Оценка доходности банковских операций

(методы количественного анализа)

Цель курса:

Освоить технику применения количественного анализа финансовых операций в разных проблемных ситуациях

и **получить навык практического применения** аппарата количественных расчетов при принятии решений выбора эффективных вариантов решения задач

Оценка доходности банковских операций

(методы количественного анализа)

Структура курса:

Т1: Измерители доходности финансовых операций

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента.

Т3: Погашение долгосрочной задолженности.

Оценка доходности банковских операций

(методы количественного анализа)

Литература:

1. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов.-М:Дело, 1998,1999,2003,2008
2. Лимитовский М.А.
3. Лукасевич И.Я. Анализ финансовых операций. Методы, модели, техника вычислений
4. Ковалев В.В. Практикум по анализу и финансовому менеджменту
5. Любая литература по финансовым расчетам (количественному анализу)

Т1: Измерители доходности финансовых операций

Вопросы:

Т1.1. Измерители доходности.

Т1.2. Простые и сложные проценты.

Т1.3. Учетная доходность.

Т1.4. Эквивалентная доходность.

Т1.5. Эффективная доходность.

Т1.6. Количественные расчеты и учет инфляции в вычислениях.

Т1: Измерители доходности финансовых операций

Т1.1.Измерители доходности.

Наращивание: $PV \quad \rightarrow FV$

Дисконтирование: $FV \ \rightarrow PV$

Величина прироста или дисконта: $\Delta = FV - PV$

Два вида доходности:

Доходность, измеренная в процентах: $i = \frac{\Delta}{PV}$

Доходность, измеренная учетной ставкой: $d = \frac{\Delta}{FV}$

T1: Измерители доходности финансовых операций
T1.1.Измерители доходности.

Процентная доходность: $\frac{FV-PV}{PV}*\frac{K}{365}=i,$

где К-количество дней операции, $n=\frac{K}{365},$

n − длительность операции в годах,

i-размер процентной ставки в виде доли.

Учетная доходность: $\frac{FV-PV}{FV}*\frac{K}{365}=d,$

где К-количество дней операции, $n=\frac{K}{365},$

n − длительность операции в годах,

d-размер учетной ставки в виде доли.

Т1: Измерители доходности финансовых операций
Т1.2. Простые и сложные проценты.

Процентная доходность:

$$\frac{FV-PV}{PV}*\frac{K}{365}=i, \quad \text{или} \quad \frac{FV-PV}{PV}*n=i.$$

Иначе $\boldsymbol{FV = PV * (1 + n * i)}$ – простые проценты.

$$FV = PV * (1+i)^n \text{ – сложные проценты.}$$

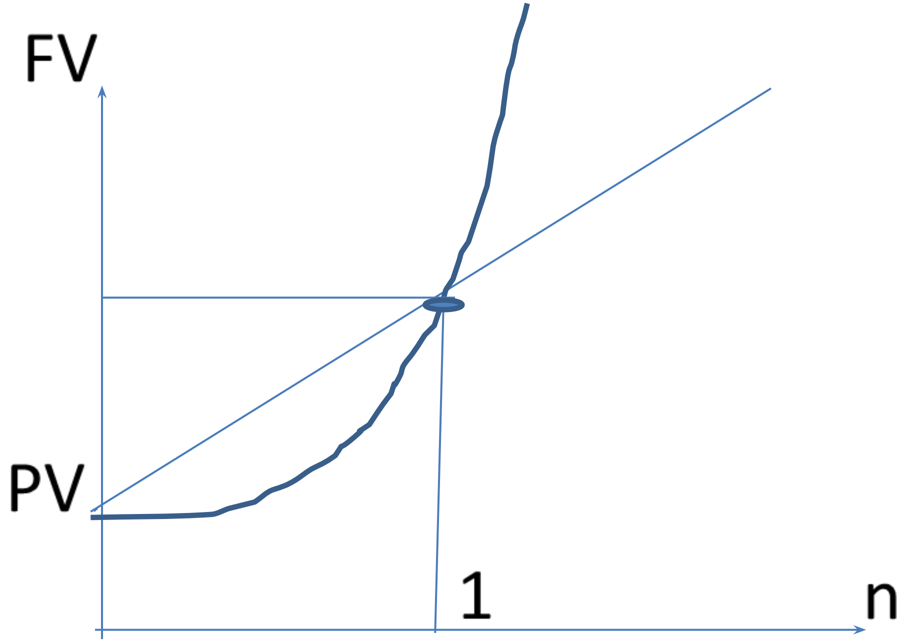


Рис. Изменение FV по простым и сложным процентам

Т1: Измерители доходности финансовых операций

Т1.2. Простые и сложные проценты.

