# Математика:

## психология и нейронауки

Чем нейробиология
и когнитивная психология
могут помочь
учителю математики?

Тимофей Березнер

HSE UX LAB

# Вот есть «Математическая психология» …

- Это не то!
- Это математическое моделирование различных психологических процессов, особенно когнитивных и моторных
- Активно используется в психофизике
- Фактически — использование мат. методов на благо психологии

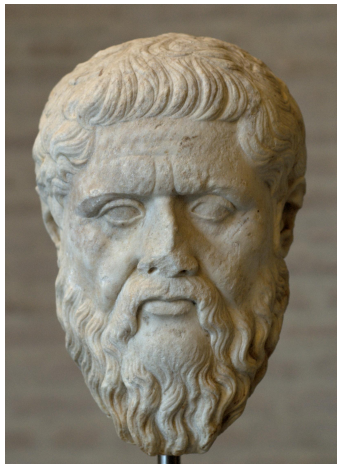
# А что же может дать психология математикам?

- Как разум «порождает» математику?
- Как люди решают математические задачи? Как при этом работает мозг?
- Способность к математике — врожденный талант, заслуга педагога или что-то еще?
- Что делать, если человек совсем не способен к математике?
- Как лучше построить программу обучения математике исходя из особенностей когнитивного развития?
- Как обучать теории вероятностей?

# Откуда берется математика?

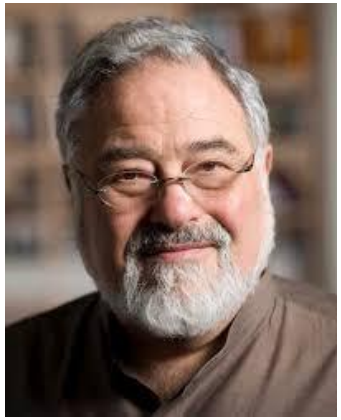
- Платон:

Математика создана, а не обнаружена. Существуют абстрактные идеалы.

