

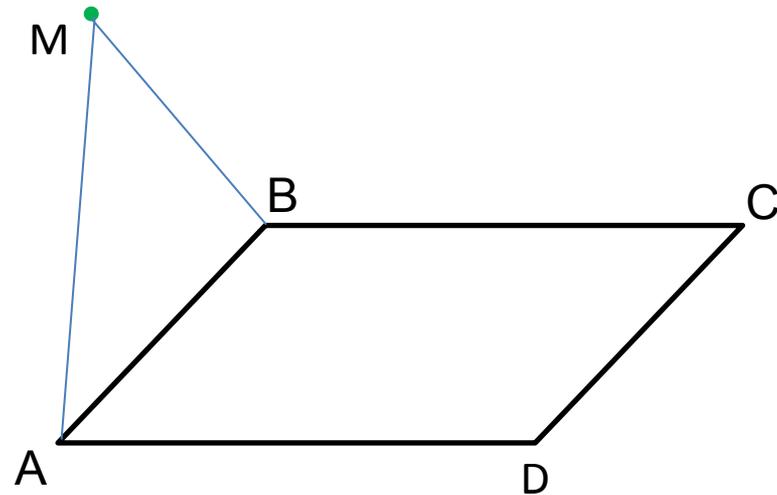
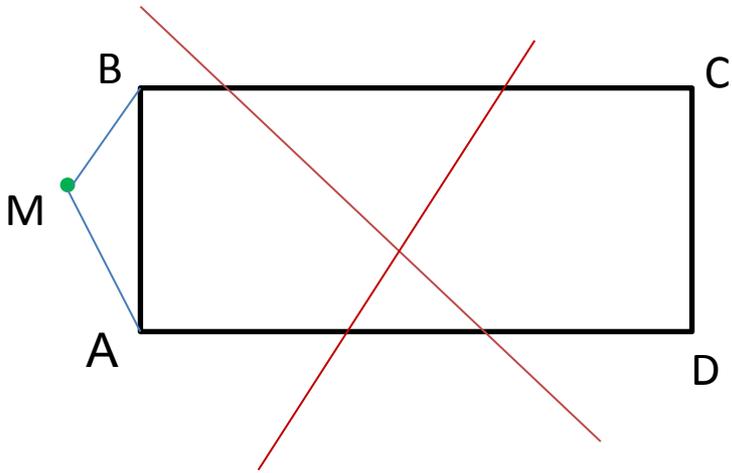
# Параллельность в пространстве

Решение задач

**Вопросы к главе I**

- 1 Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны?
- 2 Точка  $M$  не лежит на прямой  $a$ . Сколько прямых, не пересекающих прямую  $a$ , проходит через точку  $M$ ? Сколько из этих прямых параллельны прямой  $a$ ?
- 3 Прямые  $a$  и  $c$  параллельны, а прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть параллельными?
- 4 Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ . Верно ли, что эта прямая:
  - а) не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости  $\alpha$ ;
  - б) параллельна любой прямой, лежащей в плоскости  $\alpha$ ;
  - в) параллельна некоторой прямой, лежащей в плоскости  $\alpha$ ?
- 5 Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ . Сколько прямых, лежащих в плоскости  $\alpha$ , параллельны прямой  $a$ ? Параллельны ли друг другу эти прямые, лежащие в плоскости  $\alpha$ ?
- 6 Прямая  $a$  пересекает плоскость  $\alpha$ . Лежит ли в плоскости  $\alpha$  хоть одна прямая, параллельная  $a$ ?
- 7 Одна из двух параллельных прямых параллельна некоторой плоскости. Верно ли утверждение, что и вторая прямая параллельна этой плоскости?
- 8 Верно ли утверждение: если две прямые параллельны некоторой плоскости, то они параллельны друг другу?
- 9 Две прямые параллельны некоторой плоскости. Могут ли эти прямые: а) пересекаться; б) быть скрещивающимися?
- 10 Могут ли скрещивающиеся прямые  $a$  и  $b$  быть параллельными прямой  $c$ ?
- 11 Боковые стороны трапеции параллельны плоскости  $\alpha$ . Параллельны ли плоскость  $\alpha$  и плоскость трапеции?
- 12 Две стороны параллелограмма параллельны плоскости  $\alpha$ . Параллельны ли плоскость  $\alpha$  и плоскость параллелограмма?
- 13 Могут ли быть равны два непараллельных отрезка, заключенные между параллельными плоскостями?
- 14 Существует ли тетраэдр, у которого пять углов граней прямые?

