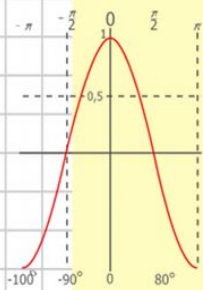
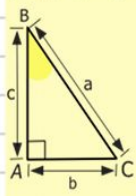
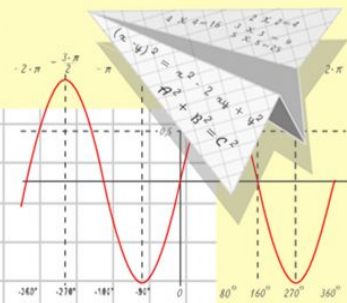
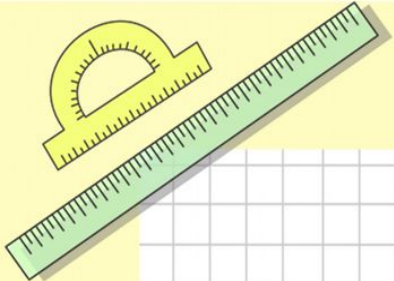


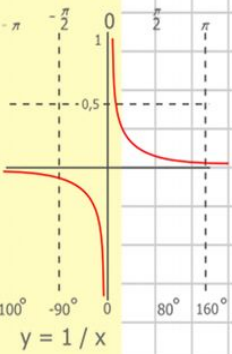
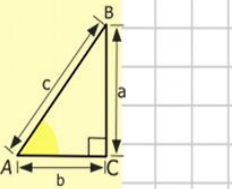
Математика: психология и нейронауки

Чем нейробиология и когнитивная психология могут помочь учителю математики?

Тимофей Березнер
HSE UX LAB



- $y = \cos x$
- $2 \times 2 = 4$
 - $3 \times 3 = 9$
 - $4 \times 4 = 16$
 - $5 \times 5 = 25$
 - $6 \times 6 = 36$
 - $7 \times 7 = 49$
 - $8 \times 8 = 64$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

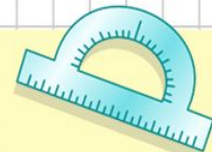


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

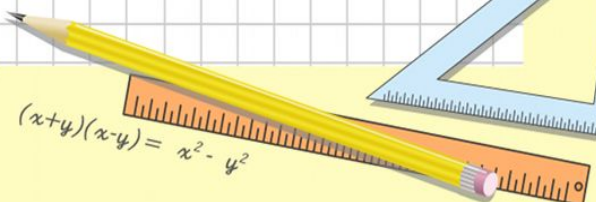
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

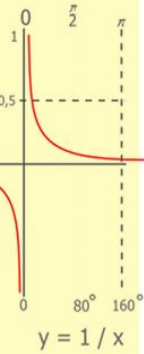
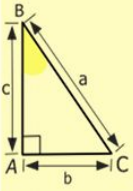
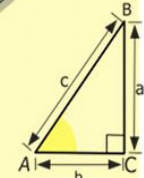
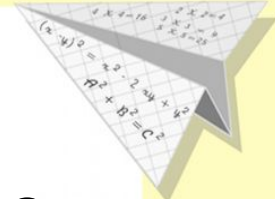
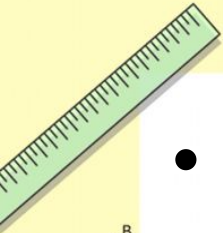


$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

Вот есть «Математическая психология»

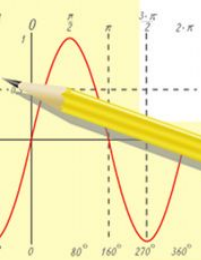
...

- Это не то!
- Это математическое моделирование различных психологических процессов, особенно когнитивных и моторных
- Активно используется в психофизике
- Фактически — использование мат. методов на благо психологии



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 8400 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

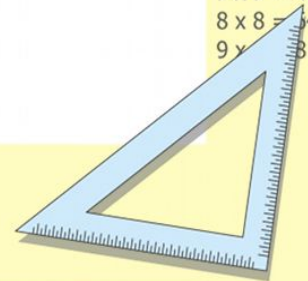


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

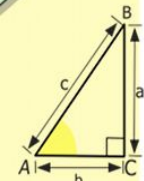
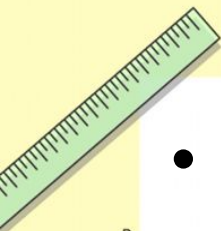
$x = 70$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

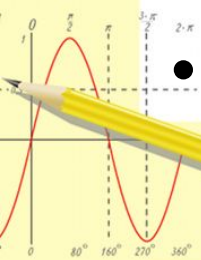


А что же может дать психология математикам?

- Как разум «порождает» математику?
- Как люди решают математические задачи? Как при этом работает мозг?
- Способность к математике — врожденный талант, заслуга педагога или что-то еще?
- Что делать, если человек совсем не способен к математике?
- Как лучше построить программу обучения математике исходя из особенностей когнитивного развития?
- Как обучать теории вероятностей?