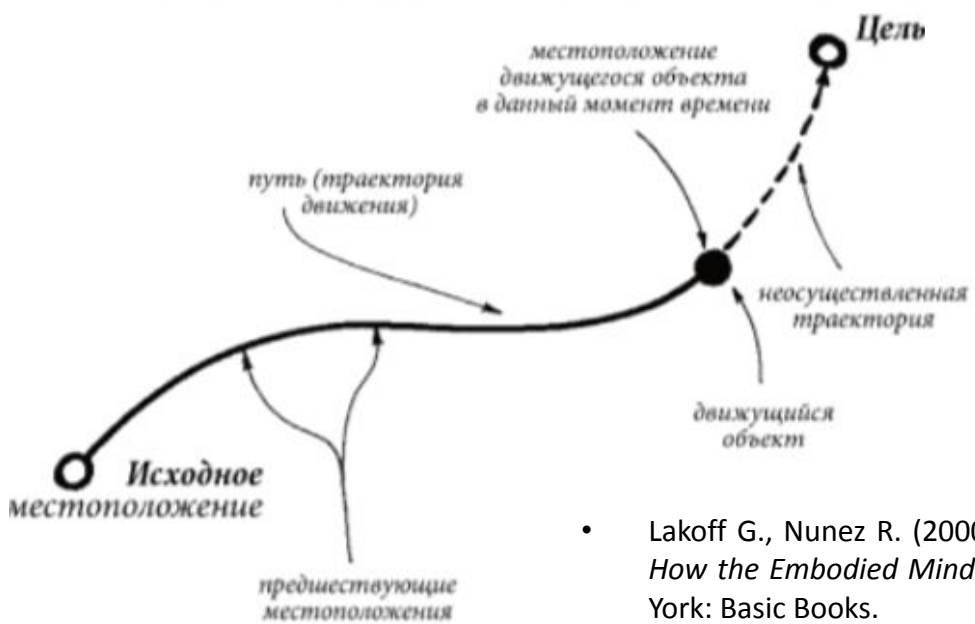


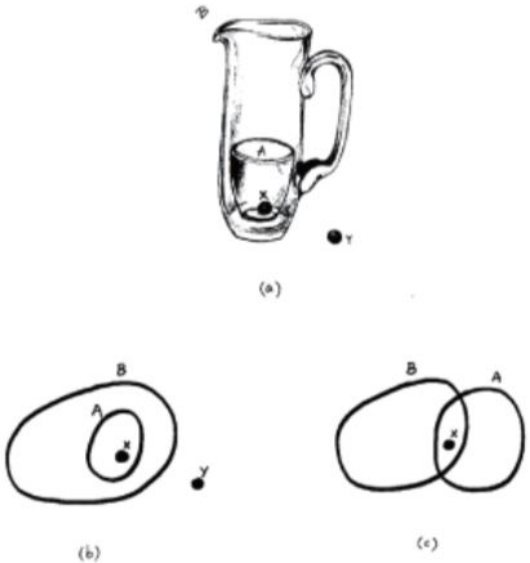
- Лакофф:

Математика основана на концептуальных метафорах, берущихся из нашего телесного опыта



# Схемы и метафоры




- Lakoff G., Nunez R. (2000). W*here Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.

# Как решаются задачи?

*Однажды вечером, вопреки своей привычке, я выпил чёрного кофе; я не мог заснуть; идеи теснились, я чувствовал, как они сталкиваются, пока две из них не соединились, чтобы образовать устойчивую комбинацию.*

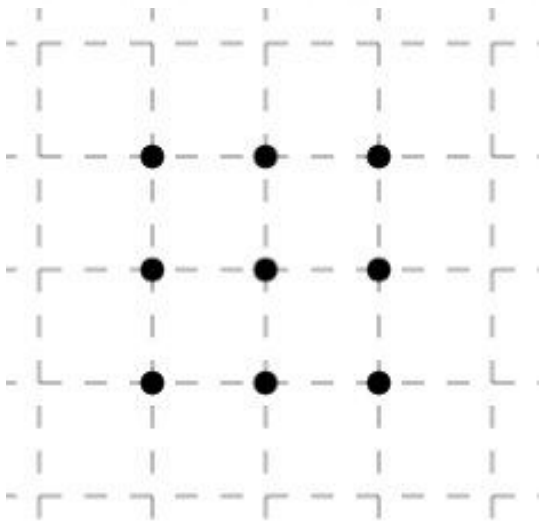
*В момент, когда я встал на подножку омнибуса, мне пришла в голову... без всяких, казалось бы, предшествовавших раздумий с моей стороны, идея о том, что преобразования, которые я использовал, чтобы определить автоморфные функции, были тождественны преобразованиям неевклидовой геометрии.*

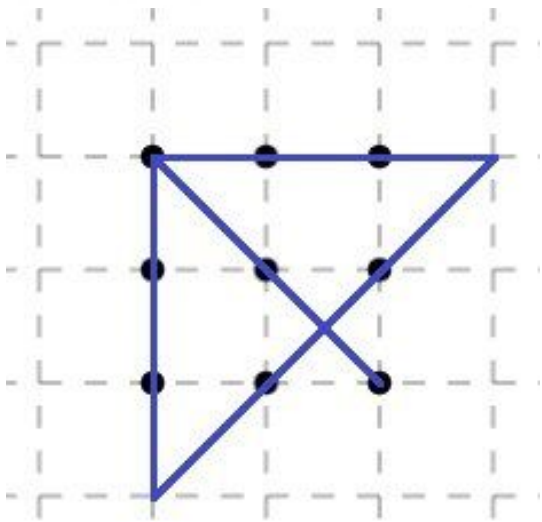
*Когда я прогуливался по берегу, мне так же внезапно, быстро и с той же мгновенной уверенностью пришла на ум мысль, что арифметические преобразования квадратичных форм тождественны преобразованиям неевклидовой геометрии.*

Из Пуанкаре А. Математическое творчество // Психология мышления / под ред. Ю.Б. Гиппенрейтер, В.В. Петухова. М. : Изд-во МГУ, 1981. С. 356–365.

