Решение задач на многогранники, цилиндр, конус, шар

Учитель математики
Токарева Инна Александровна
МБОУ гимназия №1
Г. Липецк

а) *Дано*: цилиндр, $AB_1 = 16$ см, $\angle B_1AB = 30°$ (рис. 1).

Найти: h; $R_{осн.}$

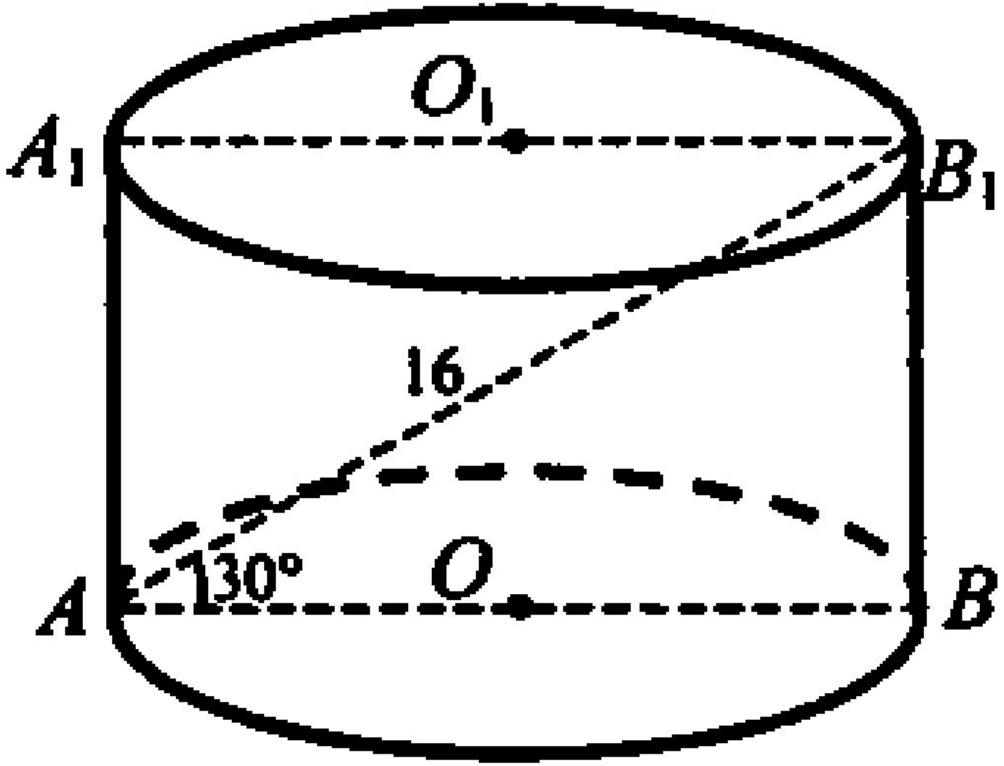


Рис. 1

б) *Дано*: цилиндр, $ABDC$ - квадрат; $AD = 12$ см (рис. 2).

Найти: S_{ABCD}; $S_{б.п.}$

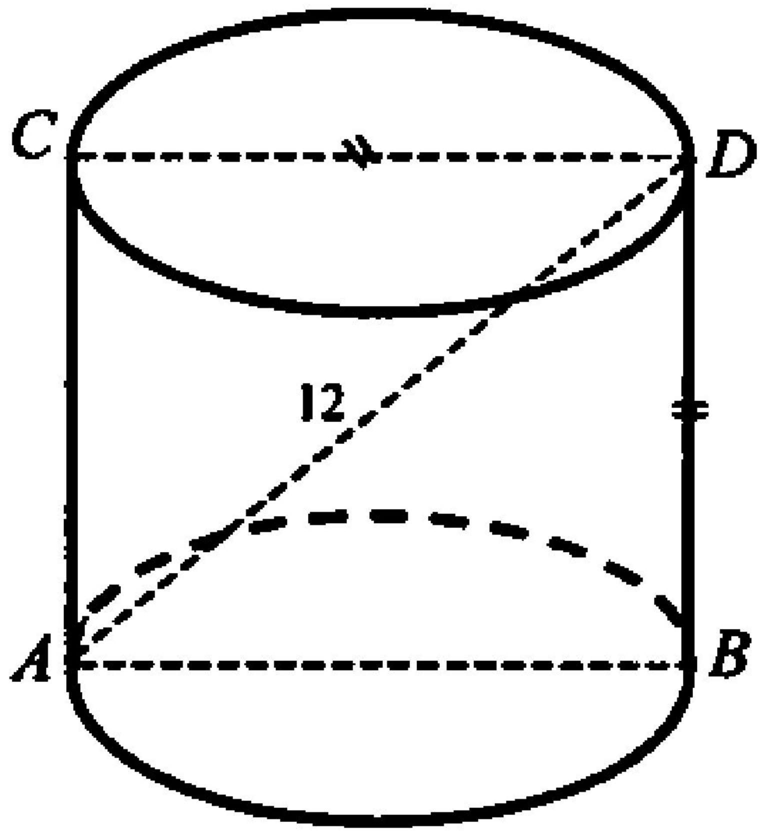


Рис. 2

в) *Дано*: конус, $\angle CSB = 120°$; $SB = 12$ см (рис. 3).
Найти: $h_к$; $R_{осн.}$