***Пример 1 (расчет по простым процентам)*:**

Вклад в банке 100 т.р. размещен на 3 года по ставке 9% годовых. Какая сумма будет получена при окончании вклада, если выплата процентов предусмотрена в конце срока без возможности капитализации.

$$\boldsymbol{FV = 100\,000 * (1 + 3 * 0,09) = 127\,000} \text{ т. р.}$$

***Пример 2 (расчет по сложным процентам)*:**

Вклад в банке 100 т.р. размещен на 3 года по ставке 9% годовых. Какая сумма будет получена при окончании вклада, если выплата процентов предусмотрена в конце срока при ежегодной капитализации процентов.

$$\boldsymbol{FV = 100\,000 * (1 + 0,09)^3 = 129\,503} \text{ т. р.}$$

T1: Измерители доходности финансовых операций
T1.2 Простые и сложные проценты.

Расчет по сложным процентам при капитализации чаще, чем раз в год.

Для $n = 1 \quad FV\text{прост} = FV\text{слож}$,

Точка равенства наращенных стоимостей по простым и сложным процентам соответствует единичному периоду наращивания процентов (месяцу, квартал, году). Поэтому формула сложного процента в общем виде:

$$\boldsymbol{FV = PV * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{nm}} \quad ,$$

Где $\mathbf{m} -$ количество периодов капитализации процентов в течение 1 года.

$\boldsymbol{mn}$-количество капитализаций за весь период операции

Пример 3: Пусть вклад 100 т.р. размещен на 3 года с ежемесячной капитализацией процентов по ставке 10% годовых. Найти сумму накопления.

$$FV = 100000(1 + \frac{0{,}1}{12})^{12*3} = 134\,818{,}2 \text{ т. р.}$$

T1: Измерители доходности финансовых операций
T1.3 Учетная доходность.

Учетная доходность:

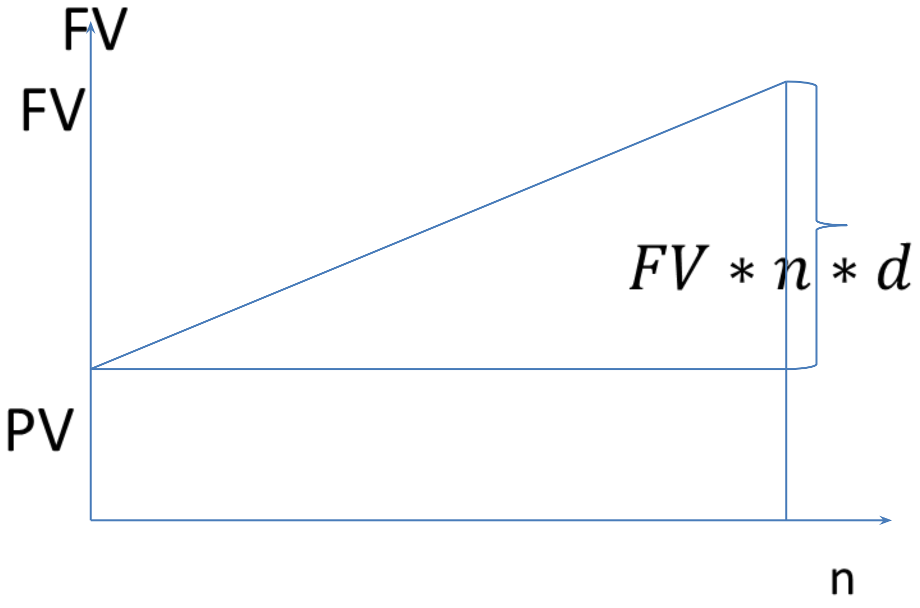
$\frac{FV-PV}{FV}*\frac{K}{365}=d,$ или $\frac{FV-PV}{FV}*n=d.$

Иначе $\boldsymbol{PV=FV*(1-n*d)}$.