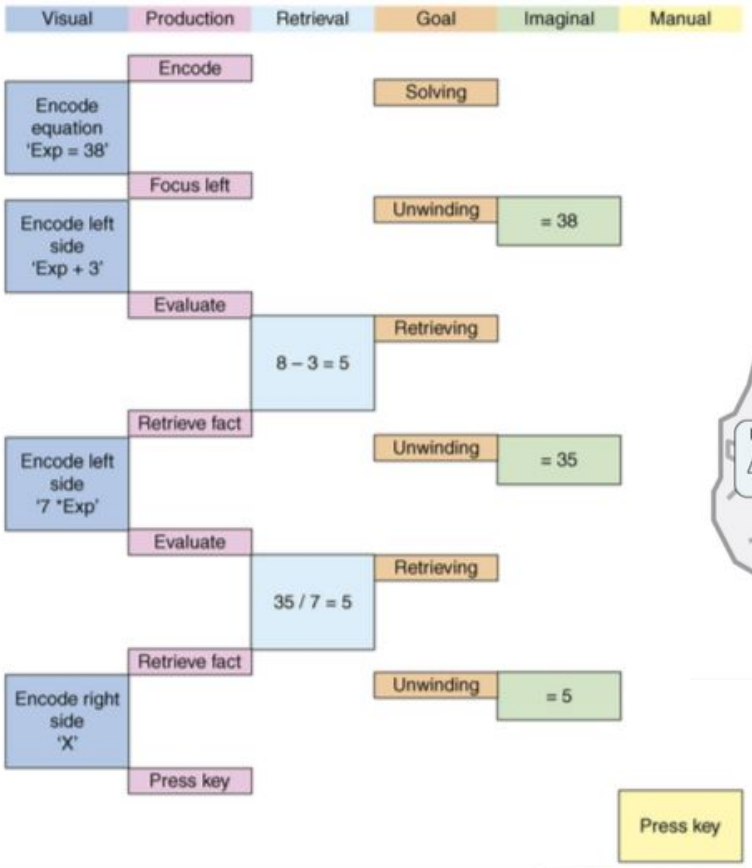
# Инсайт

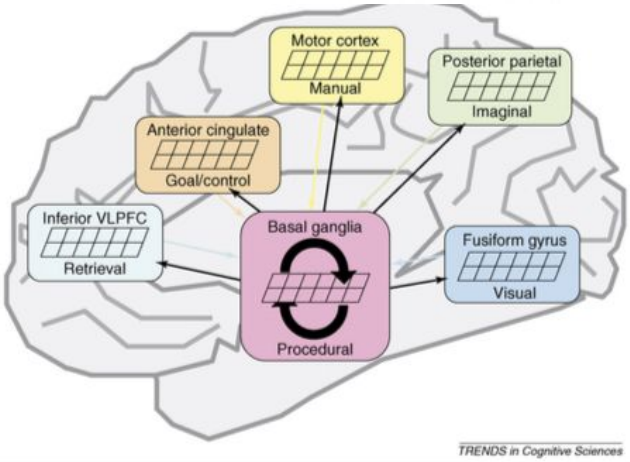
- Подготовка
- Инкубация
- ОЗАРЕНИЕ
- Проверка





