



ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ ПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ В ДРУГУЮ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРЕ

10 класс



ИЗДАТЕЛЬСТВО

БИНОМ

Ключевые слова

- система счисления
- триада
- тетрада
- «компьютерные» системы счисления
- «быстрый» перевод



Перевод целого десятичного числа в систему счисления с основанием q

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

Вопросы и задания



№ 1. $13_{10} = X_2 = 1101_2$

$$\begin{array}{r} 13 \quad | \quad 2 \\ \hline 12 \quad 6 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \quad 6 \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \hline \quad 0 \quad 2 \quad 1 \quad | \quad 2 \\ \hline \quad \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\ \hline \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

№ 2. $44_{10} = X_2 = 101100_2$

| | | | | | |
|----|----|----|---|---|---|
| 44 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

№ 3. $172_{10} = X_8 = 254_8$

$$\begin{array}{r} 172 \quad | \quad 8 \\ \hline 16 \quad 21 \quad | \quad 8 \\ \hline 12 \quad 16 \quad 2 \quad | \quad 8 \\ \hline 8 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \\ \hline 4 \quad 2 \end{array}$$

№ 4. $172_{10} = X_{16} = AC_{16}$

$$\begin{array}{r} 172 \quad | \quad 16 \\ \hline 160 \quad 10 \quad | \quad 16 \\ \hline 12 \quad 0 \quad 0 \\ \hline (C) \quad 10 \\ \hline (A) \end{array}$$

| | |
|---|----|
| A | 10 |
| B | 11 |
| C | 12 |
| D | 13 |
| E | 14 |
| F | 15 |

Реши
сам



Решите самостоятельно



№ 5. Переведите десятичные числа в указанные системы счисления.

$$\text{а) } 100_{10} = 1100100_2$$

$$\text{е) } 233_{10} = 11101001_2$$

$$\text{б) } 187_{10} = 273_8$$

$$\text{ж) } 302_{10} = 456_8$$

$$\text{в) } 2572_{10} = A0C_{16}$$

$$\text{з) } 3802_{10} = EDA_{16}$$

$$\text{г) } 1458_{10} = 21313_5$$

$$\text{и) } 950_{10} = 12300_5$$

$$\text{д) } 53_{10} = 1222_3$$

$$\text{к) } 41_{10} = 1112_3$$

ОТВЕТ

Перевод целого десятичного числа в двоичную систему счисления

Для перевода числа X ($X \leq 10000$) в двоичную систему счисления можно воспользоваться таблицей степеней двойки.

№ 6. $529_{10} = X_2 = 1000010001_2$

Решение:

Представим число в виде суммы степеней двойки, для этого:

- возьмем максимально возможное значение, не превышающее исходное число ($512 < 529$);
- найдем разность между исходным числом и этим значением (17);
- выпишем степень двойки, не превышающее эту разность и т. д.

$$\begin{aligned} 529_{10} &= 512 + 17 = 512 + 16 + 1 = \\ &= 2^9 + 2^4 + 2^0 = 1000010001_2 \end{aligned}$$

| 2^{10} | 2^9 | 2^8 | 2^7 | 2^6 | 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1024 | 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

Решим
сам



Решите самостоятельно



№ 7. Переведите десятичные числа в двоичную систему счисления, используя таблицу степеней двойки:

| 2^{10} | 2^9 | 2^8 | 2^7 | 2^6 | 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1024 | 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

а) $97_{10} = 1100\ 001_2$

г) $84_{10} = 1010100_2$

б) $328_{10} = 101001000_2$

д) $292_{10} = 100100100_2$

в) $1090_{10} = 10001000010_2$

е) $547_{10} = 1000100011_2$

ОТВЕТ

Перевод десятичной дроби в систему счисления с основанием q

Для перевода конечной десятичной дроби в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведения на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равна нулю или не будет достигнута требуемая точность представления числа;
- 2) полученные целые части (цифры числа) привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

№ 8. $0,375_{10} = X_2 = 0,011_2$

$$\begin{array}{r} \times 0,375 \\ \underline{\quad\quad} \\ 0,750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,75 \\ \underline{\quad\quad} \\ 1,50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,5 \\ \underline{\quad\quad} \\ 1,0 \end{array}$$

| Операция | Результат |
|-----------------|-----------|
| $0,375 \cdot 2$ | 0,750 |
| $0,75 \cdot 2$ | 1,500 |
| 0,5 | 1,000 |

