

# Реляционная алгебра

**Реляционная алгебра** – замкнутая система операций над отношениями в реляционной модели данных.

## Группы операций

1. базовые теоретико-множественные;
2. специальные реляционные.

1. унарные;
2. бинарные.

Реляционный оператор  $f$  выглядит как функция с реляционными отношениями в качестве аргументов:

$$R = f(R_1, R_2, \dots, R_n).$$

$$R = f[f_1(R_{11}, R_{12}, \dots), f_2(R_{21}, R_{22}, \dots), \dots]$$

# Совместимость отношений по типу

Два отношения являются совместимыми по типу, если они имеют идентичные заголовки:

- множества имен атрибутов этих отношений совпадают;
- атрибуты с одинаковыми именами определены на одном и том же домене.

# Совместимость отношений по типу

Для приведения отношений к одному типу следует использовать операцию переименования:

$\rho_{\text{НовоеОтношение}}(\text{НовАтп1}, \dots, \text{НовАтпN})(\text{СтароеОтношение})$

*<исходное отношение> RENAME <старое имя атрибута> AS  
<новое имя атрибута>*

1)  $\rho_{\text{Поставщики}}(\text{КодП}, \text{Имя}, \text{Город}, \text{Рейтинг})(S)$

2) Поставщики RENAME Город\_П AS Город\_размещения  
\_Поставщика

# Операция множественного переименования

<отн.>            RENAME <ст.имя            атр.1> AS <нов.имя  
атр.1>,<ст.имя атр2> AS <нов.имя атр.2>, ..., <ст.имя  
атрN> AS <нов.имя атр.N>

# Теоретико- множественные операции

Результатом операции **объединения** двух совместимых по типу отношений R1 и R2, является отношение с тем же заголовком, что и в R1 и R2, и телом, состоящим из кортежей, принадлежащих R1 или R2 или обоим отношениям.

**В SQL** это операция  
**UNION:**  
R1 UNION R2

**R1**

ID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P2	Гайка	Челябинск	20	24

**R2**

ID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P3	Шуруп	Одесса	14	33

**R1 U R2**

PID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P2	Гайка	Челябинск	20	24
P3	Шуруп	Одесса	14	33



Результатом операции **пересечения** двух совместимых по типу отношений R1 и R2 является отношение с тем же заголовком, что и в R1 и R2, и телом, состоящим из кортежей, принадлежащих обоим отношениям R1 и R2.

**В SQL** это операция  
INTERSECT:  
R1 INTERSECT R2

**R1**

ID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P2	Гайка	Челябинск	20	24

**R2**

ID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P3	Шуруп	Одесса	14	33

**R1 ∩ R2**

PID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40

Результатом операции **ВЫЧИТАНИЯ** двух совместимых по типу отношений R1 и R2 является отношение с тем же заголовком, что и в R1 и R2, и телом, состоящим из кортежей, принадлежащих отношению R1 и не принадлежащим отношению R2.

**В SQL** это операция  
**EXCEPT:**  
**R1 EXCEPT R2**

**R1**

ID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P2	Гайка	Челябинск	20	24

**R2**

ID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P3	Шуруп	Одесса	14	33

**R1 - R2**

ID	Name	City	Weight	Price
P2	Гайка	Челябинск	20	24

**R2 -**

ID	Name	City	Weight	Price
P3	Шуруп	Одесса	14	33

**Прямое произведение отношения R1 степени a1 и отношения R2 степени a2, которые не имеют одинаковых имен атрибутов – это такое отношение R степени (a1+a2), заголовок которого представляет собой сцепление заголовков отношений R1 и R2, а тело имеет всевозможные соединения кортежей отношений R1 и R2, такие, что первые a1 элементов кортежей принадлежат множеству R1, а последние a2 элементов – множеству R2.**

**В SQL это операция TIMES:  
R1 TIMES R2**

R1		R2		
A	B	C	D	E
a1	b1	c1	d1	e1
a2	b2	c2	d2	e2
		c3	d3	e3

R1 × R2				
A	B	C	D	E
a1	b1	c1	d1	e1
a1	b1	c2	d2	e2
a1	b1	c3	d3	e3
a2	b2	c1	d1	e1
a2	b2	c2	d2	e2
a2	b2	c3	d3	e3