По определению учетной операции

$$\boldsymbol{PV=FV-FV*n*d},$$

Где $FV*n*d$ – размер дисконта при учете

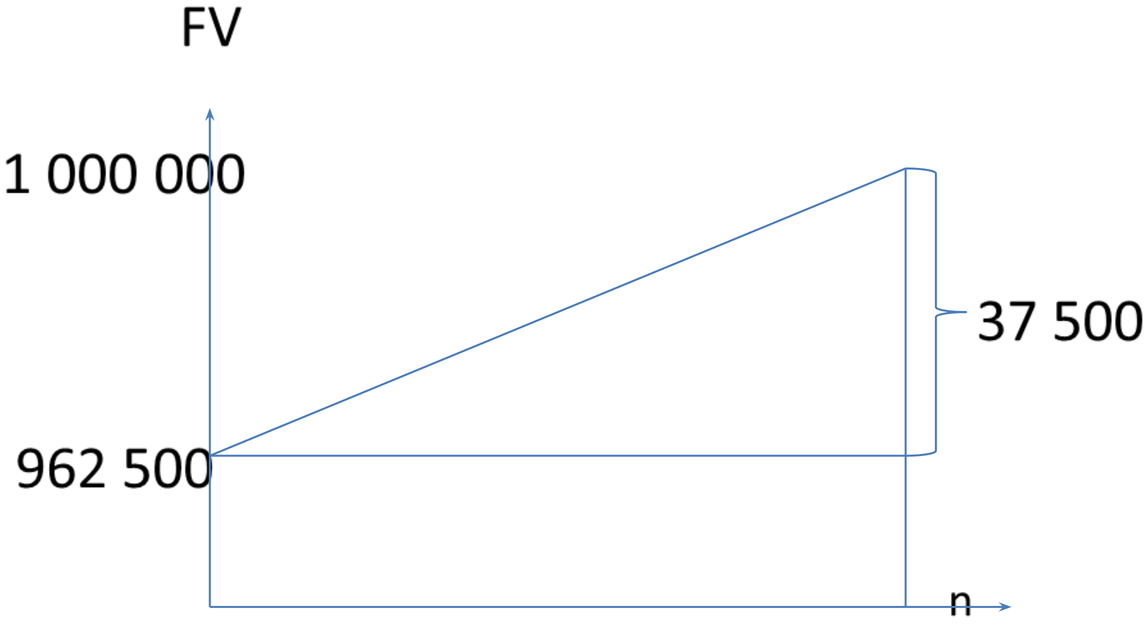


T1: Измерители доходности финансовых операций
T1.3 Учетная доходность.

Пример 4:

Банк готов учесть (приобрести) вексель номиналом 1 млн. рублей по учетной ставке 15% годовых. Срок до оплаты по векселю – 3 месяца. Какая сумма будет выплачена по векселю?

$$\boldsymbol{PV = 1\,000\,000 * \left(1 - \frac{3}{12} * 0,15\right) = 962\,500}\text{ р.}$$



Т1: Измерители доходности финансовых операций
Т1.4. Эквивалентная доходность

Эквивалентная доходность рассчитывается при необходимости замены одного вида операции на другой вид при достижении финансовой эквивалентности операций и при равном сроке операций.

Условие финансовой эквивалентности

$$PV1 = PV2, \qquad FV1 = FV2.$$

Пример: Замена процентной операции операцией дисконтирования:

$$\boldsymbol{PV = FV * (1 - n * d)}.$$

$$\boldsymbol{PV \;=\; \frac{FV}{1 + i * n}}$$

При преобразовании получим:

$$\boldsymbol{i = \frac{d}{1 - nd}}, \qquad \boldsymbol{d = \frac{i}{1 + in}}.$$

Пример 5: *Какая доходность будет получена банком (в виде простой ставки процентов) при приобретении векселя с учетной ставкой 15%, если до вексель приобретается за три месяца до выплаты?*

Эквивалентная доходность по простой ставке:

$$\boldsymbol{i = \frac{d}{1 - nd} = \frac{0,15}{1 - \frac{3}{12} * 0,15} = 0,1558 = 15,58\%}$$

Т1: Измерители доходности финансовых операций

Т1.5. Эффективная доходность

Эффективная доходность рассчитывается при необходимости сравнения между собой разных по содержанию и длительности операции с целью определения наиболее доходной. Является универсальным измерителем доходности.