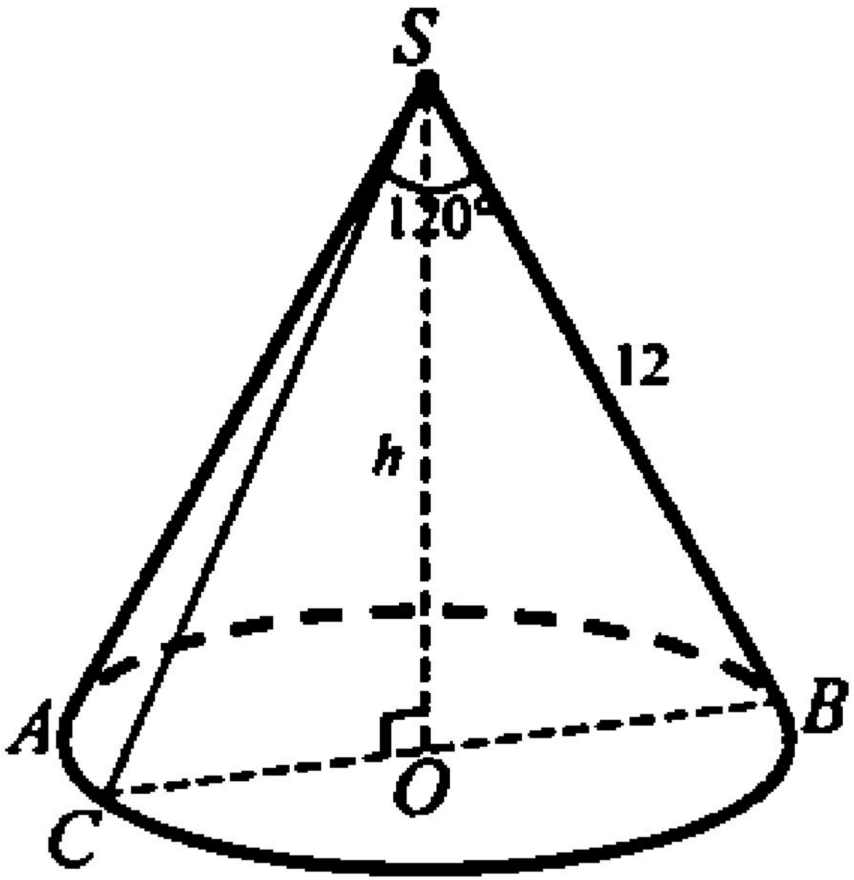


Рис. 3

г) *Дано*: конус, $SO = 16$ см; $SO_1 = 4$ см; $R_{\text{осн.}} = OB = 20$ см (рис. 4).

Найти: $S_{\text{сеч.}}$

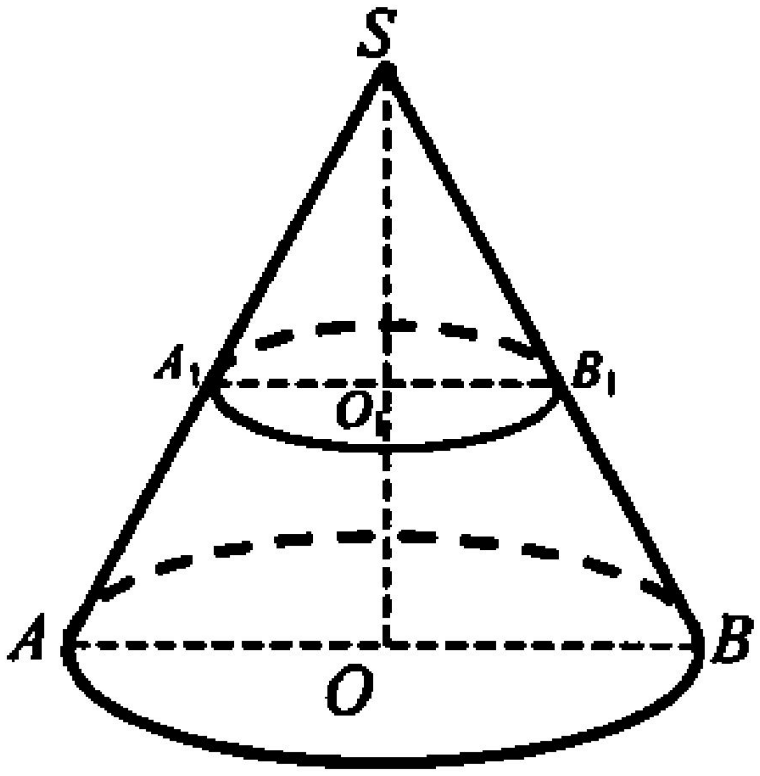


Рис. 4

д) *Дано*: шар, R – радиус шара, $\angle OAO_1 = \alpha$ (рис. 5).

