 0 = 1.$$


2
1
3
5
4

Пример 2.2. Пример механизма с числом вариаций обобщенных координат равным двум (рис. 2.11):

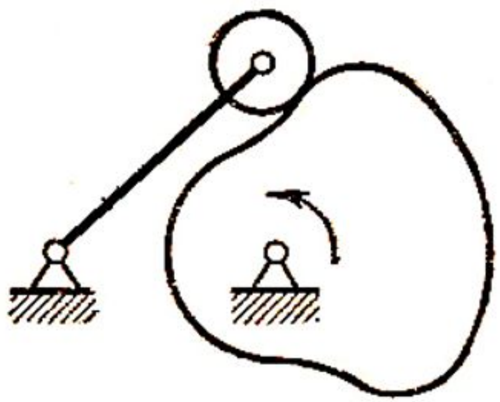
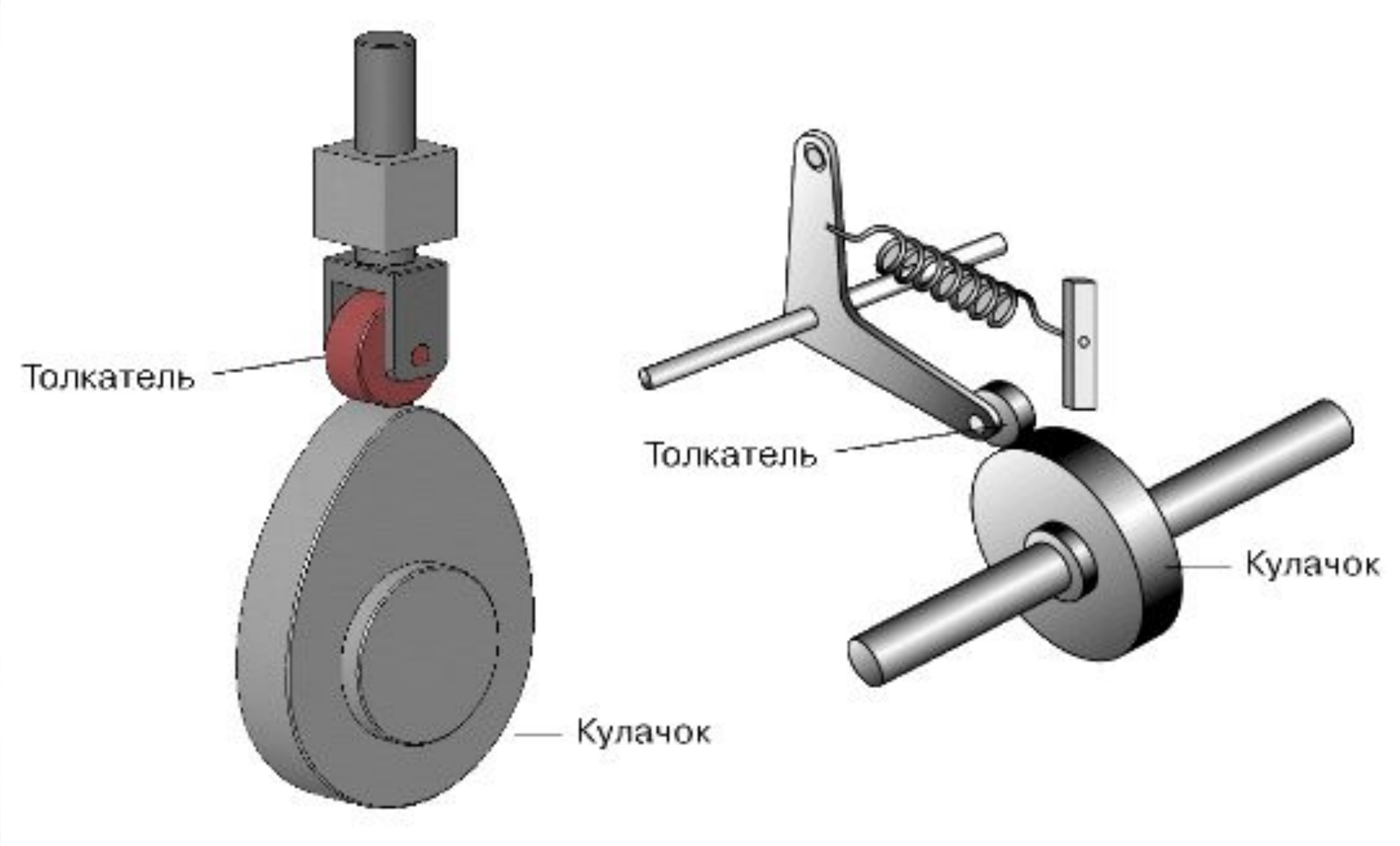


Рис. 2.11. Пример кулачкового механизма

$n = 4$;
$P_1 = 3$;
$P_2 = 1$;

$$W = 3(n - 1) - 2P_1 - 1P_2 = 3 \cdot (4 - 1) - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 2.$$


Толкатель
Кулачок
Толкатель
Кулачок

По аналогии для пространственного механизма, получили формулу для определения числа степеней свободы (**формула Малышева**):

основная формула

$$W = 6(n-1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - 1P_5 = 6(n-1) - \sum_{i=1}^{i=5} (6-i) \cdot P_i -$$

$$W = 6(n-1) - 5P_V - 4P_{IV} - 3P_{III} - 2P_{II} - 1P_I = 6(n-1) - \sum_{i=1}^{i=5} i \cdot P_i,$$

где n – число звеньев механизма; $P_{I \ldots V}$ – КП классифицируемые по классам; $P_{1 \ldots 5}$ – КП классифицируемые по подвижности.