Эффективная доходность – расчетная величина, которая измеряет доходность операции за годовой период с учетом всех возможных капитализаций при одинаковых условиях повторения операции.

В основе расчета лежит принцип эквивалентности простой и сложной ставки:

$$\boldsymbol{FV1 = PV1 * (1 + n * i)}.$$

$$\boldsymbol{FV2 \quad = PV2\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn}} \quad .$$

Т.к. расчет ведется за 1 год (n=1), а $PV1 = PV2,\ \ FV1 = FV2$ то при преобразовании получим:

$$\boldsymbol{i}\text{эф} = \boldsymbol{(1 + \frac{i}{m})^{m} - 1}.$$

Т1: Измерители доходности финансовых операций

Т1.5. Эффективная доходность

Пример 6

Для Задачи 5 рассчитать эффективную ставку приобретения векселя за 3 месяца до погашения под 15% учетной ставки.

Имея уровень доходности по простым процентам $i = 15{,}58\% = 0{,}1558$, *получим:*

$$\boldsymbol{i}\text{эф} = (\mathbf{1} + \frac{\mathbf{0,1558}}{\mathbf{4}})^{\mathbf{4}} - \mathbf{1} = \mathbf{0,1652} = \mathbf{16,52}\%.$$

Таким образом, учетная ставка $\boldsymbol{d} = \mathbf{15}\%$ финансово эквивалентна

Процентным ставкам: простой $\boldsymbol{i}\text{п} = \mathbf{15,58}\%$ и

сложной $\boldsymbol{i}\text{с} = \mathbf{16,52}\%$

T1: Измерители доходности финансовых операций
T1.5. Эффективная доходность

Пример 7.

Рассчитать эффективную доходность депозита под 10% на 3 года при ежемесячной капитализации процентов.

m=12

$$\boldsymbol{i}\text{эф} = (\mathbf{1} + \frac{\mathbf{0,1}}{\mathbf{12}})^{\mathbf{12}} - \mathbf{1} = \mathbf{0,1047} \text{ или } \mathbf{0,47}\% \text{ годовых.}$$

Т1: Измерители доходности финансовых операций
Т1.6. Учет инфляции в финансовых вычислениях

Инфляция искажает корректность финансовых расчетов и выводов.

Например, если инфляция составила 10% за год и капитал банка вырос на 10%, то рассуждать о росте капитала некорректно.

Для учета инфляции в расчетах применяют дефлятор по ставке инфляции. Если темп инфляции используется меньше годового (месячный, квартальный..), то он приводится по длительности аналогичный темпу роста основного показателя.

Пример. Депозит размещен на 1 год с ежеквартальной капитализацией процентов по ставке 9% годовых. Какой реальный доход будет получен, если ежемесячный темп инфляции по потребительской корзине ожидается 1%?

$$FV\mathrm{p} = PV\frac{(1+\frac{0,09}{4})^{4}}{(1+0,01)^{12}} = 0,97PV.$$

Реальный доход от депозита получен не будет.

T2: Потоки платежей. Финансовая рента

Содержание:

T2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

T2.2 Параметры финансовых потоков

T2.3 Обобщенные характеристики ренты:

Наращенная величина

Современная стоимость

T2.4 Расчет параметров ренты

T2: Потоки платежей. Финансовая рента

T2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

Поток направлен на **накопление.** Платежи – взносы , на которые начисляются проценты к концу срока. Цель формирования потока – накопление заданной суммы к концу срока.

- R1

R1 R1 R1 R1

T2: Потоки платежей. Финансовая рента

T2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

Поток направлен на **выплату** имеющейся задолженности**.** Платежи – взносы , которые представляют собой выплату как основного долга, так и процентной части, накопившейся за период к моменту внесения платежа. Цель потока – выплата заданной суммы распределенными во времени платежами.