Найти: $S_{\text{сеч.}}$

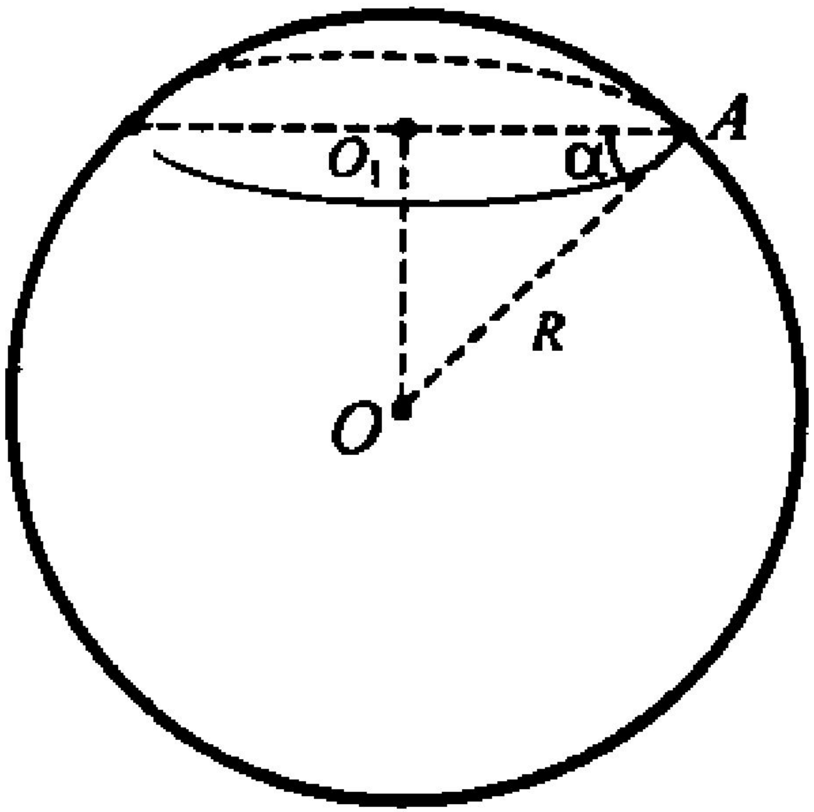


Рис. 5

е) *Дано*: шар; сечение шара плоскостью; ΔABC вписан в сечение; $AB = BC = 40$ см: $AC = 48$ см; $OO_1 = 5$ см (рис. 6).

Найти: $R_{шара}$; $R = OD$.

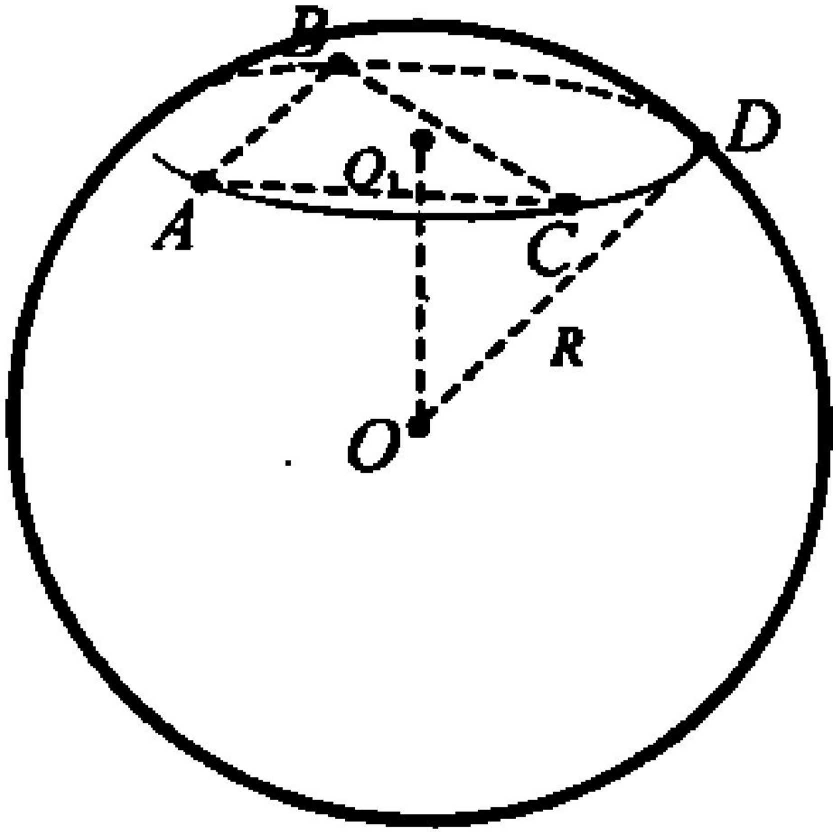


Рис. 6

Ответы к задачам:

а) $h = 8$ см; $R = 4\sqrt{3}$ см.