# Что делает мозг?



# Некоторые данные нейробиологии

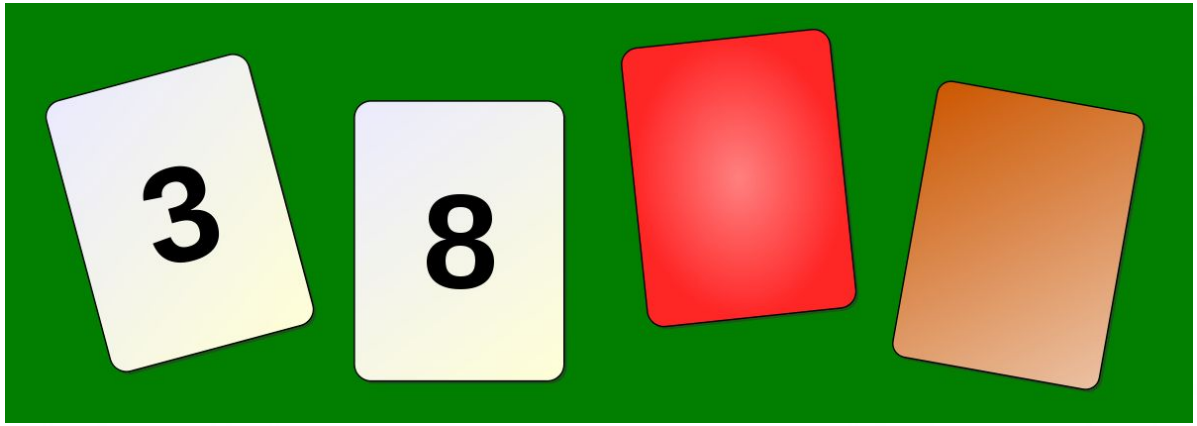
- Интуитивное понимание величин — внутритеменная борозда (Dehaene, 1997).
- Числовое сравнение, дедуктивное рассуждение — теменная кора (Kroger et al., 2008; Vecchiato et al., 2013).
- Вычисления в уме — билатеральная внутритеменная борозда, левая угловая извилина (De Smedt et al., 2011; Grabner et al., 2013).
- Математическое познание высокого порядка — префронтальные ассоциативные области (Qin et al., 2004; Lee et al., 2007; Anderson et al., 2012).

# Когнитивное развитие

**Периоды умственного развития по Пиаже**

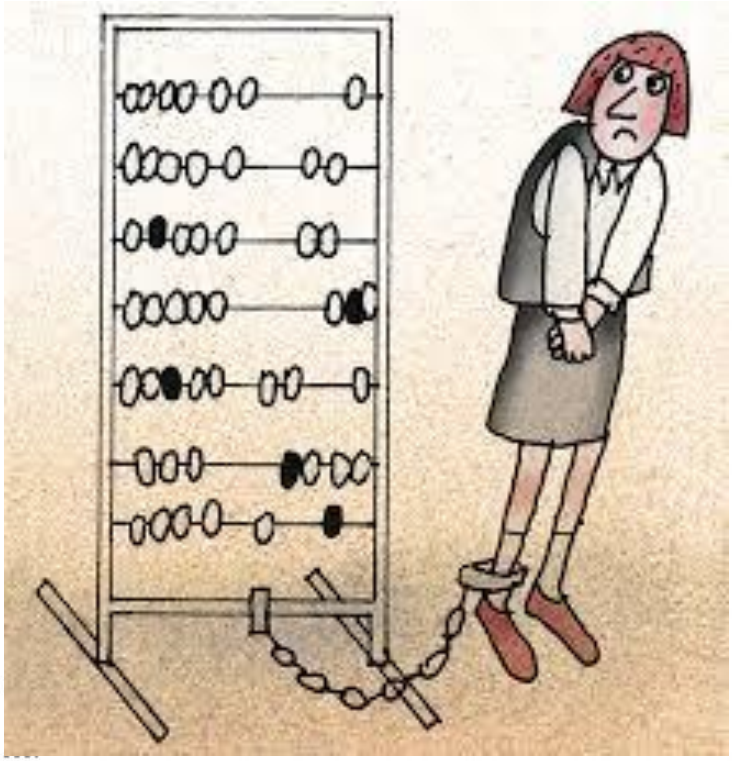
| Возраст | Период развития | Характеристика когнитивной структуры |
|---|---|---|
| От 0 до 2 лет | Сенсомоторный период | Ребенок понимает мир через восприятие и действие. Расширяются моторные способности, и к двум годам ребенок может целенаправленно строить и комбинировать свои действия |
| От 2 до 11 лет | Период конкретных операций | |
| От 2 до 6 лет | Дооперационная стадия | Дети формируют умственные представления объектов и образ возможных действий с ними. Мысль отличается эгоцентричностью |
| От 6 до 11 лет | Операционная стадия | Дети становятся способными к логическому мышлению. Воображение сдерживается реальностью, дети могут применять логические операции к действиям с конкретными объектами |
| От 12 лет до взросления | Период формальных операций | Дети приобретают способность к абстрактному рассуждению |