Точка М не лежит в плоскости прямоугольника ABCD . Докажите, что прямая CD параллельна плоскости ABM.



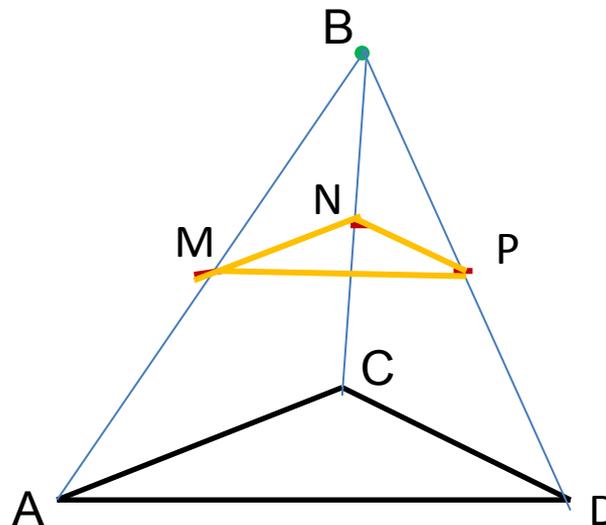
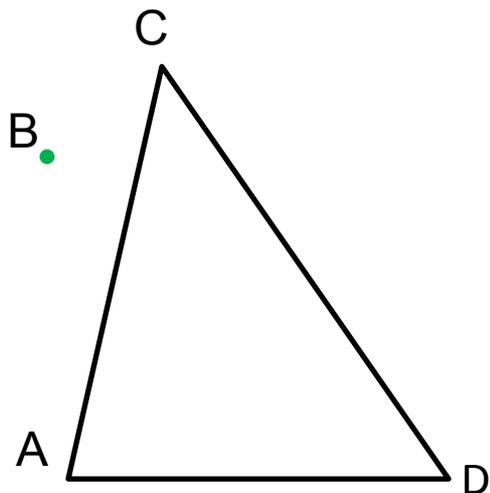
$$CD \parallel AB$$
$$AB \subset (AMB)$$

$$\rightarrow CD \parallel (ABM)$$

по признаку параллельности прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельная какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

Точка В не лежит в плоскости треугольника ACD, точки М, N и Р - середины отрезков ВА, ВС и ВD соответственно. Докажите, что плоскости MNP и ACD параллельны.