б) $S_{ABCD} = 72$ см^2; $S_{б.п.} = 72\pi$ см^2.

в) $h = 6$ см; $R_{осн.} = 6\sqrt{3}$ см.

г) $S_{сеч.} = 25\pi$ см^2.

д) $\pi R^2 \cos^2\alpha$.

е) $5\sqrt{26}$ см.

Тест

Вариант I

1. Если сфера касается всех граней многогранника, то она называется…
а) описанной около многогранника;
б) вписанной в многогранник;
в) касательной к многограннику.

2. Все вершины многогранника лежат на сфере, такой многогранник называется…
а) вписанным в сферу;
б) описанным около сферы;
в) касательным к сфере.

3. Шар можно вписать в…
а) произвольную призму;
б) треугольную пирамиду;
в) треугольную призму.

4. В прямую призму, в основание которой вписана окружность, можно вписат сферу, если…
а) высота призмы равна диаметру вписанной окружности;
б) центр сферы лежит на высоте призмы;
в) высота призмы равна радиусу вписанной окружности.

5. Во всякий цилиндр можно вписать сферу, если…
а) центр сферы лежит на оси цилиндра;
б) сфера касается оснований цилиндра;
в) его осевое сечение – квадрат.

Вариант II

1. Если на сфере лежат все вершины многогранника, то она называется…
а) описанной около многогранника;
б) вписанной в многогранник;
в) касательной к многограннику.

2. Если каждая грань многогранника является касательной плоскостью к сфере, то такой многогранник называется…
а) вписанным в сферу;
б) описанным около сферы;
в) касательным к сфере.

3. Шар можно описать около…
а) любой призмы;
б) любой правильной пирамиды;
в) наклонной призмы.

4. В прямую призму вписана сфера, около призмы еще описана сфера, центры этих сфер…
а) лежат на разных диагоналях призмы;
б) принадлежат высоте призмы и не совпадают;
в) совпадают.

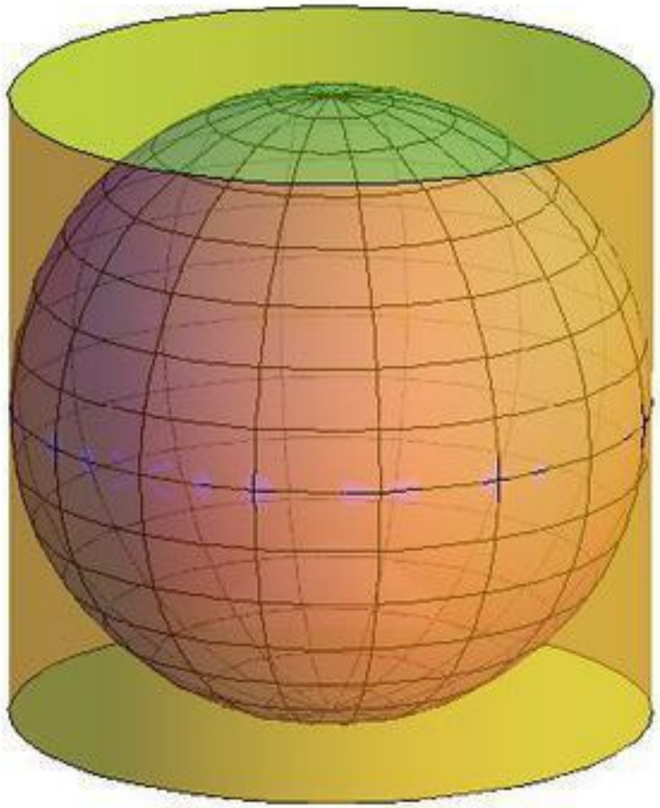
5. Около любого цилиндра можно описать сферу. Основания цилиндра являются…
а) касательными плоскостями к сфере;
б) большим кругом сферы;
в) сечениями сферы.