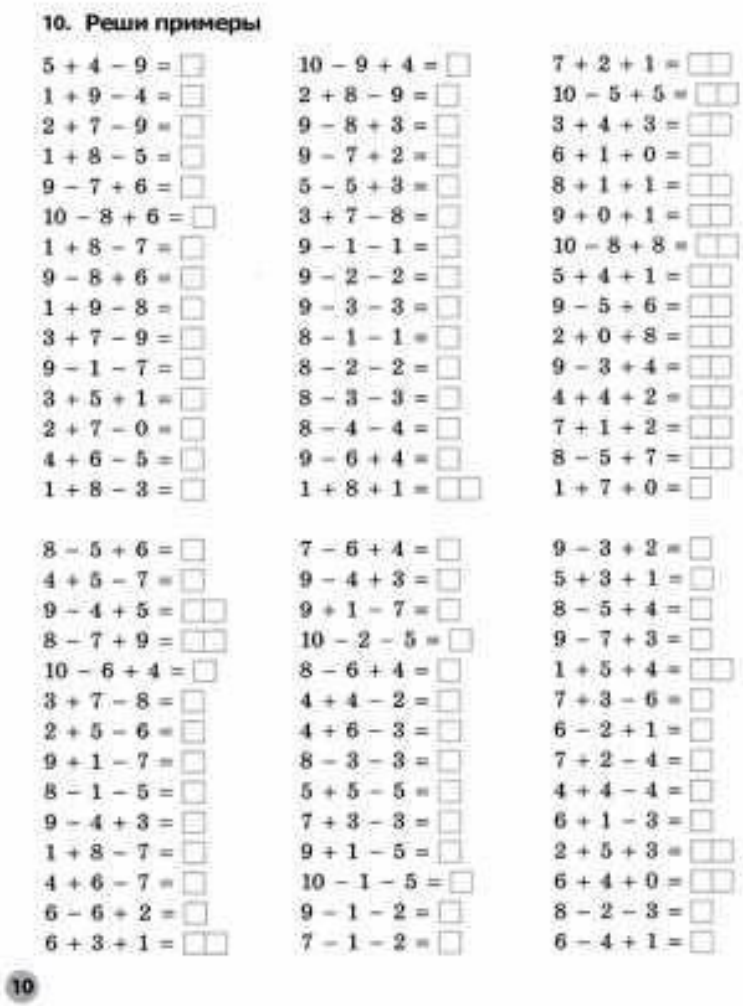
# Логика



# А если совсем не способен?

- Дискалькулия
- Математическая тревожность





**10. Реши примеры**

| | | |
|---|---|---|
| 5 + 4 − 9 = □ | 10 − 9 + 4 = □ | 7 + 2 + 1 = □□ |
| 1 + 9 − 4 = □ | 2 + 8 − 9 = □ | 10 − 5 + 5 = □□ |
| 2 + 7 − 9 = □ | 9 − 8 + 3 = □ | 3 + 4 + 3 = □□ |
| 1 + 8 − 5 = □ | 9 − 7 + 2 = □ | 6 + 1 + 0 = □ |
| 9 − 7 + 6 = □ | 5 − 5 + 3 = □ | 8 + 1 + 1 = □□ |
| 10 − 8 + 6 = □ | 3 + 7 − 8 = □ | 9 + 0 + 1 = □□ |
| 1 + 8 − 7 = □ | 9 − 1 − 1 = □ | 10 − 8 + 8 = □□ |
| 9 − 8 + 6 = □ | 9 − 2 − 2 = □ | 5 + 4 + 1 = □□ |
| 1 + 9 − 8 = □ | 9 − 3 − 3 = □ | 9 − 5 + 6 = □□ |
| 3 + 7 − 9 = □ | 8 − 1 − 1 = □ | 2 + 0 + 8 = □□ |
| 9 − 1 − 7 = □ | 8 − 2 − 2 = □ | 9 − 3 + 4 = □□ |
| 3 + 5 + 1 = □ | 8 − 3 − 3 = □ | 4 + 4 + 2 = □□ |
| 2 + 7 − 0 = □ | 8 − 4 − 4 = □ | 7 + 1 + 2 = □□ |
| 4 + 6 − 5 = □ | 9 − 6 + 4 = □ | 8 − 5 + 7 = □□ |
| 1 + 8 − 3 = □ | 1 + 8 + 1 = □□ | 1 + 7 + 0 = □ |
| 8 − 5 + 6 = □ | 7 − 6 + 4 = □ | 9 − 3 + 2 = □ |
| 4 + 5 − 7 = □ | 9 − 4 + 3 = □ | 5 + 3 + 1 = □ |
| 9 − 4 + 5 = □□ | 9 + 1 − 7 = □ | 8 − 5 + 4 = □ |
| 8 − 7 + 9 = □□ | 10 − 2 − 5 = □ | 9 − 7 + 3 = □ |
| 10 − 6 + 4 = □ | 8 − 6 + 4 = □ | 1 + 5 + 4 = □□ |
| 3 + 7 − 8 = □ | 4 + 4 − 2 = □ | 7 + 3 − 6 = □ |
| 2 + 5 − 6 = □ | 4 + 6 − 3 = □ | 6 − 2 + 1 = □ |
| 9 + 1 − 7 = □ | 8 − 3 − 3 = □ | 7 + 2 − 4 = □ |
| 8 − 1 − 5 = □ | 5 + 5 − 5 = □ | 4 + 4 − 4 = □ |
| 9 − 4 + 3 = □ | 7 + 3 − 3 = □ | 6 + 1 − 3 = □ |
| 1 + 8 − 7 = □ | 9 + 1 − 5 = □ | 2 + 5 + 3 = □□ |