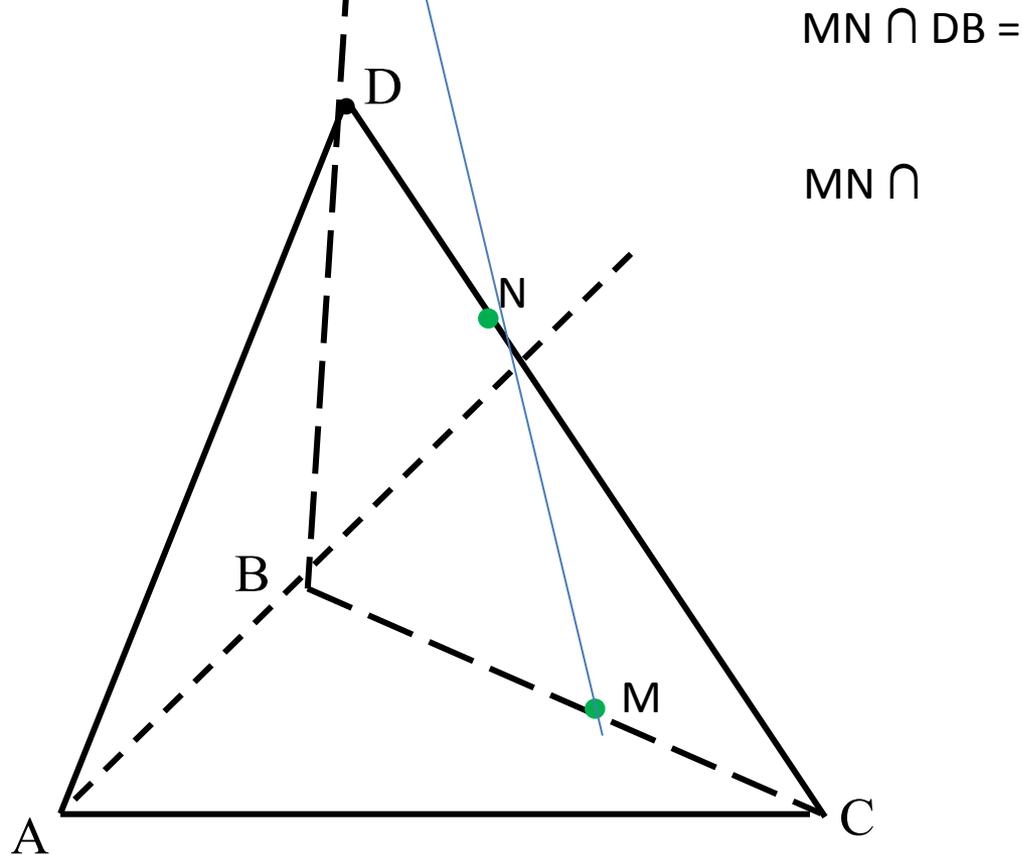


MN – средняя линия треугольника ABC  
 MP – средняя линия треугольника ABD

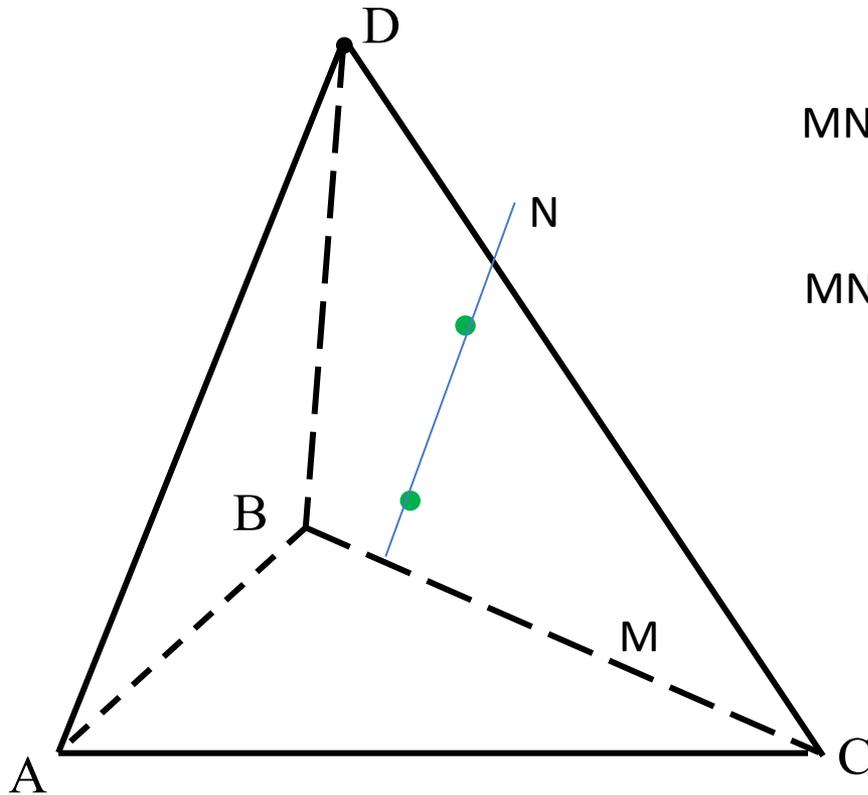
$MN \parallel AC$      $(MNP) \parallel (ACD)$  по признаку параллельности прямой и плоскости  
 $MP \parallel AD$

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны

Точки  $M$  и  $N$  расположены на рёбрах левой боковой грани тетраэдра. Отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие рёбра тетраэдра. Рассмотрите все возможные случаи.



Точки M и N расположены в левой боковой грани тетраэдра. Отметьте и обозначьте точки, в которых прямая MN пересекает прямые, содержащие другие рёбра тетраэдра. Рассмотрите все возможные случаи.