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

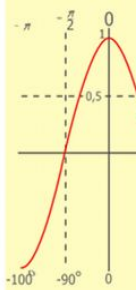
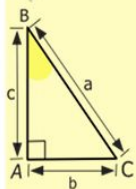
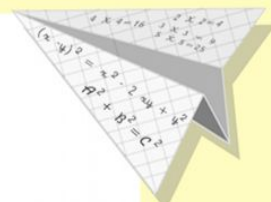
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



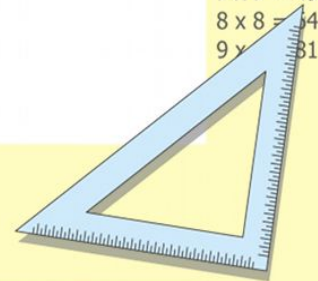
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



y = co

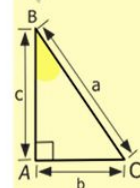
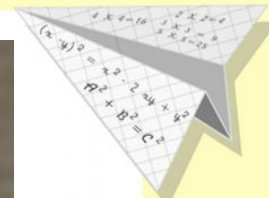
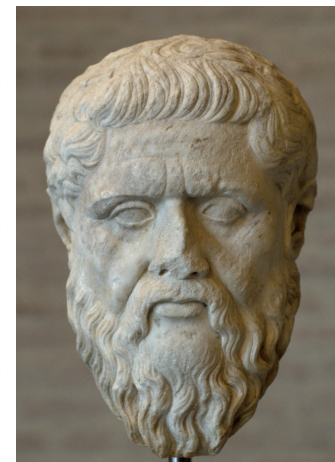
2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64
9 x 9 = 81



Откуда берется математика?

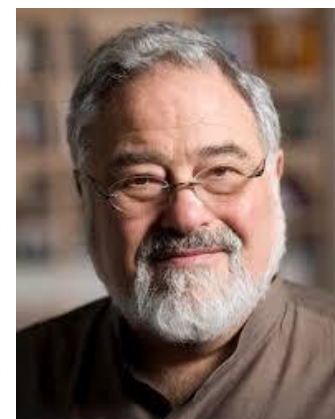
• Платон:

Математика создана, а не обнаружена. Существуют абстрактные идеалы.



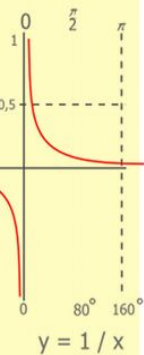
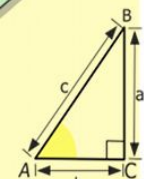
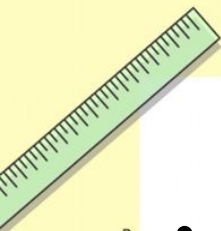
• Лакофф:

Математика основана на концептуальных метафорах, берущихся из нашего телесного опыта



y = cos

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



y = 1 / x

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

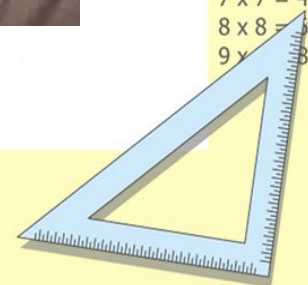


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

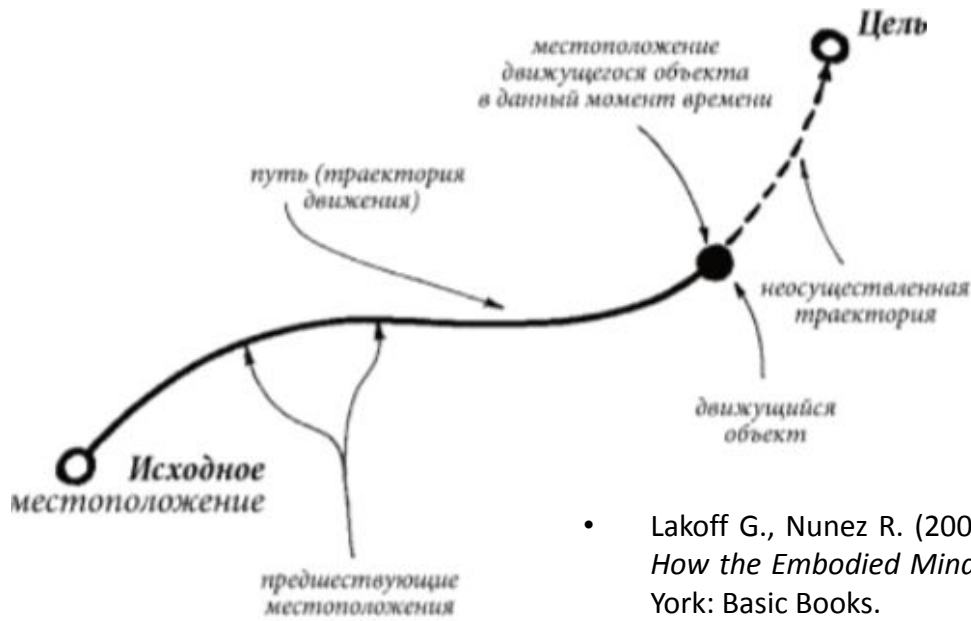
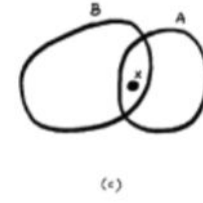
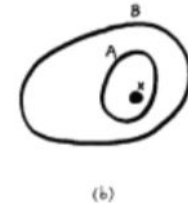
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