Реши
сам



Решите самостоятельно



№ 9. Переведите десятичные дроби в систему счисления с указанным основанием (с точностью до трех знаков после запятой):

а) $0,625_{10} = 0,101_2$

г) $0,750_{10} = 0,110_2$

б) $0,245_{10} = 0,175_8$

д) $0,125_{10} = 0,100_8$

в) $0,460_{10} = 0,75C_{16}$

е) $0,365_{10} = 0,5D7_{16}$

ОТВЕТ

Решите самостоятельно



№ 10. Переведите смешанные десятичные числа в систему счисления с указанным основанием (с точностью до трех знаков после запятой):

При переводе смешанных чисел из десятичной системы счисления в любую другую отдельно (по разным правилам) переводится целая и дробная части.

$$\text{а) } 98,75_{10} = 1100010,110_2 \quad \text{г) } 43,125_{10} = 101011,001_2$$

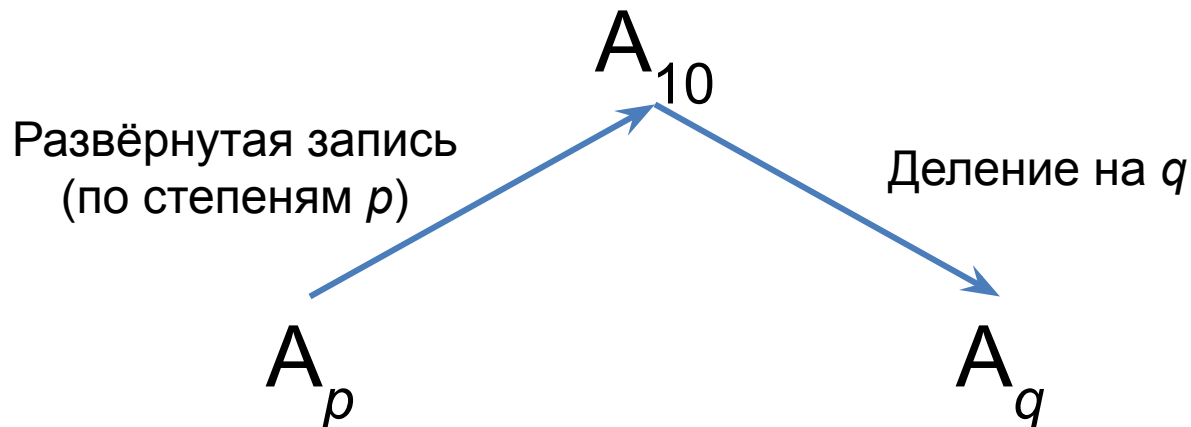
$$\text{б) } 100,375_{10} = 144,300_8 \quad \text{д) } 16,78_{10} \approx 20,617_8$$

$$\text{в) } 121,121_{10} \approx 79,1EF_{16} \quad \text{е) } 750,750_{10} = 2EE,C00_{16}$$

ОТВЕТ

Перевод чисел из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q

При необходимости перевод целого числа A из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q можно свести к хорошо знакомым действиям с десятичной системой счисления: перевести исходное число в десятичную систему счисления, после чего полученное десятичное число представить в требуемой системе счисления.





Перевод целых чисел из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q

$$p > q$$

1. Все действия производятся в исходной системе счисления p .
2. Делим число и полученные неполные частные на основание другой системы счисления до тех пор, пока неполное частное не станет равным нулю. Полученную в ходе деления последовательность остатков записываем в обратном порядке.

Пример. $13_5 = X_3 = 22_3$

Все действия производим в 5-ной системе счисления.

$$\begin{array}{r}
 13 \quad | \quad 3 \\
 \hline
 11 \quad | \quad 2 \quad | \quad 3 \\
 \hline
 2 \quad | \quad 0 \quad | \quad 0 \\
 \hline
 \quad \quad | \quad 2
 \end{array}$$

↙

Проверка:

$$13_5 = 1 \cdot 5 + 3 = 8_{10}$$

$$22_3 = 2 \cdot 3 + 2 = 8_{10}$$



Перевод чисел из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q

$$p < q$$

1. Записать исходное число в развернутой форме:

$$a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0,$$

где p - старое основание.

2. Произвести вычисления в новой системе счисления q .