| 4 + 6 − 7 = □ | 10 − 1 − 5 = □ | 6 + 4 + 0 = □□ |
| 6 − 6 + 2 = □ | 9 − 1 − 2 = □ | 8 − 2 − 3 = □ |
| 6 + 3 + 1 = □□ | 7 − 1 − 2 = □ | 6 − 4 + 1 = □ |

10

y = 1 / x

y = co

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64
9 x 9 = 81

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

sin 90° = 1

$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$

x = 70

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

# Проблемы вероятностного мышления

Вы - президент и у вас в стране эпидемия неизвестной болезни, от которой могут умереть 600 человек. Ученые подготовили две альтернативные программы борьбы с эпидемией.

1.Если принять программу «А», будут спасены двести жизней. Если принять программу «В», существует один шанс из трех, что все 600 человек будут спасены, и два шанса из трех, что спасти не удастся никого.

2.Если принять программу «А», умрут 400 человек. Если принять программу «В», существует один шанс из трех, что не умрет никто, и два шанса из трех, что умрут все.

«Линде 31 год. Она замужем, искренна и полна оптимизма. В колледже ее специализацией была философия. В студенческие годы она живо интересовалась вопросами дискриминации, изменения климата и другими социальными проблемами, участвовала в демонстрациях против ядерного оружия. Основываясь на этом описании, оцените, какой из двух выводов вероятнее:

а) Линда - кассир в банке

б) Линда - кассир в банке и активистка феминистского движения».

# СПАСИБО
# ЗА ВНИМАНИЕ!