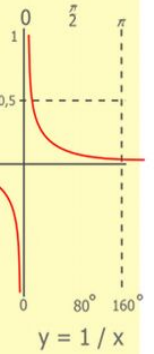
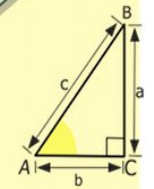
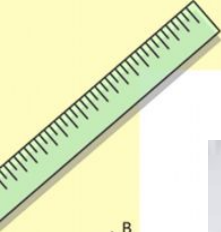
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



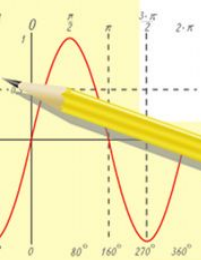
Схемы и метафоры



- Lakoff G., Nunez R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

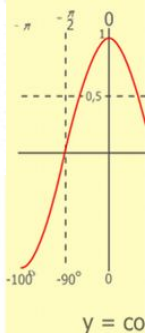
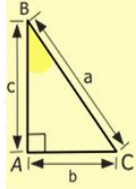
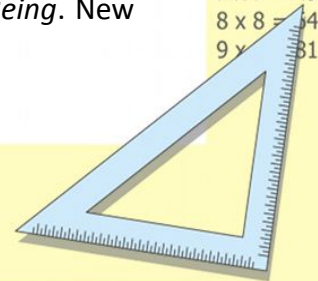
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

Как решаются задачи?

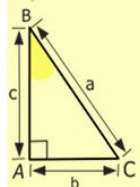
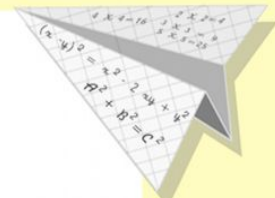
Однажды вечером, вопреки своей привычке, я выпил чёрного кофе; я не мог заснуть; идеи теснились, я чувствовал, как они сталкиваются, пока две из них не соединились, чтобы образовать устойчивую комбинацию.

В момент, когда я встал на подножку омнибуса, мне пришла в голову... без всяких, казалось бы, предшествовавших раздумий с моей стороны, идея о том, что преобразования, которые я использовал, чтобы определить автоморфные функции, были тождественны преобразованиям неевклидовой геометрии.

Когда я прогуливался по берегу, мне так же внезапно, быстро и с той же мгновенной уверенностью пришла на ум мысль, что арифметические преобразования квадратичных форм тождественны преобразованиям неевклидовой геометрии.

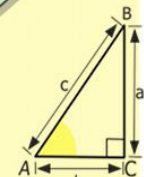
Из Пуанкаре А. Математическое творчество // Психология мышления / под ред. Ю.Б. Гиппенрейтер, В.В. Петухова.

М.: Изд-во МГУ, 1981. С. 356–365.

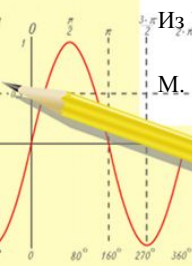


$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 210 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