Ответы:

	1	2	3	4	5
Вариант I	б	а	б	а	в
Вариант II	а	б	б	в	в

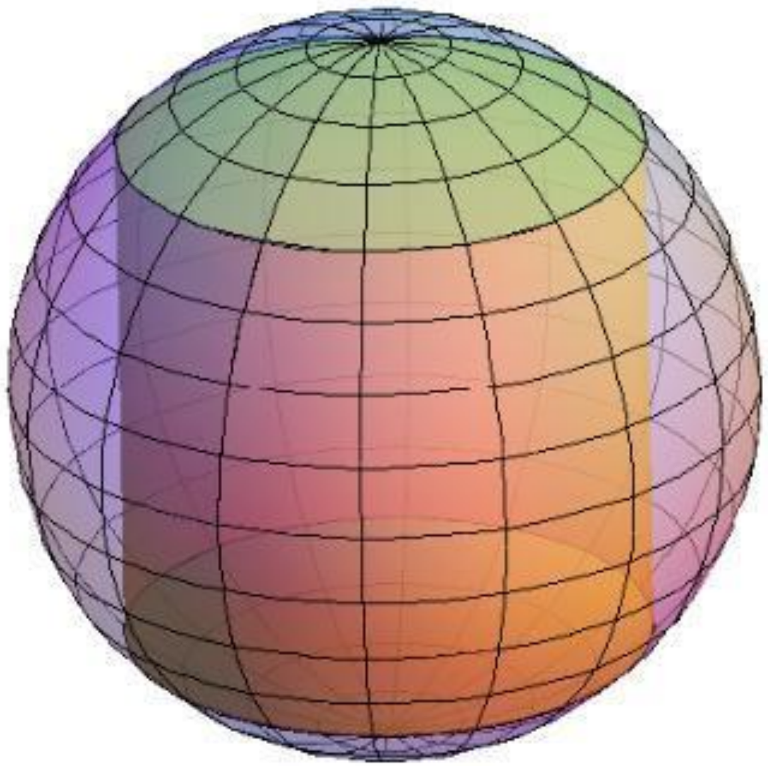
Сфера, вписанная в цилиндр

Сфера называется вписанной в цилиндр, если она касается его оснований и боковой поверхности (касается каждой образующей). При этом цилиндр называется описанным около сферы.



Сфера, описанная около цилиндра

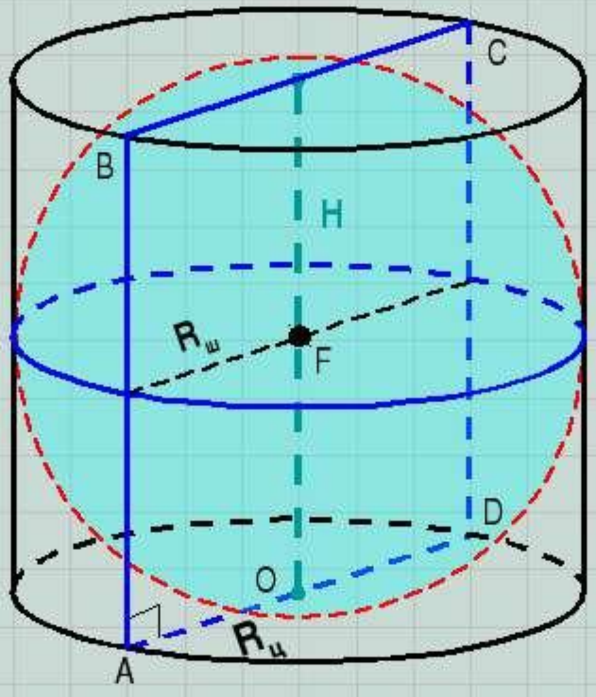
Цилиндр называется вписанным в сферу, если окружности оснований цилиндра лежат на сфере. При этом сфера называется описанной около цилиндра.



- Во всякий цилиндр можно вписать сферу, если его осевое сечение квадрат.

- Около любого цилиндра можно описать сферу. Основания цилиндра являются сечениями сферы.