- R1 R1 R1 R1 R1

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

- Потоки платежей могут быть **постоянными** (с равными платежами через равные промежутки времени), либо **переменными.** Представление потока в виде постоянной ренты (аннуитета) позволяет упростить расчеты и привести их к стандартному виду.
- Поток платежей, все элементы которого распределены во времени так, что интервалы времени между любыми двумя последовательными платежами постоянны, называют **финансовой рентой или аннуитетом** (annuity)
- В финансовой практике часто встречаются так называемые **простые** или **обыкновенные аннуитеты** (ordinary annuity , regular annuity), которые предполагают платежи или выплаты **одинаковых по величине сумм** в течение всего срока операции в конце каждого периода (года, квартала, месяца и т. д.)

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.2 Параметры финансовых потоков

Параметры - элементы, однозначно описывающие финансовый поток.

- Срок потока (n –в годах),
- Процентная ставка, (i-в долях),
- Платеж (R-денежное выражение),
- Период между платежами (p-кратность внесения платежей, число раз в год),
- Кратность начисления процентов (m- число раз в год).

T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.2 Параметры финансовых потоков

- В зависимости от момента совершения платежа (в начале или конце периода) ренты делятся на ренты **пренумерандо** (платеж в начале периода) и ренты **постнумерандо** (платеж в конце периода).
- Для характеристики всего потока обобщающие характеристики ренты – наращенную и современную величину ренты.

T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.3 Обобщенные характеристики ренты:
Наращенная величина. Современная стоимость

Наращенная сумма ***PV*** (amount of cash flows) - сумма всех членов потока платежей с начисленными на них к концу срока процентами.

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.3 Обобщенные характеристики ренты: Наращенная величина.

- ***Пример 8.*** Пусть фирма приняла решение о накоплении инвестиционного фонда, для чего ежегодно на счет в банке вносятся суммы по 10 млн. рублей под 20% годовых с последующей капитализацией. Рассчитать накопленную сумму через 3 года.

Период взноса, год	Порядковый номер взноса, накопленная сумма		
	1-ый	2-ой	3-ий
1	10,0		
2	10,0*1,2	10,0	
3	$10{,}0*1{,}2^2$	10*1,2	10,0

T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.3 Обобщенные характеристики ренты: Наращенная величина.

$$FV = R * \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m*n} - 1}{i/m}$$

- Где FV-наращенная сумма ренты,
- R – платеж по ренте (10 млн.р. в примере)
- n – срок ренты (3 года), m- кратность начисления процентов в год, p- кратность платежей ренты за год.
- Формула приведена для m=p

Для решения ***примера 7***:

$$FV = 10 * 1{,}2^2 + 10 * 1{,}2 + 10 = 10 * \frac{(1+0{,}2)^3 - 1}{0{,}2}$$
$$= 36{,}4 \text{ млн. р.}$$

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.3 Обобщенные характеристики ренты: Современная величина.

- **Под современной стоимостью** потока платежей понимают сумму дисконтиро-ванных членов этого потока на некоторый предшествующий момент времени.
- Современная стоимость потока платежей эквивалентна в финансовом смысле всем платежам, которые охватывает поток. В связи с этим данный показатель находит широкое применение в финансовом анализе.

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.3 Обобщенные характеристики ренты: Современная величина.

$$PV = R * \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-m*n}}{i/m}$$

Где PV-современная сумма ренты,
R – платеж по ренте,
n – срок ренты, m- кратность начисления процентов в год, p- кратность платежей ренты за год.
Формула приведена для m=p

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.3 Обобщенные характеристики ренты: Современная величина.

Пример 8.

Погашается задолженность по кредиту ежемесячными платежами по 1 млн. рублей в течение 3 лет. Каков размер займа, если процентная ставка составляет 15% годовых?

$$PV = 1\,000\,000 * \frac{1-\left(1+\frac{0,15}{12}\right)^{-3*12}}{\frac{0,15}{12}} = 28\,847\,67 \text{ р.}$$

T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.3 Расчет параметров ренты

- Расчет параметров ренты основан на арифметическом расчете при неполном наборе параметров и наличии одной из обобщенных величин – наращенной или современной стоимости.

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.4 Расчет параметров ренты.