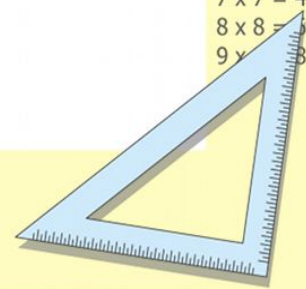


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

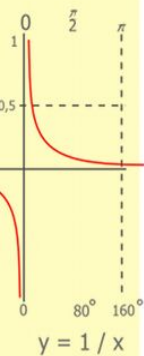
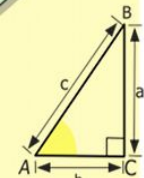
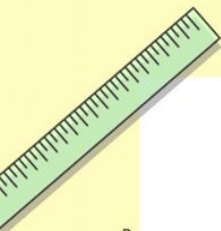
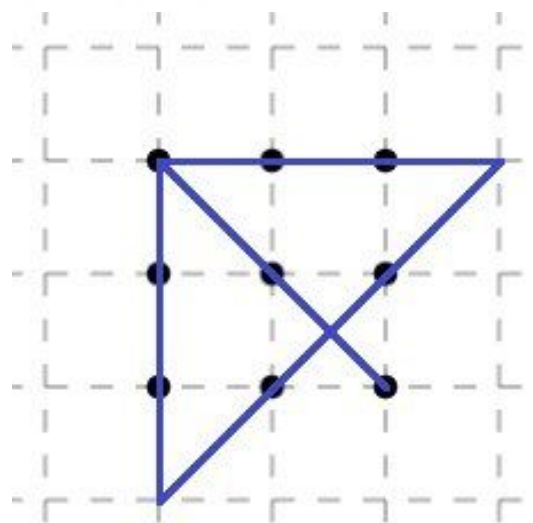
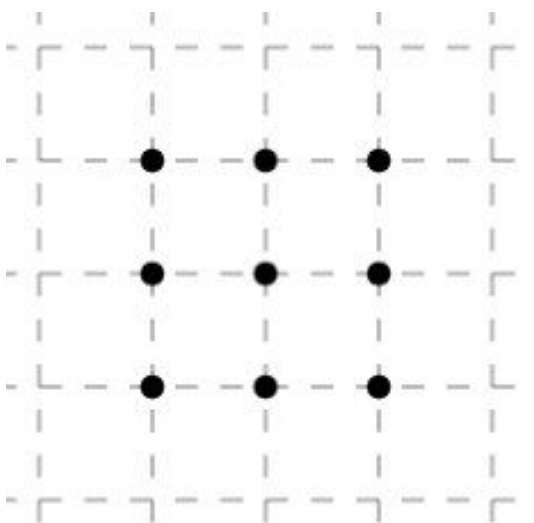
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Инсайт

- Подготовка
- Инкубация
- ОЗАРЕНИЕ
- Проверка



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

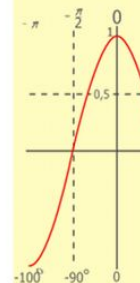
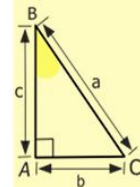
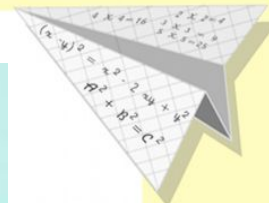
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

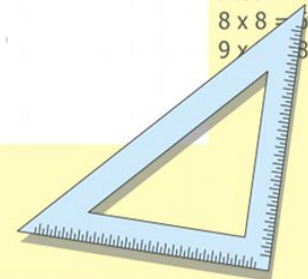
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

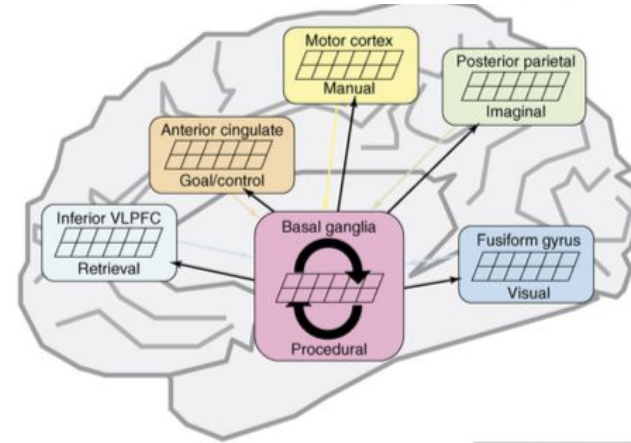
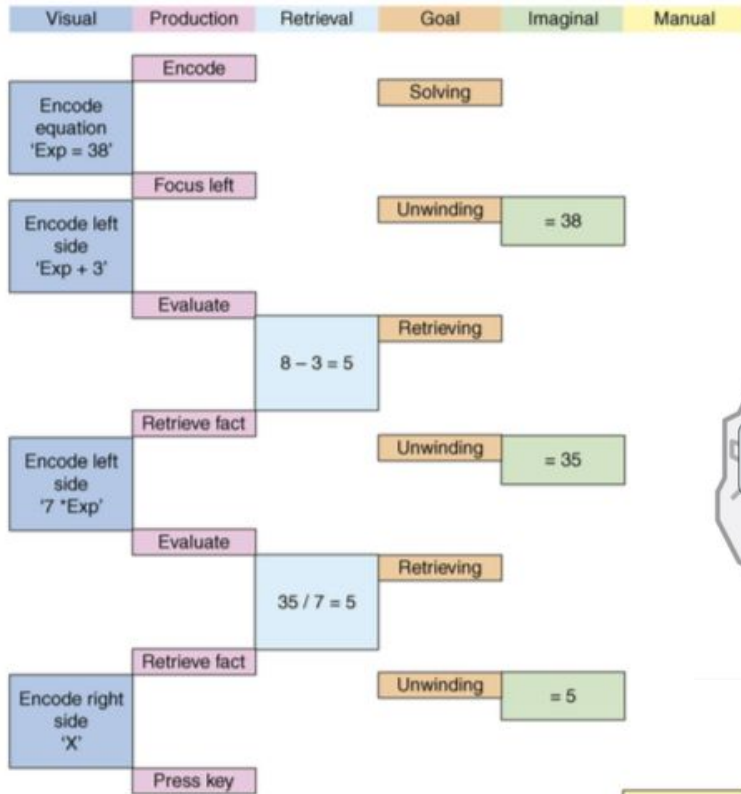


$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



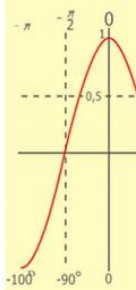
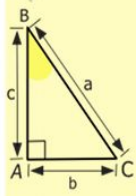
Что делает мозг?