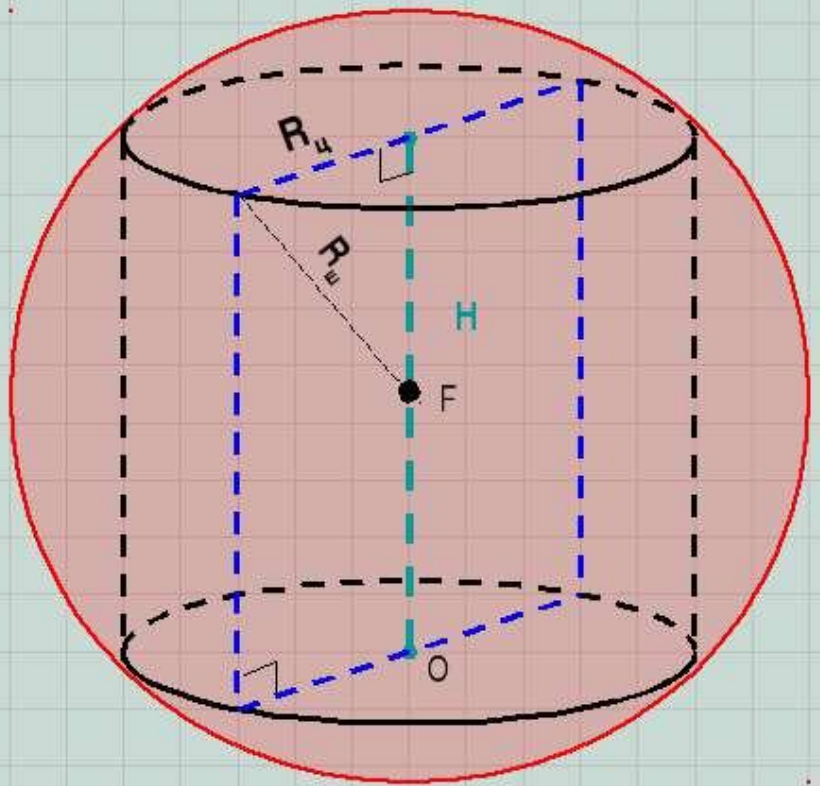
Шар (сфера), вписанные в цилиндр. Центр – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.



Осевое сечение ABCD – квадрат.
Цилиндр – *равносторонний*.

$$R_{\check{r}} = R_{\ddot{o}} = \frac{H}{2}$$

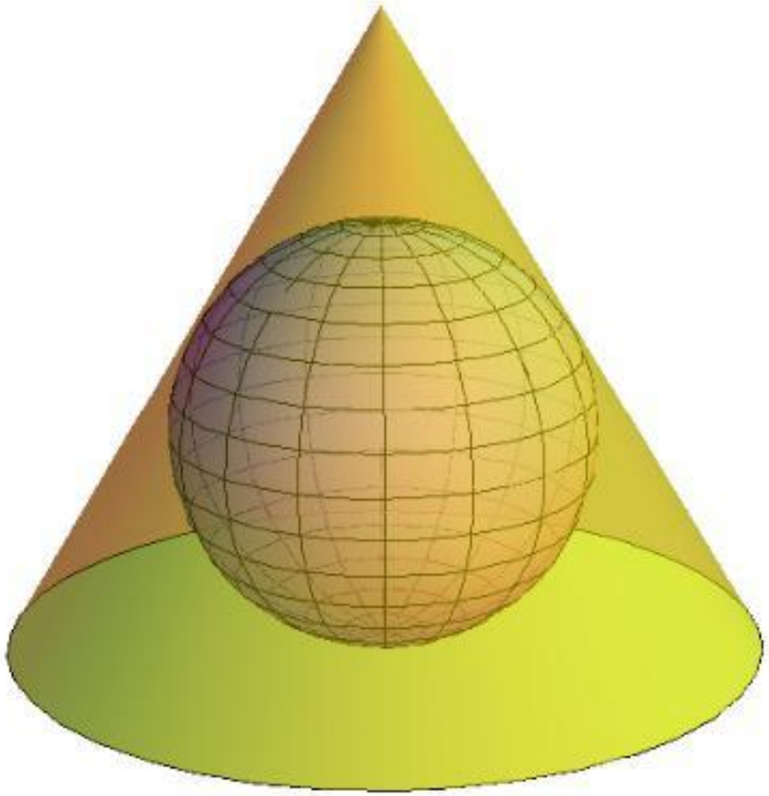
Шар (сфера), описанные около цилиндра. Центр – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.