- ***Метод последовательных приближений для расчета процентной ставки***
- Метод заключается в последовательном расчете наращенной (современной) величины ренты при различных вариантах процентной ставки. Точная величина i соответствует равенству соотношения R и FV(PV) .
- **Пример.**
- Затраты по проекту составляют 100 тыс. рублей. Ежегодный возврат инвестиционных затрат в течение 7 лет предполагается на уровне 20 тыс. рублей. Рассчитайте доходность инвестиции.

T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.4 Расчет параметров ренты.

- Необходимо решить равенство $100 = 20\frac{(1-(1+i)^{-7}}{i}$
- при ряде приближений.
- 1) для i=15%   20*(1-(1+0,15)-7)/0,15= 83,2 , что свидетельствует, что для следующего приближения ставка должна быть уменьшена
- 2) для i=10%   20* (1-(1+0,1)-7)/0,1=97,37, что свидетельствует о близком значении к действительной ставке. Следующая итерация должна быть также в сторону уменьшения ставки.
- 3)для i=8%   20*(1-(1+0,08)-^{7})/0,08=104,13.
- Таким образом, ставка доходности проекта приблизительно равна 9% годовых.

Методы погашения долгосрочной задолженности

Тема 3

- **Методы погашения долгосрочной задолженности**

<u>Единоразовое погашение</u>

- Возврат разовым платежом без накопления на счете
- Возврат разовым платежом методом накопления фонда

<u>Погашение основного долга в рассрочку</u>

- Возврат основного долга равными суммами долга
- Возврат равными уплатами долга с процентами

Погашение ипотечного кредита

- Возврат потребительского кредита по “схеме

Методы погашения долгосрочной задолженности

- **Методы погашения долгосрочной задолженности**

Единоразовое погашение

- Возврат разовым платежом без накопления на счете
- Возврат разовым платежом методом накопления фонда

Погашение основного долга в рассрочку

- Возврат основного долга равными суммами долга
- Возврат равными уплатами долга с процентами

Погашение ипотечного кредита

- Возврат потребительского кредита по “схеме

Погашение методом формирования фонда

- Пусть погашение задолженности ведется ежегодными равными платежами R, на которые начисляются проценты по ставке **g**.
- Параллельно с взносами в фонд выплачиваются проценты по кредиту из расчета ставки **i**.
- При начислении на величину долга *простых процентов* срочная уплата будет равна
- $Y_t = D * i + R = const$ (1)
- При начислении по долгу *сложных процентов* срочная уплата рассчитывается по формуле
- $Y_t = It + R$
- Если формирование фонда рассчитано на n лет, то вносимые платежи R будут представлять собой аннуитет с параметрами R,n,g. Сумма вносимых платежей под ставку **g** должна составить сумму основного долга D, в силу чего размер взноса R рассчитывается из соотношения
- $$D = R * \frac{((1+g)^n - 1)}{g} = R * sg_{,n}$$
- Откуда $R = \frac{D}{s_{g,n}}$

Методы погашения долгосрочной задолженности

Метод формирования погасительного фонда

- Подставив R в формулу (1), получим
- $Yt = D*i + D/s_{g,n} = D(i + 1/s_{g,n})$ -значение срочной уплаты при начислении на основной долг простых процентов
- Для расчета накопленных за t лет сумм погасительного фонда используется формула наращенных сумм постоянных рент:

- В случае формирования фонда по схеме простых процентов, режиме платежей по m и p-кратной ренте, используются соответствующие расчетные формулы.

Методы погашения долгосрочной задолженности

Метод формирования погасительного фонда

-

Процентная доходность: $\frac{FV-PV}{PV} * \frac{K}{365} = i,$

где К-количество дней операции, $n = \frac{K}{365},$

n – длительность операции в годах,

i-размер процентной ставки в виде доли.

Учетная доходность: $\frac{FV-PV}{FV} * \frac{K}{365} = d,$

где К-количество дней операции, $n = \frac{K}{365},$

n – длительность операции в годах,

d-размер учетной ставки в виде доли.

Методы погашения долгосрочной задолженности

Метод формирования погасительного фонда

№ платежа	Сумма выплаты процентов	Сумма взноса в фонд	Срочная уплата	Накопленная сумма в фонде
1	40	13.438	53,438	13.438
2	40	13,438	53,438	29,564
3	40	13,438	53,438	48,914
4	40	13,438	53,438	**72,135**
5	40	13,438	53,438	100,0
Итого	**200**	**67,19**	**267,19**	**Х**

Сумма накопления в фонде Wt

рассчитывается наращиванием ежегодных взносов R=13,438 тыс. рублей по формуле (3.2) либо по известным формулам наращенной ренты за соответствующий период времени.