TRENDS in Cognitive Sciences

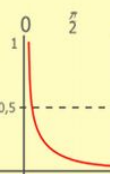
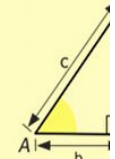
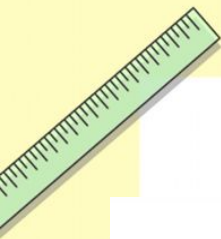
Press key

TRENDS in Cognitive Sciences



y = CO

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



80°
y = 1 /

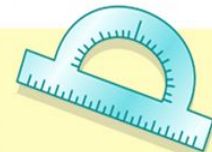
1 2 5 0
x 4 2
+ 21 0
+ 84
105 0 0



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

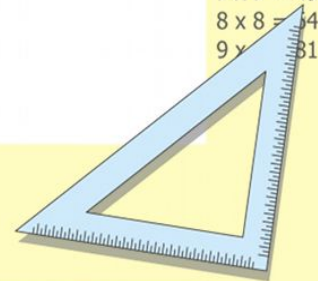
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

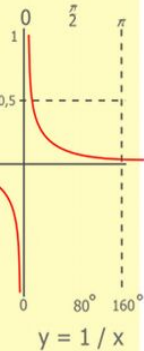
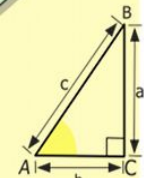
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Некоторые данные нейробиологии

- Интуитивное понимание величин — внутриременная борозда (Dehaene, 1997).
- Числовое сравнение, дедуктивное рассуждение — теменная кора (Kroger et al., 2008; Vecchiato et al., 2013).
- Вычисления в уме — билатеральная внутриременная борозда, левая угловая извилина (De Smedt et al., 2011; Grabner et al., 2013).
- Математическое познание высокого порядка — префронтальные ассоциативные области (Qin et al., 2004; Lee et al., 2007; Anderson et al., 2012).



$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 5\ 00 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105\ 000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

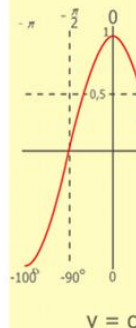
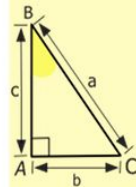
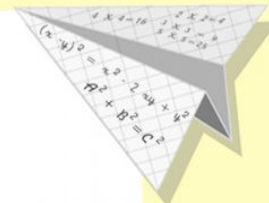
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

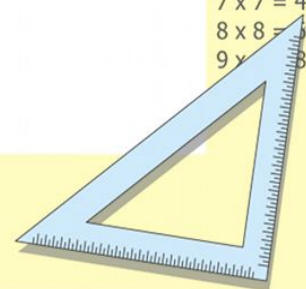
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

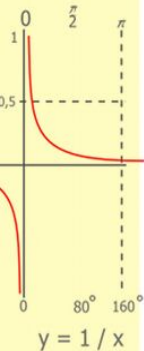
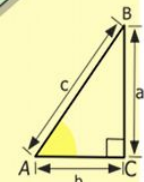
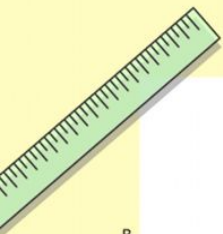
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



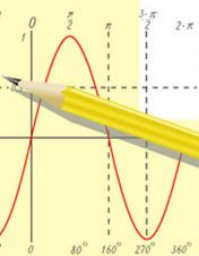
Когнитивное развитие

Периоды умственного развития по Пиаже

Возраст	Период развития	Характеристика когнитивной структуры
От 0 до 2 лет	Сенсомоторный период	Ребенок понимает мир через восприятие и действие. Расширяются моторные способности, и к двум годам ребенок может целенаправленно строить и комбинировать свои действия
От 2 до 11 лет	Период конкретных операций	
От 2 до 6 лет	Дооперационная стадия	Дети формируют умственные представления объектов и образ возможных действий с ними. Мысль отличается эгоцентричностью
От 6 до 11 лет	Операционная стадия	Дети становятся способными к логическому мышлению. Воображение сдерживается реальностью, дети могут применять логические операции к действиям с конкретными объектами
От 12 лет до взросления	Период формальных операций	Дети приобретают способность к абстрактному рассуждению



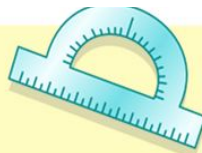
$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