$$\frac{H^2}{4} + R_{\ddot{o}}^2 = R_{\check{r}}^2$$

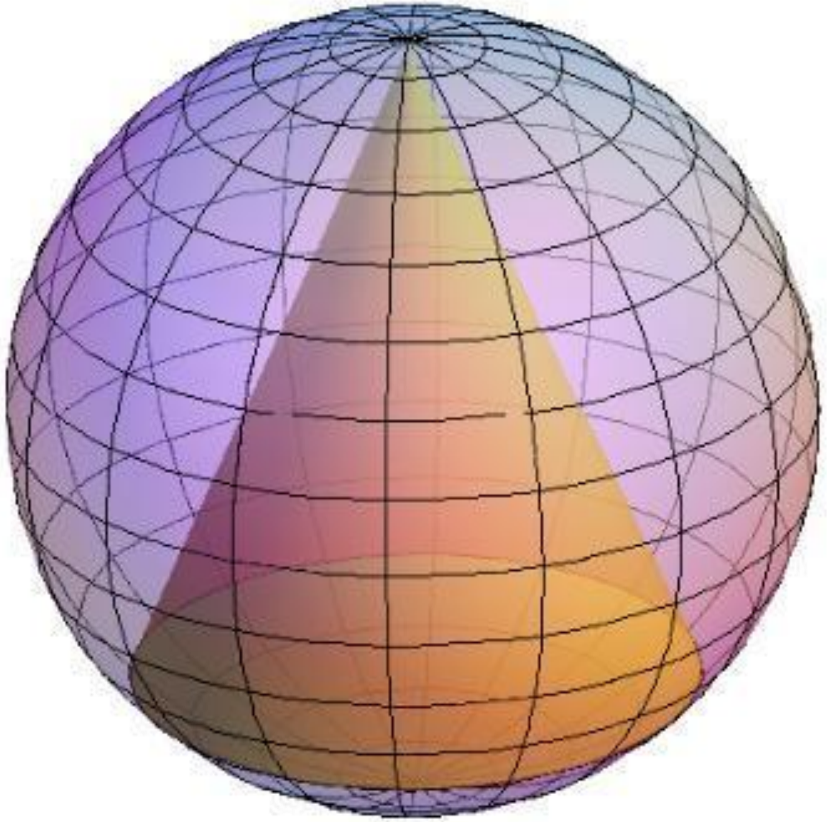
Сфера, вписанная в конус

Сфера называется вписанной в конус, если она касается его основания и боковой поверхности (касается каждой образующей). При этом конус называется описанным около сферы.

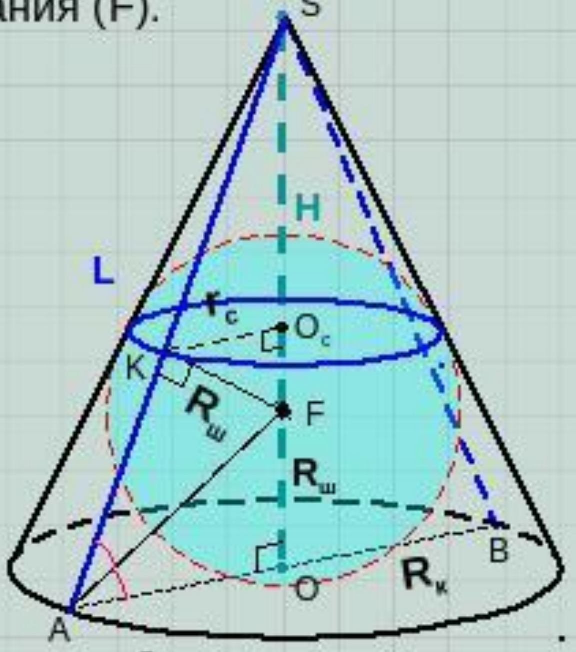


Сфера, описанная около конуса

Сфера называется описанной около конуса, если вершина и окружность основания конуса лежат на сфере. При этом конус называется вписанным в сферу.



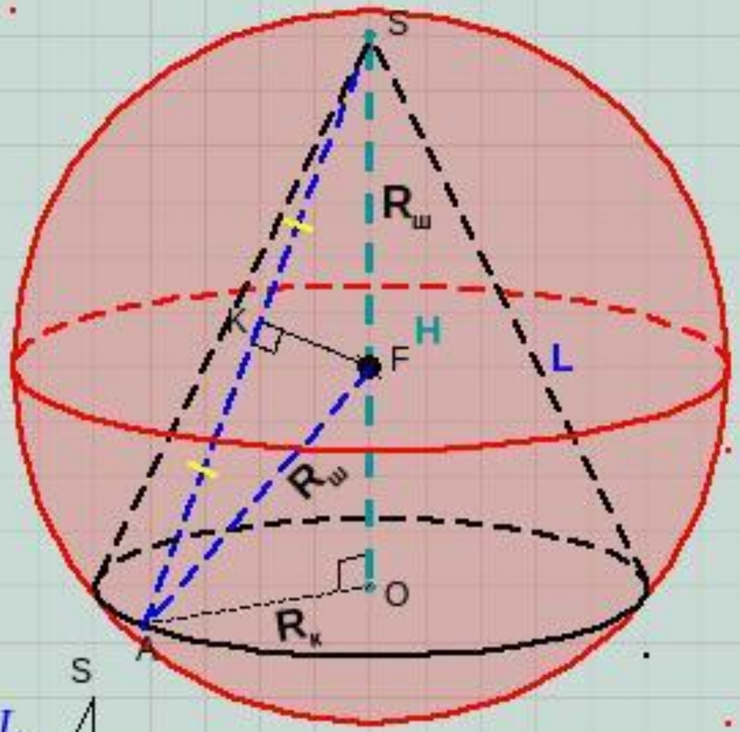
Шар (сфера), вписанные в конус. Центр – точка пересечения высоты конуса и биссектрисы угла между образующей конуса и плоскостью основания (F).



$$\Delta SKF \sim \Delta SOA$$

$$\frac{R_ш}{H - R_ш} = \frac{R_к}{L}$$

Шар (сфера), описанные около конуса. Центр – точка пересечения высоты конуса и серединного перпендикуляра к образующей конуса (F).