Например, наращенная сумма в фонде за 4 года равна

- Последовательным наращиванием

$$W_4 = 48,914(1+0,2)+13,438 = 72,135$$

- или по формуле наращенной величины

$$W_4 = 13,438*((1+0,2)^4 – 1)/0,2 = 72,135$$

Погашение равными суммами долга

При годовом погашении размеры платежей по основному долгу будут равны

- $D/n=R1=R2=\ldots=Rn=const=R$

Остаток основного долга в начале каждого расчетного периода ($D_К$) определится как

- $Dк = D – R (к – 1)$
- D - сумма первоначального долга,
- к - номер расчетного периода.
-

Величина срочной уплаты в каждом расчетном периоде равна

- $Yк = Dк*i + R$

Подставив в (3.4) значение Dк, получим

- $Yк = Dк*i + R$
- $Yк = (D-R(к-1))*i + R$ (3.3)

При погашении задолженности чаще, чем раз в год при расчете появляется параметр p, отражающий частоту платежей в течение года, корректирующий размер выплаты по долгу

- $R = D/np$

И размер выплаты процентов соответственно

- $Iк = Dк*i/p$

Методы погашения долгосрочной задолженности

Погашение равными суммами долга

- **Пример.**

Кредит в сумме 100 тыс. рублей под 40% простых годовых выдан на 5 лет. Погашение процентов и взносы в фонд запланированы ежегодными платежами при погашении основного долга равными платежами. Рассчитать план погашения.

№ плате жа	Остаток непогашенной задолженности на нач. пер.(Dк)	Сумма выплаты долга R	Сумма выплаты процеитов(Iк)	Срочная уплата (Yк)
1	100	20	40	60
2	80	20	32	52
3	60	20	24	44
4	40	20	16	36
5	20	20	8	28
Итог		100	120	220

Методы погашения долгосрочной задолженности

Погашение равными суммами долга

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

- $R_{к+1} = R_к(1+i)$ (для годовых выплат).

Размер роста $R_к$ соответствует сумме уменьшения выплачиваемых процентов по долгу.

Платежи по погашению долга образовывают ряд:

- $R1, R1(1+i), R1(1+i)^2, R1(1+i)^3, \ldots.,R1(1+i)^n$.

Используя этот ряд, несложно определить размер погашенного долга на любой момент времени t (после очередной выплаты).

-
- t-1
- $W_t = \sum R1(1+i)^к$
- К=0

Соответственно, остаток непогашенной задолженности на начало периода t будет равен разнице D и Wt

Погашение равными срочными уплатами (аннуитетом)

- **Процентная доходность:**

$$\frac{FV-PV}{PV}*\frac{K}{365}=i, \quad \text{или} \quad \frac{FV-PV}{PV}*n=i.$$

Иначе $\boldsymbol{FV=PV*(1+n*i)}$ – простые проценты.

$$FV=PV*(1+i)^n \text{ – сложные проценты.}$$

FV

PV

1 n

Рис. Изменение FV по простым и сложным процентам

Методы погашения долгосрочной задолженности
Погашение равными срочными уплатами (аннуитетом)

- **Пример**

Тот же. Погашение равными суммами вместе с процентами.

- $Y= 100*0,4/(1-1,4^{-5}) = 49,136$ тыс. рублей
- $I_1 = D*i = 100*0,4 = 40$ тыс.руб.
- $R_1 = Y-I_1=49,136-40=9,136$ тыс.руб.