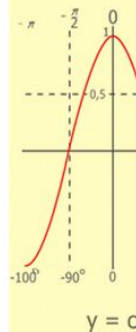
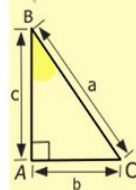
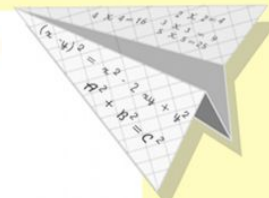
$$\sin 90^\circ = 1$$



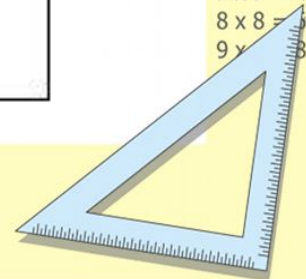
$$\begin{cases} x = 25y + 45 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

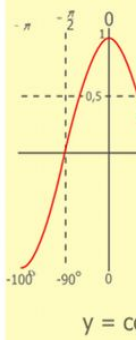
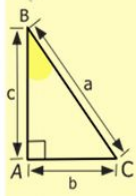
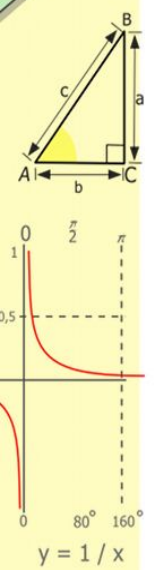
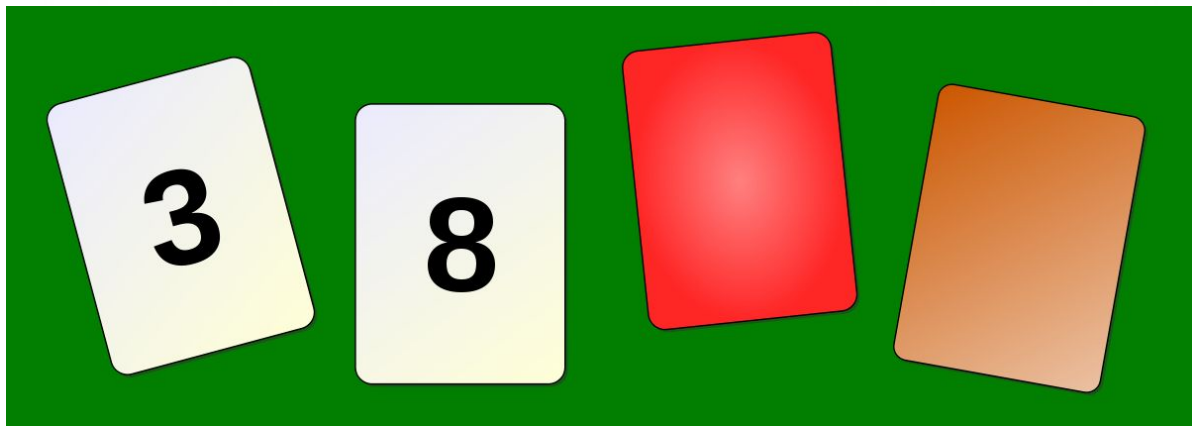
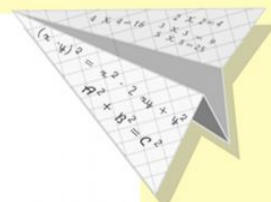
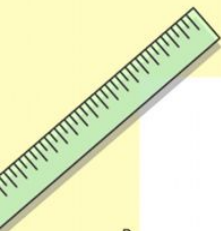
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Логика



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

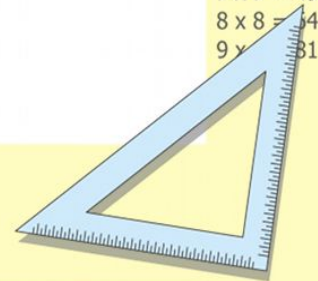
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

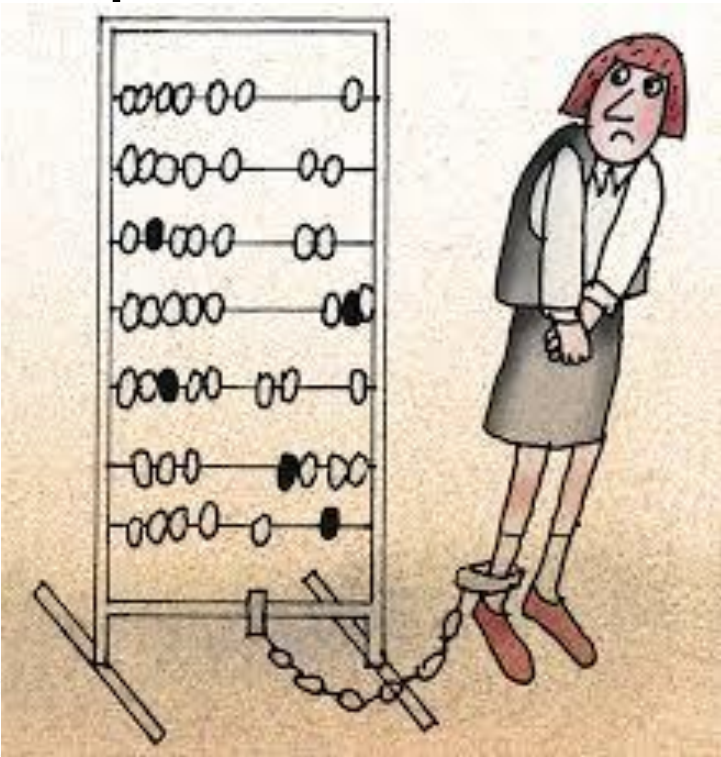
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