Пример. $21_3 = X_5 = 12_5$

Все действия производим в 5-ной системе счисления.

$$2 \cdot 3 + 1 \cdot 3^0 = 11 + 1 = 12_5$$

Проверка:

$$21_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7_{10}$$

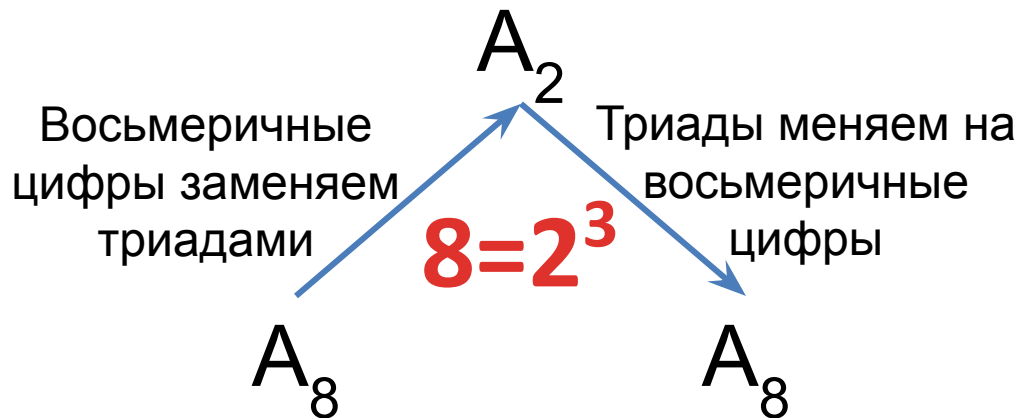
$$12_5 = 1 \cdot 5 + 2 = 7_{10}$$

Быстрый перевод чисел в компьютерных системах счисления

Способ «быстрого» перевода основан на том, что каждой цифре числа в системе счисления, основание которой q кратно степени двойки, соответствует число, состоящее из n ($q=2^n$) цифр в двоичной системе счисления. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (*триадами*) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (*тетрадами*) позволяет осуществлять быстрый перевод. Для этого:

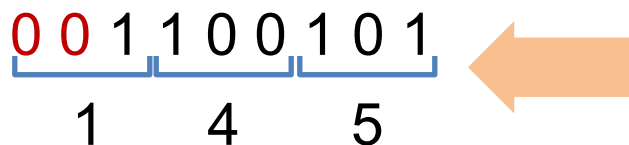
- 1) данное двоичное число надо разбить справа налево на группы по n цифр в каждой;
- 2) если в последней левой группе окажется меньше n разрядов, то её надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов;
- 3) рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой системы счисления с основанием $q = 2^n$.

Перевод целых чисел между двоичной и восьмеричной системами счисления

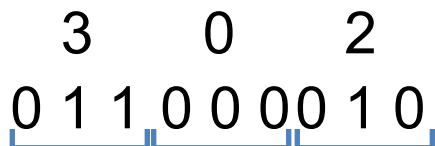


| Цифра | → | Триада | | |
|-------|---|--------|---|---|
| 0 | → | 0 | 0 | 0 |
| 1 | → | 0 | 0 | 1 |
| 2 | → | 0 | 1 | 0 |
| 3 | → | 0 | 1 | 1 |
| 4 | → | 1 | 0 | 0 |
| 5 | → | 1 | 0 | 1 |
| 6 | → | 1 | 1 | 0 |
| 7 | → | 1 | 1 | 1 |