Остаток непогашенного долга на начало 2 года рассчитывается как разница между начальной суммой долга и размером погашенной задолженности первым платежом:

- $D_2 = D – R_1 = 100 – 9,136 = 90,864$ тыс. рублей

Далее сумма процентов в структуре срочной уплаты 49,136 тыс. рублей определяется из расчета процентов от остатка непогашенной задолженности $D_2 = 90,864$ тыс. рублей, что соответствует сумме $I_2 = 90,864*0,4 = 36,3456$ тыс. рублей

Методы погашения долгосрочной задолженности

Погашение равными срочными уплатами (аннуитетом)

№ платежа	Остаток непогаш задолж на нач периода Dk	Срочная уплата Y	Сумма выплаты процентов Ik	Сумма выплаты долга Rk
1	100	49,136	40	9,136
2	90,864	49,136	36,35	12,79
3	78,073	49,136	31,23	17,91
4	60,17	49,136	24,07	25,07
5	35,10	49,136	14,04	35,10
Итог		**245,68**	145,69	100

Методы погашения долгосрочной задолженности

Погашение равными срочными уплатами (аннуитетом)

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

- $R_{к+1} = R_к(1+i)$ (для годовых выплат).

Размер роста $R_к$ соответствует сумме уменьшения выплачиваемых процентов по долгу.

Платежи по погашению долга образовывают ряд:

- $R1, R1(1+i), R1(1+i)^2, R1(1+i)^3, ...,R1(1+i)^n$.

Используя этот ряд, несложно определить размер погашенного долга на любой момент времени t (после очередной выплаты).

$$W_t = \sum_{К=0}^{t-1} R1(1+i)^к$$

Соответственно, остаток непогашенной задолженности на начало периода t будет равен разнице D и Wt

Пример

Определить размер погашенного долга за 3 года и остаток к погашению до конца периода. (Условия предыдущей задачи).

Сумма взноса по погашению долга в первом периоде составляет R1=9,136 т. р.

Объем погашения за 3 года

- $Wз^{=}9,136 * s_{3,40} = 9,136*\{(1+0,4)^3-1\}/0,4 = 39,83$ т.руб.

Остаток к погашению равен

- D-Wз=100 - 39,83=60,17 т.руб., что соответствует данным таблицы.

Погашение схема «78»

- Пусть выдан потребительский кредит в сумме D на n лет. Общая сумма задолженности вместе с процентами за весь срок погашения равна
- $S = D (1+n*i)$.
- Поскольку погашение ведется равными долями от общей суммы задолженности, размер срочной уплаты рассчитывается
- $Y = S/n$
- При режиме погашения p раз в год - $Y = S/np$.
- В срочной уплате выделяются части, направленные на погашение процентов I_t и основного долга R_t: $Y = I_t + R_t$. При расчете плана погашения определяется размер процентного платежа, а затем - сумма, направленная на погашение основного долга:
- $R_t = Y – I_t$.

Методы погашения долгосрочной задолженности

Погашение схема «78»

Процентные выплаты расположены в последовательности np/Q, np-1/Q,...,1/Q.

Величина Q - сумма арифметической прогрессии 1,2,3,...,np с первым членом 1 и разностью 1. Эта сумма равна

$$Q=np(np+1)/2.$$

Например, при погашении задолженности в течение 2 лет ежемесячными платежами “правило 78” преобразуется в “правило 300”:

$$Q=2*12*(2*12+1)/2=:24*2\%/2=300$$

и процентные платежи в срочных уплатах расположены в последовательности

$I_1 = 24/300*I$, $I_2 = 23/300*I$,... ,$I_{24} = 1/300*I$.

Методы погашения долгосрочной задолженности
Погашение схема «78»

- **Пример.**
- Погашение потребительского кредита ведется в течение 5 лет. Сумма кредита - 100 тыс. рублей, проценты - 20% годовых. Погашение ежемесячное.
- $S=D(1+in)=100(1+0,2*5)=200$ т. рублей.
- Сумма процентов - $I=100$ т. рублей
- Срочная уплата $Y=200/5*12=3,33$ т. рублей
- $Q=5*12*61/2=1830$
- Для первого платежа находим
- $I_1=60/1830*100=3,27$ т. рублей, $R_1=3,33-3,27=0,06$ т. рублей

Методы погашения долгосрочной задолженности

Погашение схема «78»

Месяц	Остаток задолженности на начало месяца	Проценты	Погашение долга	Остаток долга на конец месяца
1	100	3,27	0,06	99,94
2	99,94	3,22	0,11	99,83
3	99,83	3,17	0,16	99,67
…				
59	6,95	0,11	3,22	3,275
60	3,275	0,054	3,275	0
Итого	100	100	100	