А если совсем не способен?

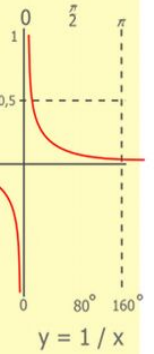
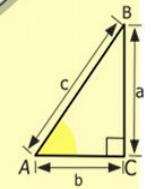
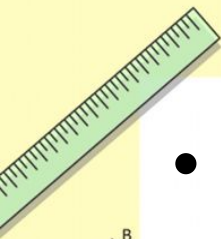
- Дискалькулия
- Математическая тревожность



10. Реши примеры

5 + 4 - 9 = <input type="text"/>	10 - 9 + 4 = <input type="text"/>	7 + 2 + 1 = <input type="text"/>
1 + 9 - 4 = <input type="text"/>	2 + 8 - 9 = <input type="text"/>	10 - 5 + 5 = <input type="text"/>
2 + 7 - 9 = <input type="text"/>	9 - 8 + 3 = <input type="text"/>	3 + 4 + 3 = <input type="text"/>
1 + 8 - 5 = <input type="text"/>	9 - 7 + 2 = <input type="text"/>	6 + 1 + 0 = <input type="text"/>
9 - 7 + 6 = <input type="text"/>	5 - 5 + 3 = <input type="text"/>	8 + 1 + 1 = <input type="text"/>
10 - 8 + 6 = <input type="text"/>	3 + 7 - 8 = <input type="text"/>	9 + 0 + 1 = <input type="text"/>
1 + 8 - 7 = <input type="text"/>	9 - 1 - 1 = <input type="text"/>	10 - 8 + 8 = <input type="text"/>
9 - 8 + 6 = <input type="text"/>	9 - 2 - 2 = <input type="text"/>	5 + 4 + 1 = <input type="text"/>
1 + 9 - 8 = <input type="text"/>	9 - 3 - 3 = <input type="text"/>	9 - 5 + 6 = <input type="text"/>
3 + 7 - 9 = <input type="text"/>	8 - 1 - 1 = <input type="text"/>	2 + 0 + 8 = <input type="text"/>
9 - 1 - 7 = <input type="text"/>	8 - 2 - 2 = <input type="text"/>	9 - 3 + 4 = <input type="text"/>
3 + 5 + 1 = <input type="text"/>	8 - 3 - 3 = <input type="text"/>	4 + 4 + 2 = <input type="text"/>
2 + 7 - 0 = <input type="text"/>	8 - 4 - 4 = <input type="text"/>	7 + 1 + 2 = <input type="text"/>
4 + 6 - 5 = <input type="text"/>	9 - 6 + 4 = <input type="text"/>	8 - 5 + 7 = <input type="text"/>
1 + 8 - 3 = <input type="text"/>	1 + 8 + 1 = <input type="text"/>	1 + 7 + 0 = <input type="text"/>
8 - 5 + 6 = <input type="text"/>	7 - 6 + 4 = <input type="text"/>	9 - 3 + 2 = <input type="text"/>
4 + 5 - 7 = <input type="text"/>	9 - 4 + 3 = <input type="text"/>	5 + 3 + 1 = <input type="text"/>
9 - 4 + 5 = <input type="text"/>	9 + 1 - 7 = <input type="text"/>	8 - 5 + 4 = <input type="text"/>
8 - 7 + 9 = <input type="text"/>	10 - 2 - 5 = <input type="text"/>	9 - 7 + 3 = <input type="text"/>
10 - 6 + 4 = <input type="text"/>	8 - 6 + 4 = <input type="text"/>	1 + 5 + 4 = <input type="text"/>
3 + 7 - 8 = <input type="text"/>	4 + 4 - 2 = <input type="text"/>	7 + 3 - 6 = <input type="text"/>
2 + 5 - 6 = <input type="text"/>	4 + 6 - 3 = <input type="text"/>	6 - 2 + 1 = <input type="text"/>
9 + 1 - 7 = <input type="text"/>	8 - 3 - 3 = <input type="text"/>	7 + 2 - 4 = <input type="text"/>
8 - 1 - 5 = <input type="text"/>	5 + 5 - 5 = <input type="text"/>	4 + 4 - 4 = <input type="text"/>
9 - 4 + 3 = <input type="text"/>	7 + 3 - 3 = <input type="text"/>	6 + 1 - 3 = <input type="text"/>
1 + 8 - 7 = <input type="text"/>	9 + 1 - 5 = <input type="text"/>	2 + 5 + 3 = <input type="text"/>
4 + 6 - 7 = <input type="text"/>	10 - 1 - 5 = <input type="text"/>	6 + 4 + 0 = <input type="text"/>
6 - 6 + 2 = <input type="text"/>	9 - 1 - 2 = <input type="text"/>	8 - 2 - 3 = <input type="text"/>
6 + 3 + 1 = <input type="text"/>	7 - 1 - 2 = <input type="text"/>	6 - 4 + 1 = <input type="text"/>

