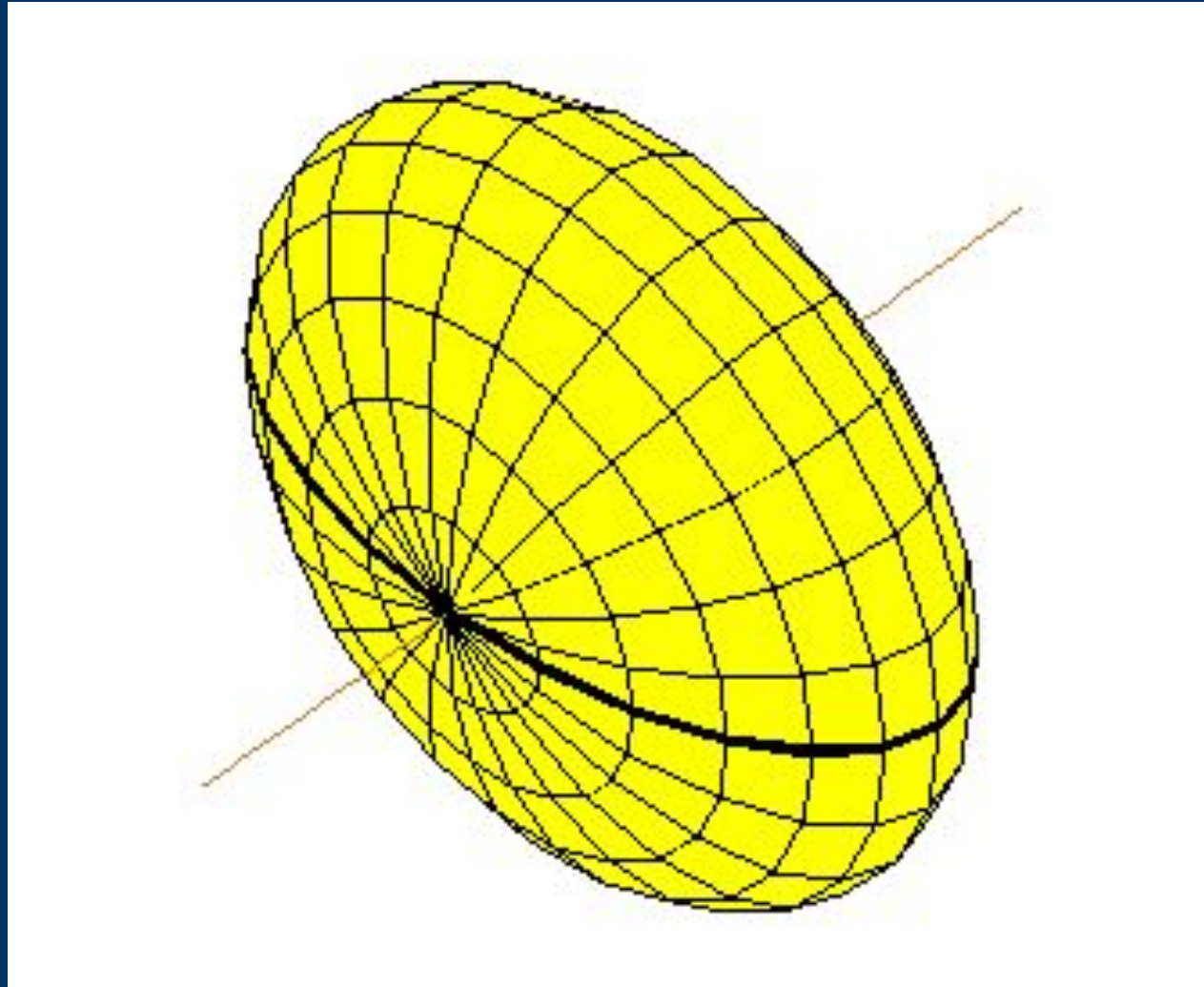


# ЭЛЛИПСОИД



- Эллипсоид — поверхность в трёхмерном пространстве, полученная деформацией сферы вдоль трёх взаимно перпендикулярных осей. *Каноническое уравнение* эллипсоида в декартовых координатах, совпадающих с осями деформации эллипсоида:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

- - 
  - 
  - 
  - 
  - где  $a, b, c$  — произвольные положительные числа.
  - Величины  $a, b, c$  называют полуосями эллипсоида. Также эллипсоидом называют тело, ограниченное поверхностью эллипсоида. Эллипсоид представляет собой одну из возможных форм поверхностей *второго порядка*.
- 
-

В случае, когда пара полуосей имеет одинаковую длину, эллипсоид может быть получен вращением эллипса вокруг одной из его осей. Такой эллипсоид называют *эллипсоидом вращения* или *сфероидом*.

- Эллипсоид более точно, чем сфера, отражает идеализированную поверхность *Земли*.
- Объём эллипсоида:

$$V = \frac{4}{3}\pi abc.$$

- Площадь поверхности эллипсоида вращения

$$S = 4\pi b^2 \left( 1 + \frac{2}{3}e^2 + \frac{3}{5}e^4 + \frac{4}{7}e^6 + \dots + \frac{k+1}{2k+1}e^{2k} + \dots \right).$$

- В элементарных функциях

$$S_{\text{oblate}} = 2\pi a^2 \left( 1 + \frac{1 - e^2}{e} \operatorname{arctanh} e \right), \quad e^2 = 1 - \frac{c^2}{a^2} \quad (c < a),$$
$$S_{\text{prolate}} = 2\pi a^2 \left( 1 + \frac{c}{ae} \sin^{-1} e \right), \quad e^2 = 1 - \frac{a^2}{c^2} \quad (c > a),$$

Oblate, prolate — сплюснутый и вытянутый соответственно.

*Вытянутый эллипсоид* вращения можно определить как геометрическое место точек пространства, для которых сумма расстояний до двух заданных точек (фокусов) постоянна.

Зеркало в виде вытянутого эллипсоида вращения обладает следующим свойством: лучи света, исходящие из одного из фокусов эллипсоида, после отражения соберутся в другом фокусе.

*Сплюснутый эллипсоид* вращения можно также определить как геометрическое место точек пространства, для которых сумма расстояний до ближайшей и до наиболее удалённой точки заданной окружности постоянна.