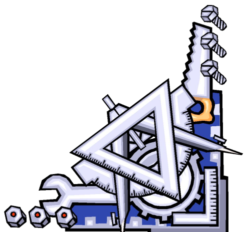
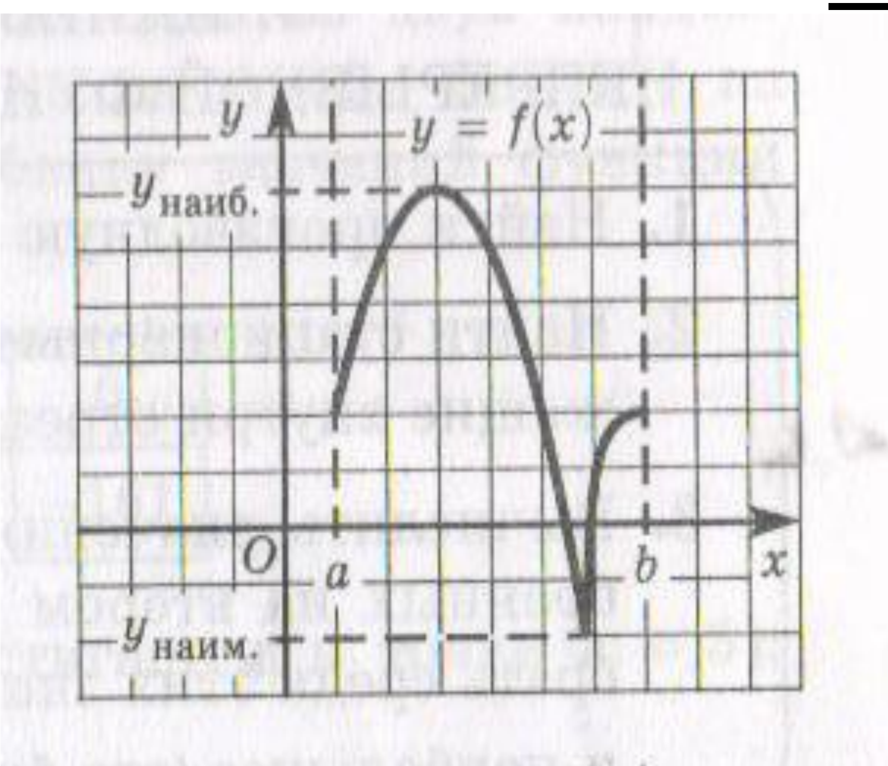
Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин.

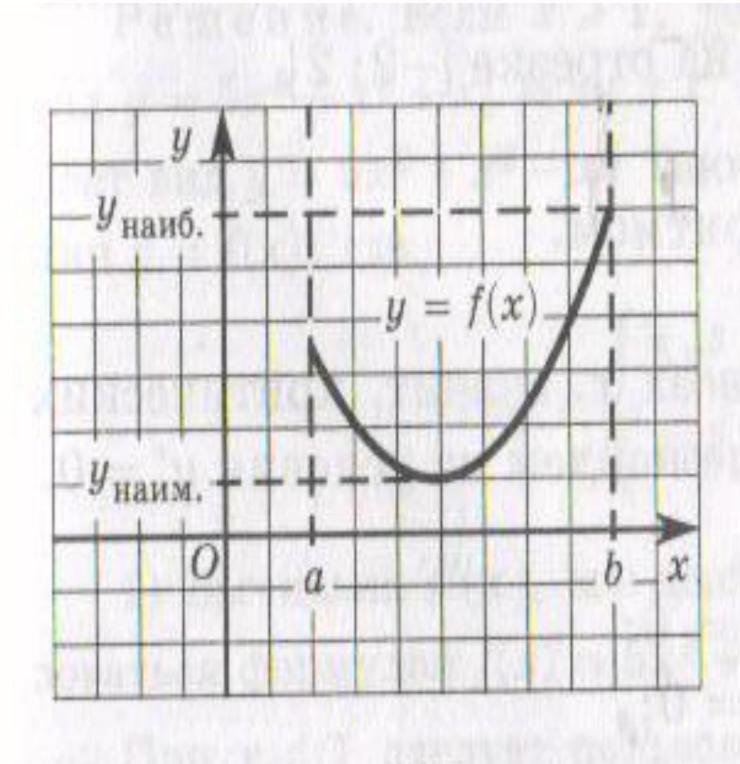
Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на

- ***Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем <u>и наибольшего, и наименьшего значений.</u>***



Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как <u>на концах отрезка, так и внутри него.</u>