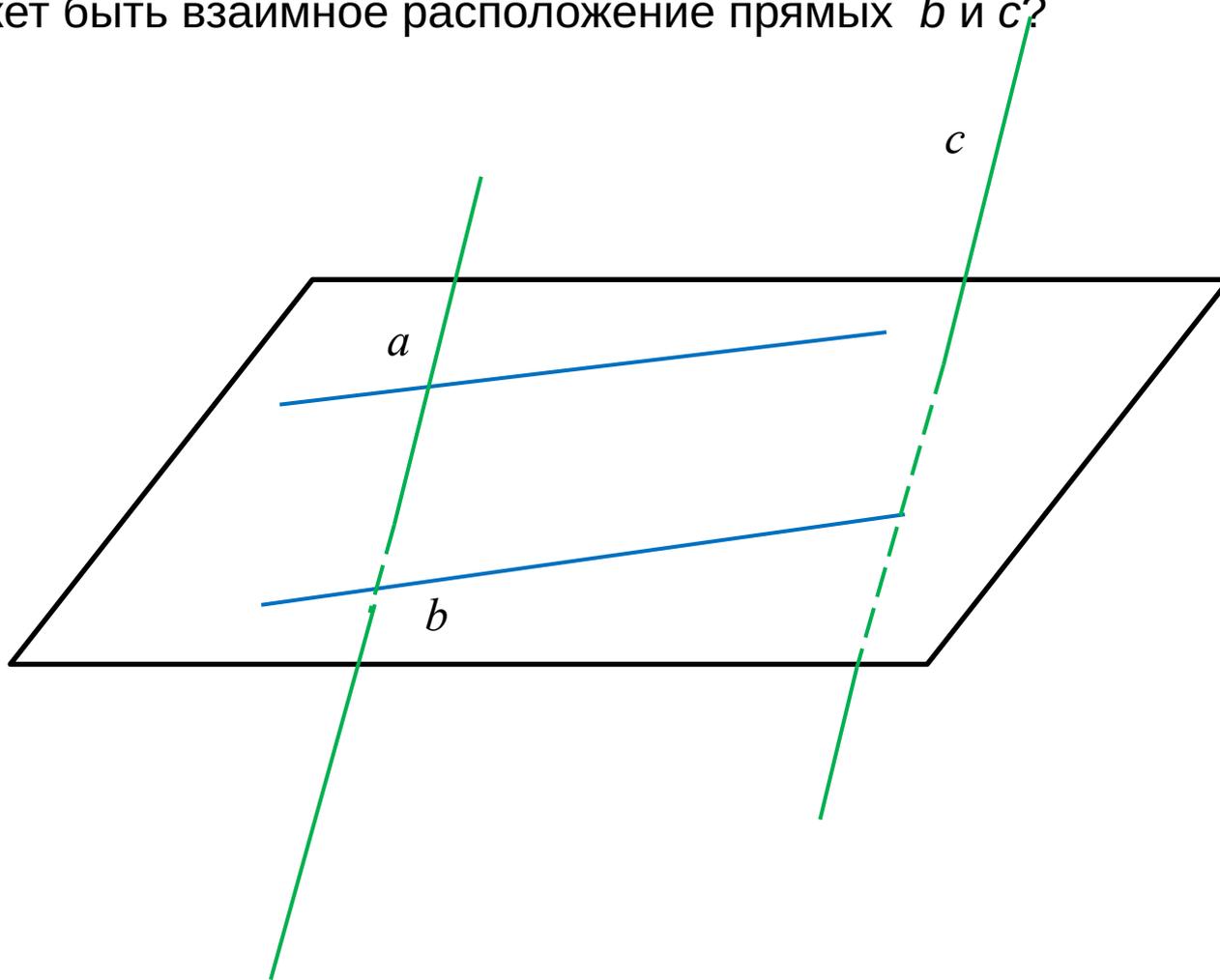


$$MN \cap DB =$$

$$MN \cap BC =$$

$$MN \cap DC =$$

Известно, что прямые  $a$  и  $b$  параллельны,  $a$  и  $c$  скрещиваются. Каким может быть взаимное расположение прямых  $b$  и  $c$ ?



## Решить задачи

1. Точка  $F$  не лежит в плоскости параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что прямая  $BC$  параллельна плоскости  $ADF$ . ¶
2. Точка  $E$  не лежит в плоскости треугольника  $MNP$ , точки  $Q$ ,  $R$  и  $S$  — середины отрезков  $EM$ ,  $EN$  и  $EP$  соответственно. Докажите, что плоскости  $MNP$  и  $QRS$  параллельны. ¶
3. Точки  $M$  и  $N$  расположены на рёбрах передней грани куба. Отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие рёбра куба. Рассмотрите все возможные случаи. ¶
4. Способы задания плоскости в пространстве. Иллюстрации. ¶
5. В параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$   $M$  — середина  $AD$ ,  $N$  — середина  $DC$ . 1) Выясните взаимное расположение прямых: а)  $MN$  и  $AC$ ; б)  $DN$  и  $BC$ ; в)  $CC_1$  и  $BM$ . 2) Назовите линию пересечения плоскостей  $NC_1D$  и  $AA_1M$ . ¶
6. Известно, что прямые  $m$  и  $n$  скрещиваются,  $m$  и  $p$  параллельны. Каким может быть взаимное расположение прямых  $n$  и  $p$ ? ¶

¶

---