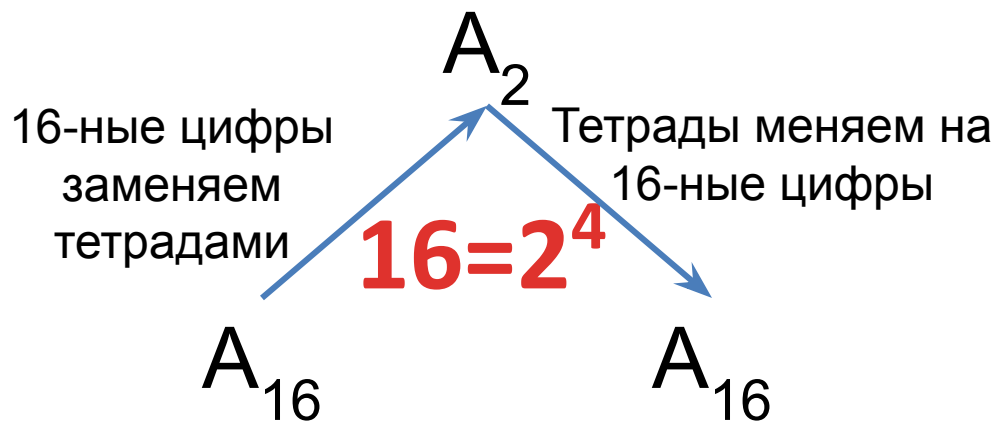
№ 11. $1100101_2 = X_8 = 145_8$



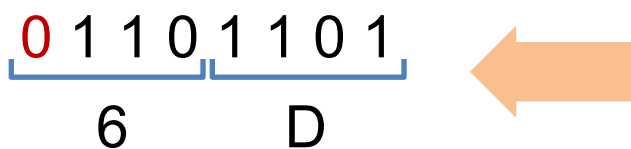
№ 12. $302_8 = X_2 = 11000010_2$



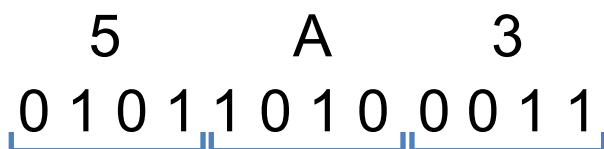
Перевод целых чисел между двоичной и 16-ной системами счисления



№ 13. $1101101_2 = X_{16} = 6D_{16}$



№ 14. $5A3_{16} = X_2 = 10110100011_2$




| Цифра а | → | Тетрада | | | |
|---------|---|---------|---|---|---|
| 0 | → | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | → | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | → | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | → | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | → | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | → | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | → | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | → | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | → | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | → | 1 | 0 | 0 | 1 |
| A (10) | → | 1 | 0 | 1 | 0 |
| B (11) | → | 1 | 0 | 1 | 1 |
| C (12) | → | 1 | 1 | 0 | 0 |
| D (13) | → | 1 | 1 | 0 | 1 |
| E (14) | → | 1 | 1 | 1 | 0 |
| F (15) | → | 1 | 1 | 1 | 1 |

Перевод дробной части между двоичной и восьмеричной системами

Чтобы записать правильную двоичную дробь в системе счисления с основанием $q = 2^n$, достаточно:

- 1) двоичное число разбить слева направо на группы по n цифр в каждой; если в последней правой группе окажется меньше n разрядов, то её надо дополнить справа нулями до нужного числа разрядов;
- 2) рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой.

№ 15. $0,11101_2 = X_8 = 0,72_8$



$$0, \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2$$

$$0, \quad 7 \quad 2$$

№ 16. $0,132_8 = X_2 = 0,00101101_2$

$$0, \quad 1 \quad 3 \quad 2$$

$$0, \underbrace{001}_1 \underbrace{011}_3 \underbrace{010}_2$$

| Цифра a | → | Триада | | |
|------------|---|--------|---|---|
| 0 | → | 0 | 0 | 0 |
| 1 | → | 0 | 0 | 1 |
| 2 | → | 0 | 1 | 0 |
| 3 | → | 0 | 1 | 1 |
| 4 | → | 1 | 0 | 0 |
| 5 | → | 1 | 0 | 1 |
| 6 | → | 1 | 1 | 0 |
| 7 | → | 1 | 1 | 1 |

Реши сам

?

Решите самостоятельно



№ 17. Заполните таблицу: переведите число из одной системы счисления (q) в другую методом «быстрого» перевода:

| $q=2$ | $q=8$ | $q=16$ |
|------------------|------------|--------|
| 111000101 | 705 | 1C5 |
| 111000110010 | 7062 | E32 |
| 1100000011011110 | 14033 6 | C0DE |
| 11011,11 | 33,6 | 1B,C |
| 101110,1 | 56,4 | 2E,8 |
| 100111000,001 | 470,1 | 138,2 |

ОТВЕТ

| Цифр а | → | Двоичный код | | | |
|-----------|---|--------------|---|---|---|
| | | | | | |
| 0 | → | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | → | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | → | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | → | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | → | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | → | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | → | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | → | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | → | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | → | 1 | 0 | 0 | 1 |
| A(10) | → | 1 | 0 | 1 | 0 |
| B(11) | → | 1 | 0 | 1 | 1 |
| C(12) | → | 1 | 1 | 0 | 0 |
| D(13) | → | 1 | 1 | 0 | 1 |
| E(14) | → | 1 | 1 | 1 | 0 |
| F(15) | → | 1 | 1 | 1 | 1 |

Самое главное

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.