Пример 2.3. Пример механизма с числом вариаций обобщенных координат равным семи (рис. 2.12):

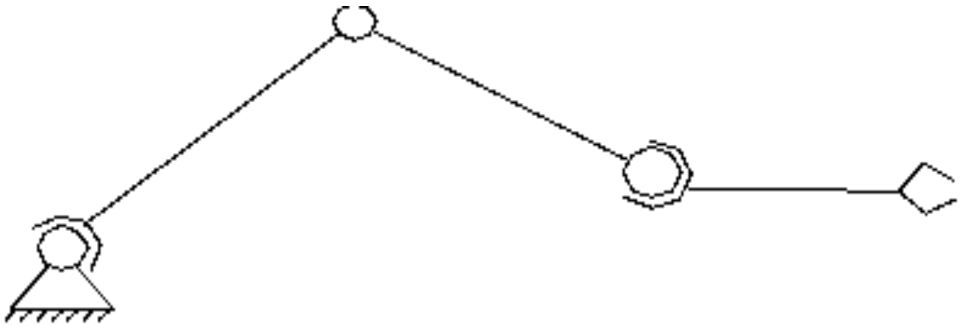
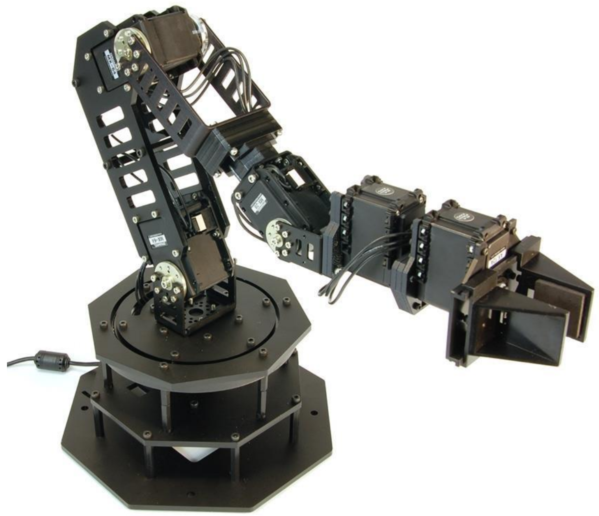


Рис. 2.12. Пример манипуляционного механизма



$n = 4$;
$P_1 = 1$;
$P_2 = 0$;
$P_3 = 2$;
$P_4 = 0$;
$P_5 = 0$.

$$W = 6(n - 1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - 1P_5 = 6(4-1) - 5 - 0 - 6 - 0 - 0 = 7,$$

т.е нужно поставить семь двигателей.

Метрическая связь - связь, повторяющая действия других связей механизма. Она возникает в механизме при добавлении к нему звена с двумя одноподвижными КП. Связь вводится в механизм с целью повышения его жесткости или обеспечения определенности движении его звеньев.

На рис. 2.13 представлен механизм с метрической связью.

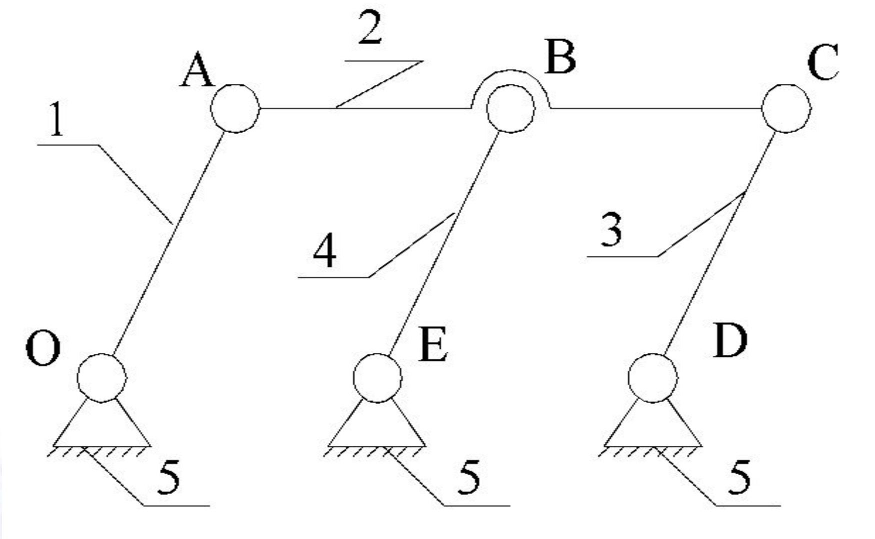


Рис. 2.13. Механизм с метрической связью

n = 5;

$P_1 = 6$;

$P_2 = 0$.

Определить W (число степеней свободы): $$W = 3(n-1) - 2P_1 - 1P_2 = 3(5-1) - 2 \cdot 6 - 1 \cdot 0 = 0.$$

Этот механизм с нулевой подвижностью (ферма). Звено 4 с КП в точках *E* и *B* является метрической связью, не нарушая работу механизма, она повышает его жесткость. При исследовании метрические связи отбрасывают.

Число метрических связей ($q_М$) в механизме определяют по формуле:

$$q_M = W_Ф - W,$$

где

$W_Ф$ – фактическое число степеней свободы механизма (число подвижных звеньев, движение которых задано).

В примере (рис. 2.13): $W_Ф = 1$, $W = 0$;

$q_M = W_Ф - W = 1 - 0 = 1$ – одна метрическая связь.

СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!