10



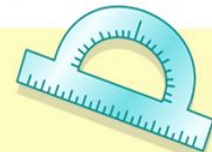
$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

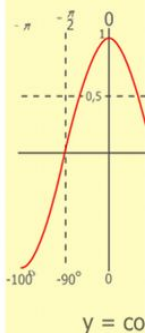
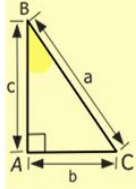
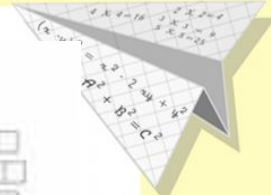
$$\sin 90^\circ = 1$$



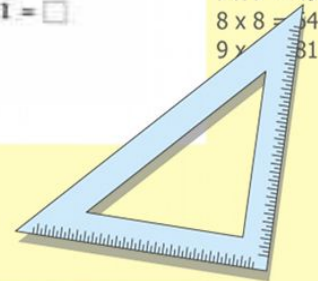
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Проблемы вероятностного мышления

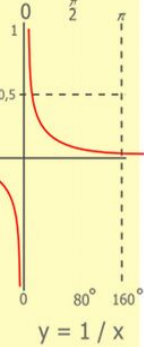
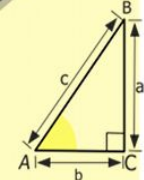
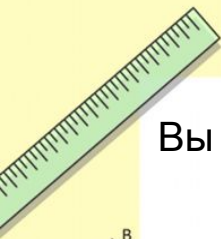
Вы - президент и у вас в стране эпидемия неизвестной болезни, от которой могут умереть 600 человек. Ученые подготовили две альтернативные программы борьбы с эпидемией.

1. Если принять программу «А», будут спасены двести жизней. Если принять программу «В», существует один шанс из трех, что все 600 человек будут спасены, и два шанса из трех, что спасти не удастся никого.
2. Если принять программу «А», умрут 400 человек. Если принять программу «В», существует один шанс из трех, что не умрет никто, и два шанса из трех, что умрут все.



Линде 31 год. Она замужем, искренна и полна оптимизма. В колледже ее специализацией была философия. В студенческие годы она живо интересовалась вопросами дискриминации, изменения климата и другими социальными проблемами, участвовала в демонстрациях против ядерного оружия. Основываясь на этом описании, оцените, какой из двух выводов вероятнее:

- а) Линда - кассир в банке
- б) Линда - кассир в банке и активистка феминистского движения».



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

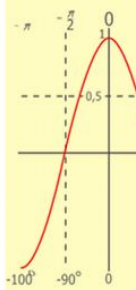
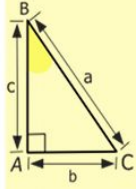
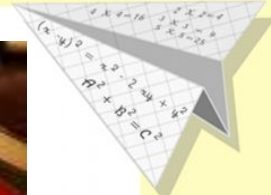
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

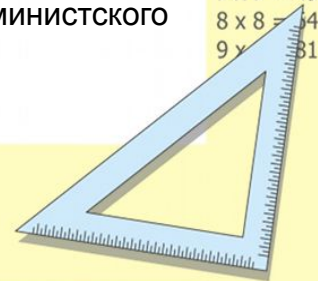
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

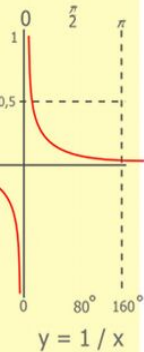
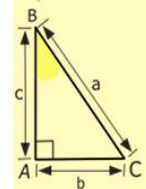
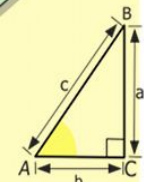
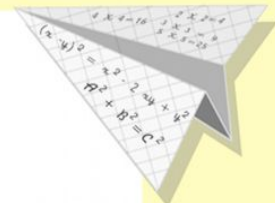
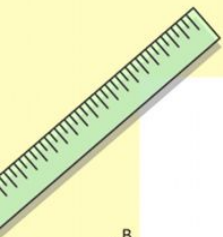


$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