Самое главное

В компьютерных науках широко используются двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления, поэтому их называют «компьютерными». Между основаниями этих систем существует очевидная связь: $16 = 2^4$, $8 = 2^3$.

Если основание системы счисления q кратно степени двойки ($q = 2^n$), то любое число в этой системе счисления можно «быстро» перевести в двоичную систему счисления, выписав последовательно двоичные коды каждой из цифр, образующих исходное число. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (*триадами*) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (*тетрадами*) позволяет осуществлять быстрый перевод между этими системами счисления, не прибегая к арифметическим операциям.



Вопросы и задания



Задание 1. Укажите через запятую в порядке убывания все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 33 оканчивается на 5.

Решение:

Поскольку запись числа в системе счисления с основанием q заканчивается на 5, то остаток от деления числа 33 на q равен пяти: $33 \bmod q = 5$.

Следовательно, $(33-5) \bmod q = 0$, т.е. $28 \bmod q = 0$.

Это верно для $q \in \{28, 14, 7, 4, 2, 1\}$.

Так как в новой системе счисления запись числа оканчивается на пять, то $q > 5$.

Следовательно, условию задачи удовлетворяют основания: 28, 14 и 7.

Ответ: 28, 14 и 7.

Вопросы и задания



Задание 2. Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 2411_8 ?

Решение:

Для ответа на этот вопрос достаточно знать двоичные триады, соответствующие восьмеричным цифрам от 0 до 7 и выполнить «быстрый» перевод числа 2411_8 в двоичную систему счисления:

$$2411_8 = 010\ 100\ 001\ 001_2 = 10100001001_2.$$

В двоичной записи 7 значащих нулей, а первый нуль является незначащим и не учитывается.

Ответ: 7

| Цифр а | → | Триада | | |
|-----------|---|--------|---|---|
| 0 | → | 0 | 0 | 0 |
| 1 | → | 0 | 0 | 1 |
| 2 | → | 0 | 1 | 0 |
| 3 | → | 0 | 1 | 1 |
| 4 | → | 1 | 0 | 0 |
| 5 | → | 1 | 0 | 1 |
| 6 | → | 1 | 1 | 0 |
| 7 | → | 1 | 1 | 1 |

Вопросы и задания



Задание 3. Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, Б и В, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААБ
3. ААААВ
4. АААБА
5. АААББ

...

Какие слова находятся в этом списке на *51-м* и *200-м* местах?

Решение:

Слово в трехбуквенном алфавите можно рассматривать, как запись слова в троичной системе в 5-разрядном представлении. Тогда А – 0, Б – 1, В – 2.

Вопросы и задания



Задание 3 (решение).

А – 0, Б – 1, В – 2.

При такой записи незначащие нули в начале (слева) тоже записываются:

тоже записываются:

$$1. \text{ААААА} = 00000_3 = 0_{10}$$

$$2. \text{ААААБ} = 00001_3 = 1_{10}$$

$$3. \text{ААААВ} = 00002_3 = 2_{10}$$

$$4. \text{АААБА} = 00010_3 = 3_{10}$$

...

$$51. \text{ ? } = \text{*****}_3 = 50_{10}$$

$$200. \text{ ? } = \text{*****}_3 = 199_{10}$$

На 51-м месте в списке стоит число $51-1 = 50$, а на 200-м – число $200-1=199$.

Аналогично надо перевести в троичную систему счисления число 199.

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 3} \\ \underline{198} \\ 1 \overline{) 3} \\ \underline{66} \\ 0 \overline{) 3} \\ \underline{66} \\ 0 \overline{) 3} \\ \underline{21} \\ 1 \overline{) 3} \\ \underline{6} \\ 1 \overline{) 3} \\ \underline{0} \\ 0 \overline{) 3} \\ \underline{0} \\ 0 \overline{) 3} \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$199_{10} = 21101_3 \rightarrow \text{ВББАБ}$$

Ответ: АБВБВ и ВББАБ

Вопросы и задания



Задание 4. Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, Б и В, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААБ
3. ААААВ
4. АААБА
5. АААББ

...

На каких местах будут стоять слова АБВБА и ВВВВВ?

Ответ: 49 и 243

ОТВЕТ