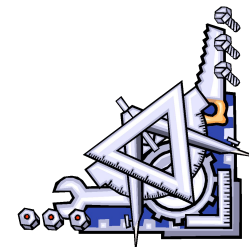
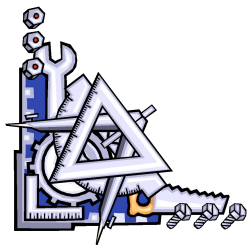
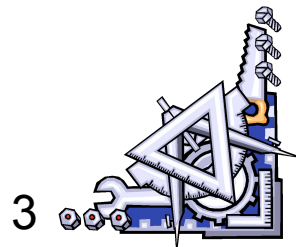
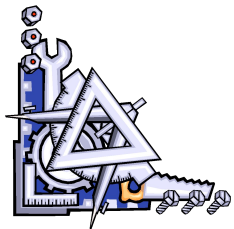


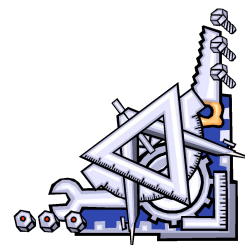
***Применение  
производной для  
нахождения  
наибольших и  
наименьших значений  
величин.***



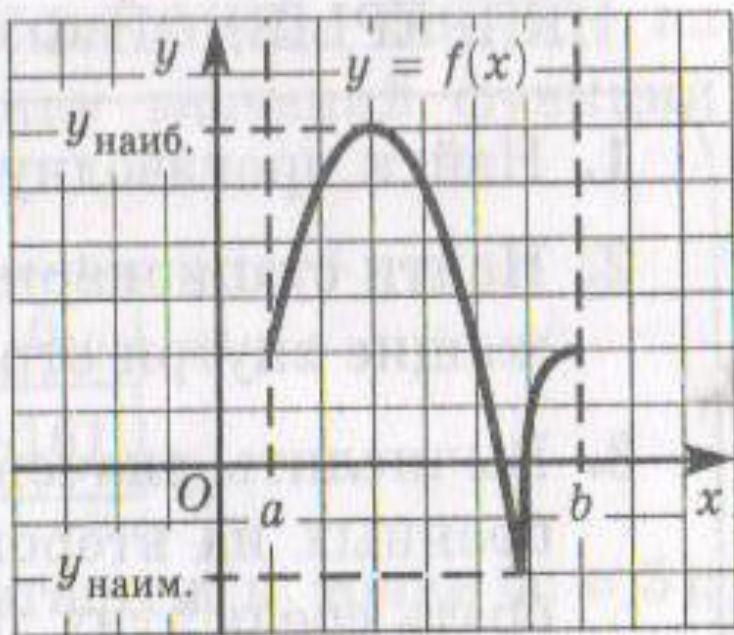
# Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на



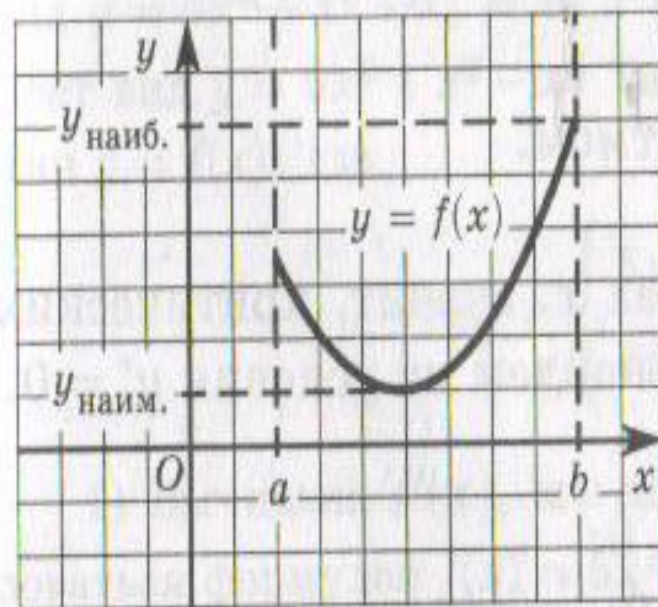
**□ Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и наибольшего, и наименьшего значений.**



**Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.**

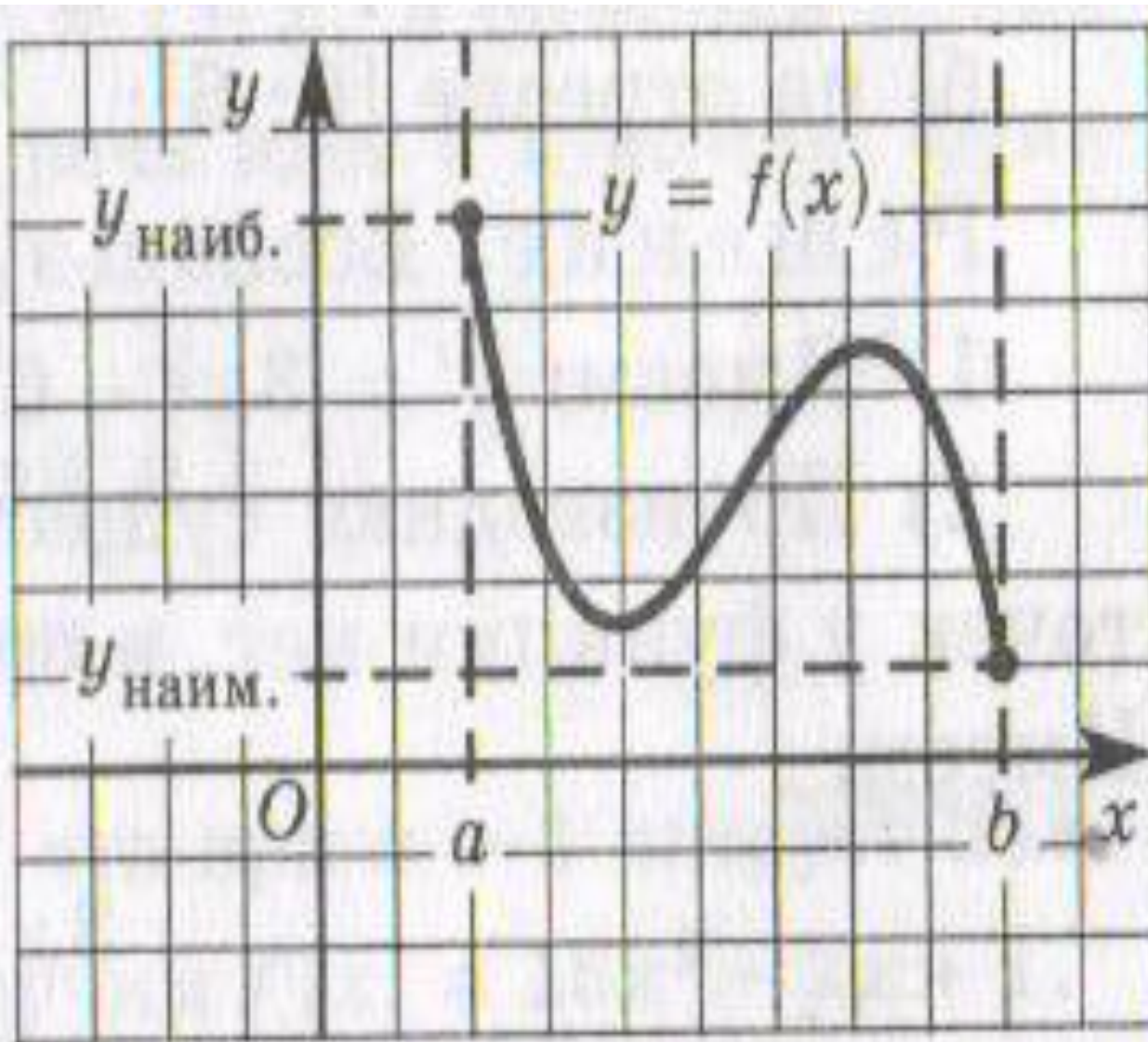


**Наибольшее и наименьшее значения достигаются внутри отрезка.**



**Наименьшее значение достигается внутри отрезка, а наибольшее на его конце.**

**Наибольшее и наименьшее значения функции достигаются на концах отрезка.**



**Алгоритм нахождения наименьшего и  
наибольшего значений непрерывной  
функции  $y=f(x)$  на отрезке  $[a;b]$ .**

1. Найти производную функции  $f'(x)$ .
2. Найти точки, в которых производная обращается в 0
3. На числовой прямой отметить отрезок  $[a;b]$  и отметить точки, лежащие внутри отрезка  $[a;b]$ .
4. Вычислить значения функции  $y=f(x)$  в точках, отобранных на втором шаге, и в точках  $a$  и  $b$ .
5. Выбрать среди этих значений наименьшее (это будет ) и наибольшее.

**Пример.** Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x) = 12x - x^3 + 5$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

**Решение:**

$$D(f) = \mathbb{R}.$$

$$1. f'(x) = 12 - 3x^2.$$

$$D(f') = \mathbb{R}.$$

$$2. \text{Решим уравнение } f'(x) = 0$$

$$12 - 3x^2 = 0;$$

$$3x^2 = 12;$$

$$x_1 = 2; x_2 = -2.$$

3. определим принадлежность точек отрезку

$$2 \notin [-4; 0], -2 \in [-4; 0].$$

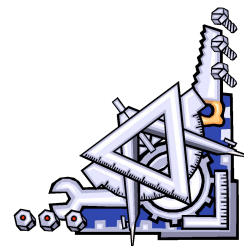
$$4. f(-2) = 12 \cdot (-2) - (-2)^3 + 5 = -11;$$

$$f(-4) = 12 \cdot (-4) - (-4)^3 + 5 = 21;$$

$$f(0) = 5;$$

$$5. \max_{[-4; 0]} f(x) = f(-4) = 21;$$

$$\min_{[-4; 0]} f(x) = f(-2) = -11$$



**Пример.** Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$  на отрезке  $[-3;3]$ .

**Решение:**

$$D(f) = R.$$

$$1. f'(x) = -3x^2 + 6x.$$

$$D(f') = R.$$

**2. Критических точек нет.**

**Найдём стационарные точки.**

$$-3x^2 + 6x = 0;$$

$$x(-3x + 6) = 0;$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2.$$

$$3. 0 \in [-3;3], 2 \in [-3;3].$$

$$4. f(0) = 4;$$

$$f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 4 = 8;$$

$$f(-3) = -(-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 + 4 = 58;$$

$$f(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 4 = 4.$$

**Ответ:**  $f(-3) = 58$  – наибольшее значение функции;  
 $f(0) = f(3) = 4$  – наименьшее значение функции.

