Свойства числовых неравенств

Число a <u>больше</u> числа b, если разность a - b - положительное число.

$$a > b$$
, если $a - b > 0$

Число a меньше числа b, если разность a - b - отрицательное число.

$$a < b$$
, если $a - b < 0$



Теорема 1:

Если a > b, то b < a.

Если a < b, то b > a.

$$\Pi$$
pumep:

 $10 > 3 \implies 3 < 10$
 $1 < 100 \implies 100 > 1$

Доказательство:

Соотношение a > b означает, что a - b > 0. Тогда -(a - b) < 0.

T.k.
$$-(a-b) = -a+b = b-a \implies b-a < 0 \implies b < a$$
.

Соотношение a < b означает, что a - b < 0. Тогда -(a - b) > 0.

T.K.
$$-(a-b) = -a + b = b - a \implies b - a > 0 \implies b > a$$
.



Теорема 2:

Если a < b и b < c, то a < c.

Пример:
$$5 < 9$$
 $9 < 20$ $\Rightarrow 5 < 20$

Доказательство:

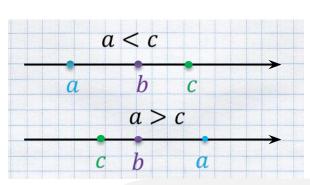
Так как a < b и b < c, то a - b < 0 и b - c < 0.

Тогда (a - b) + (b - c) < 0.

$$(a-b) + (b-c) = a-b+b-c = a-c$$

$$\Rightarrow a - c < 0 \Rightarrow a < c$$

Если a > b и b > c, то a > c.





Теорема 3:

Если a < b и c – любое число, то a + c < b + c.

Пример:

$$4 + (-2) < 8 + (-2) \implies 2 < 6$$

Доказательство:

$$(a+c)-(b+c)=a+c-b-c=a-b$$

Т.к. a < b, то a - b < 0.

$$\Rightarrow$$
 $(a+c)-(b+c)<0$

$$\Rightarrow a + c < b + c$$

Если к обеим частям **верного неравенства** прибавить одно и то же число, то получится **верное неравенство**.



Теорема 4:

Если a < b и c -<u>положительное</u> число, то ac < bc.

Если a < b и c -отрицательное число, то ac > bc.

Доказательство:

$$ac - bc = c(a - b)$$

Т.к. $a < b$, то $a - b < 0$.
Если $c > 0$, то $c(a - b) < 0 \implies ac < bc$
Если $c < 0$, то $c(a - b) > 0 \implies ac > bc$

Пример:	
10 < 30	3 < 5
$10 \cdot 2 < 30 \cdot 2$	$3 \cdot (-4) > 5 \cdot (-4)$
⇒ 20 < 60	$\Rightarrow -12 > -20$

Если обе части **верного неравенства** умножить или разделить на одно и то же <u>положительное</u> число, то получится **верное неравенство**.

Если обе части **верного неравенства** умножить или разделить на одно и то же <u>отрицательное</u> число и <u>изменить знак</u> неравенства на противоположный, то получится **верное неравенство**.



Следствие:

Если a и b – положительные числа и a < b, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Доказательство:

Разделим обе части неравенства a < b на ab > 0.

$$\frac{\alpha}{\alpha b} < \frac{b}{ab} \implies \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \iff \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

Задание. Сравните значения выражений $k - 17y^2$ и $t - 17y^2$, зная, что k > t – верное числовое неравенство.

Решение:

$$k + (-17y^2) > t + (-17y^2)$$

 $k - 17y^2 > t - 17y^2$

Otbet:
$$k - 17y^2 > t - 17y^2$$
.

Если a < b и c – любое число, то a + c < b + c.

Теорема 1: Если a > b, то b < a.

Если a < b, то b > a.

Теорема 2: Если a < b и b < c, то a < c.

Теорема 3: Если a < b и c – любое число, то a + c < b + c.

Теорема 4: Если a < b и c – положительное число, то ac < bc.

Если a < b и c – отрицательное число, то ac > bc.

Следствие: Если a и b — положительные числа и a < b, то

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$