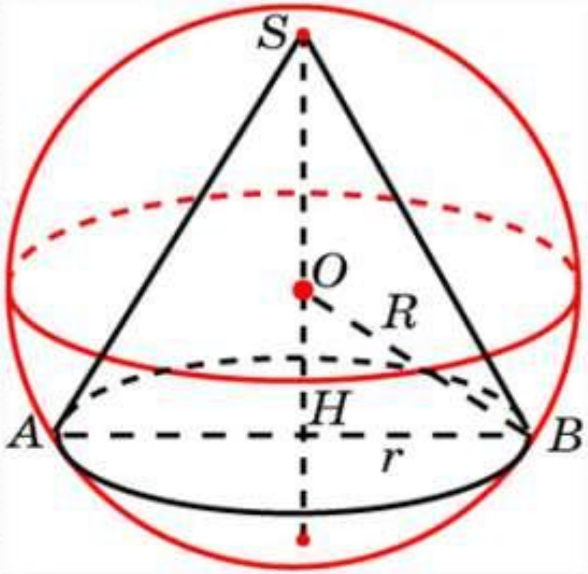
$$\Delta SKF \sim \Delta SOA$$

$$\frac{R_ш}{L} = \frac{L/2}{H} = \frac{KF}{R_к}$$

PPt4WEB.ru

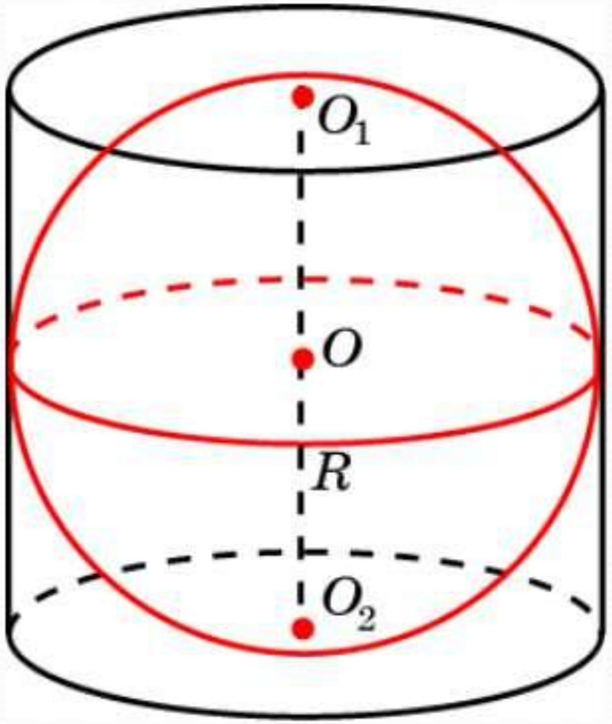
Упражнение 2

Около конуса, радиус основания которого равен 4, описана сфера радиуса 5. Найдите высоту *h* конуса.



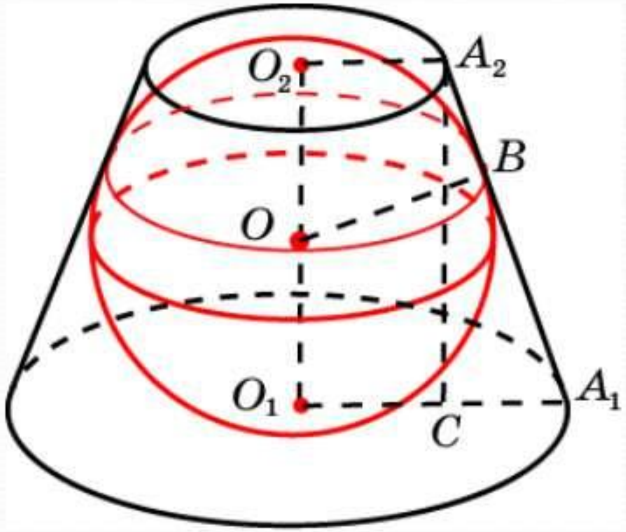
Упражнение 3

Радиус основания цилиндра равен 2. Какой должна быть высота цилиндра, чтобы в него можно было вписать сферу?



Упражнение 1

В усеченный конус, радиусы оснований которого равны 2 и 1, вписана сфера. Найдите радиус сферы и высоту усеченного конуса.



Решение. Имеем: $A_1B = A_1O_1 = 2$, $A_2B = A_2O_2 = 1$. Следовательно, $A_1A_2 = 3$, $A_1C = 1$.

$$O_1O_2 = A_2C = \sqrt{A_1A_2^2 - A_1C^2} = 2\sqrt{2}.$$

Таким образом,

$$r = \sqrt{2},\ h = 2\sqrt{2}.$$