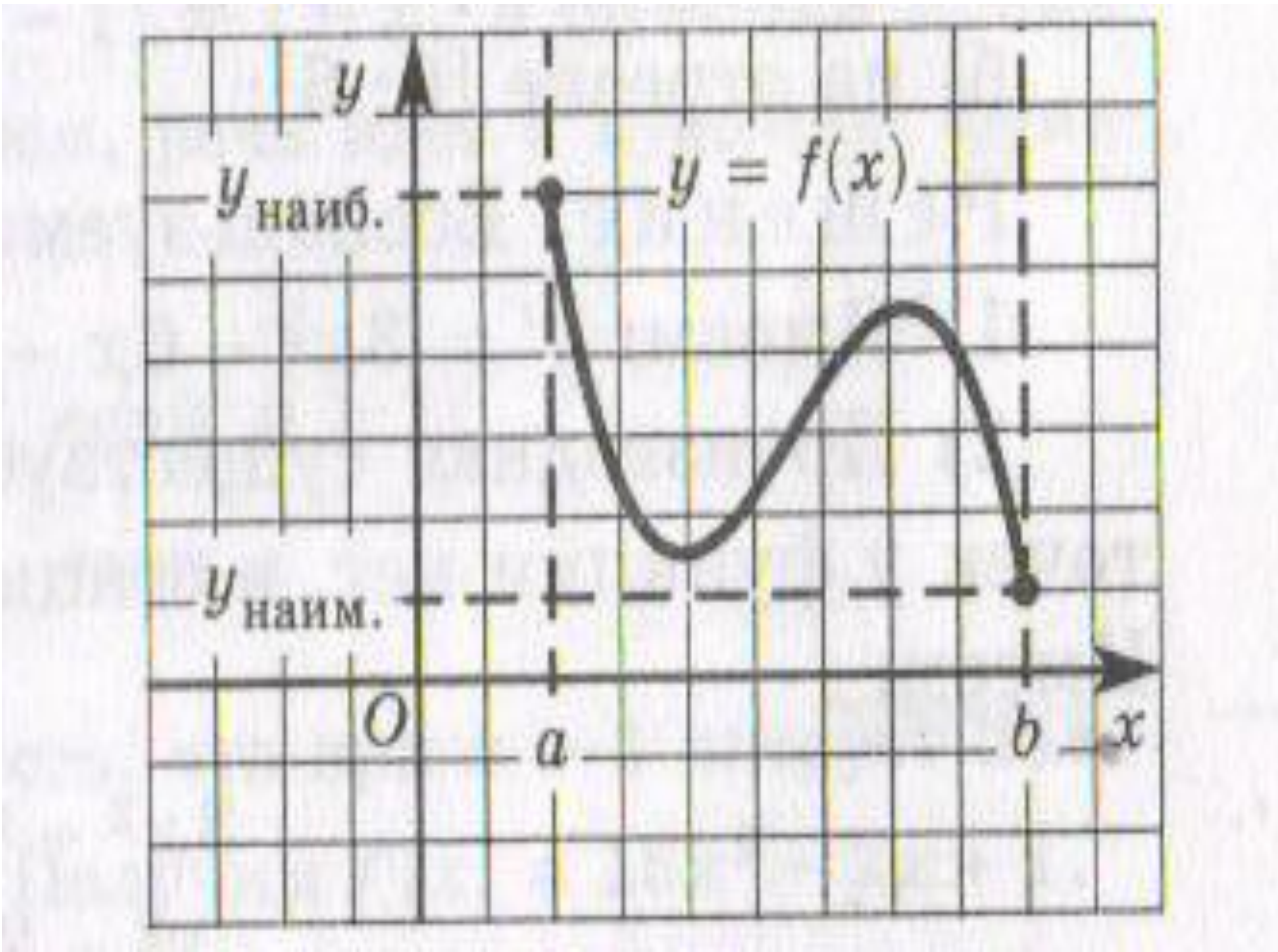




Наибольшее и наименьшее значения достигаются <u>внутри отрезка</u>.

Наименьшее значение достигается внутри отрезка, а наибольшее на его конце.

Наибольшее и наименьшее значения функции достигаются на концах отрезка.



Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции y=f(x) на отрезке [а;в].

1. Найти производную функции $f^{/}(x)$ ***.***

2.Найти точки, в которых производная обращается в 0

3. На числовой прямой отметить отрезок [a;b]и отметить точки, лежащие внутри отрезка [а;в].

4.Вычислить значения функции y=f(x) в точках, отобранных на втором шаге, и в точках а и в .

5. Выбрать среди этих значений наименьшее (это будет) и наибольшее.

Пример. ***Найти наименьшее и наибольшее значения функции*** $f(x)=12x-x^3+5$ ***на отрезке [-4;0].***

Решение:

$$D(f)-R.$$

$$1. f'(x)=12-3x^2.$$

$$D(f')-R.$$

2.***Решим уравнение*** $f'(x)=0$

$$12-3x^2=0;$$

$$3x^2=12;$$

$$x_1=2; x_2=-2.$$

3 *.определимпринадлежностьточекотрезку*

$$2\notin[-4;0], -2\in[-4;0].$$

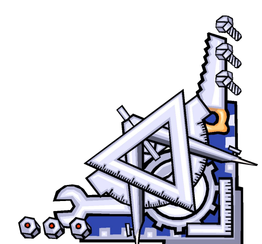
$$4. f(-2)=12\cdot(-2)-(-2)^3+5=-11;$$

$$f(-4)=12\cdot(-4)-(-4)^3+5=21;$$

$$f(0)=5;$$

$$\mathbf{5.}\ \max_{[-4;0]} f(x)=f(-4)=\mathbf{21};$$

$$\min_{[-4;0]} f(x)=f(-2)=\mathbf{-11}$$



Пример. ***Найти наименьшее и наибольшее значения функции*** $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$ ***на отрезке [-3;3].***

Решение:

$$D(f) - R.$$

$$1.\ f'(x) = -3x^2 + 6x.$$

$$D(f') - R.$$

2. ***Критических точек нет.***
Найдём стационарные точки.

$$-3x^2 + 6x = 0;$$

$$x(-3x + 6) = 0;$$

$$x_1 = 0;\ x_2 = 2.$$

$$3.\ 0 \in [-3;3],\ 2 \in [-3;3].$$

$$4.\ f(0) = 4;$$

$$f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 4 = 8;$$

$$f(-3) = -(-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 + 4 = 58;$$

$$f(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 4 = 4.$$

Ответ: f(-3)=58 – наибольшее значение функции;
f(0)=f(3)=4 – наименьшее значение функции.