

## IV. Вычисление пределов функции в точке

Для вычисления пределов функции в точке используют те же правила, что и для вычисления предела на бесконечности.

**1.** Если функция существует в точке  $x = a$ , то ее предел равен  $f(a)$  (поэтому просто подставляем значение  $a$  в формулу функции).

Примеры:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x^2 + 5x + 3) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + 3 = 7$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \pi x}{\sqrt{x} + 4} = \frac{\sin 2\pi}{\sqrt{2} + 4} = \frac{0}{\sqrt{2} + 4} = 0$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 8}{x^2 - x + 4} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 8)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x + 4)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}.$$

## IV. Вычисление пределов функции в точке

**2.** Если функция не существует в точке  $x = a$ , то подстановку выполнять нельзя. Для дробно-рациональных функций используют следующий прием: сокращение числителя и знаменателя на  $(x - a)$ .

При разложении на множители используются формулы сокращенного умножения, вынесение за скобку, группировка, формула для квадратного трехчлена  $a(x - x_1)(x - x_2)$ , домножение на сопряженный множитель и т.д.

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{4x + 12} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{4(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x - 3}{4} = \frac{-3 - 3}{4} = -1,5.$$

$$2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 5)}{(x - 1)(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 5)}{(x - 3)} = -3$$

$$3) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)}{(x^2 + 2x + 4)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+6} - 3)(\sqrt{x+6} + 3)}{(x^2 - 3x)(\sqrt{x+6} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6-9}{x(x-3)(\sqrt{x+6} + 3)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{x-3}}{x\cancel{(x-3)}(\sqrt{x+6} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x(\sqrt{x+6} + 3)} = \frac{1}{3 \cdot (\sqrt{9} + 3)} = \frac{1}{3 \cdot (3+3)} = \frac{1}{18}$$

Следующие пределы вычислите самостоятельно:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{2x^2 + 3x - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 11x - 3}{x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{6x^3 - 4x^2}$$

$$4. \lim_{t \rightarrow -3} \frac{t^2 + 6t + 9}{t^2 + t - 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 4x - 21}{3x^2 + 8x - 3}$$

$$6. \lim_{a \rightarrow -2} \frac{5a^2 + 9a - 2}{3a^2 + 5a - 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{2x^2 - 7x - 4}{6x^2 + 7x + 2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$$

## Вычислите пределы функций на бесконечности:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 4x + 2}{5x^2 + 3x + 1}$$

---

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x^2 + 3x + 7}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 4x^2 + 7}{x^2 + 4x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x^2 + x + 1}{2x^3 + x + 13}$$