# Специальные реляционные операции

Операция	Обозначение греч. алф.	Обозначение лат. алф.
Выборка (ограничение)	$\sigma_{\text{condition}}(R)$	R WHERE condition
Проекция		R[Attr1, ..., AttrN]
Естественное соединение	$R1 \bowtie R2$	R1 JOIN R2
Θ-соединение	$R1.\text{Attr1} \Theta R2.\text{Attr2}$	-
Деление	$R1 \div R2$	R1 DIVIDE BY R2
Группировка		-
Сортировка		-
Удаление дубликатов		-

# Выборка

Результатом  $\Theta$ -выборки из отношения  $R$  с помощью операции сравнения  $\Theta$  над атрибутами  $A_1$  и  $A_2$  является отношение  $\sigma_{A_1 \Theta A_2}(R)$ , имеющее тот же заголовок, что и  $R$ , и тело, состоящее из тех кортежей  $R$  для которых вычисление выражения  $A_1 \Theta A_2$  дает истину.

***R***

PID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P2	Гайка	Челябинск	20	24
P3	Шуруп	Одесса	14	33

PID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P3	Шуруп	Одесса	14	33

$\sigma_{\text{Price} > 30}(R)$

# Выборка по составному условию

- $\sigma_{C_1 \text{ and } C_2}(R) \equiv \sigma_{C_1}(R) \cap \sigma_{C_2}(R)$
- $\sigma_{C_1 \text{ or } C_2}(R) \equiv \sigma_{C_1}(R) \cup \sigma_{C_2}(R)$
- $\sigma_{\text{not } C}(R) \equiv R - \sigma_C(R)$

# Проекция

- Результатом проекции отношения  $R$  по атрибутам  $A_1, \dots, A_N$  является отношение  $\pi_{A_1, \dots, A_N}(R)$ , имеющее заголовок, состоящий из атрибутов  $A_1, \dots, A_N$ , и тело, которое состоит из всех кортежей  $R$ , получаемых отбрасыванием атрибутов, не входящих в список  $A_1, \dots, A_N$ .

**$R$**

PID	Name	City	Weight	Price
P1	Болт	Париж	15	40
P2	Гайка	Челябинск	20	24
P3	Болт	Одесса	15	33

**$\pi_{Name, Weight}(R)$**

Name	Weight
Гайка	20
Болт	15

# Соединение

- общая операция соединения;
- $\Theta$ -соединение;
- экви-соединение;
- естественное соединение.



# Общая операция соединения

Соединением отношений  $A$  и  $B$  по условию  $C$  называется отношение

***(A TIMES B) WHERE C, где:***

$C$  – логическое выражение, в которое могут входить атрибуты отношений  $A$  и  $B$  и (или) скалярные выражения.

# $\Theta$ -соединение

Пусть отношение  $A$  содержит атрибут  $X$ , отношение  $B$  – атрибут  $Y$ , а  $\Theta$  – один из операторов сравнения. Тогда  $\Theta$  – соединением отношения  $A$  по атрибуту  $X$  с отношением  $B$  по атрибуту  $Y$  называют отношение:

***(A TIMES B) WHERE X  $\Theta$  Y***

**A**

C	X
5	2
3	4

**B**

D	E	Y
2	3	1
4	6	5
2	1	7

***(A TIMES B) WHERE X  $\Theta$  Y***

C	X	D	E	Y
5	2	2	3	1
3	4	2	3	1

# Экви-соединение

Это наиболее частный случай  $\Theta$ -соединения, когда  $\Theta$  – есть равенство.

A		B		
C	X	D	E	Y
5	2	2	3	4
3	4	4	6	2
		2	1	2
		1	3	1

*(A TIMES B) WHERE X  $\Theta$  Y*

C	X	D	E	Y
5	2	4	6	2
5	2	2	1	2
3	4	2	3	4

# Естественное соединение

Результатом естественного соединения отношений  $R1(A,B)$  и  $R2(B,C)$  по общему атрибуту  $B$  является отношение  $R1 \bowtie R2$  с заголовком из атрибутов  $A, B, C$ , и телом, состоящим из соединенных кортежей, которые имеют совпадающие значения в общем атрибуте.

R1		R2	
A	B	B	C
a1	b1	b1	c1
a2	b2	b2	c2
		b3	c3
		b1	c4

**$R1 \bowtie R2$**

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c4
a2	b2	c2

$$R1 \bowtie R2 \equiv \pi_{A,B,C} (\sigma_{R1.B=R2.B}(R1 \times R2))$$

# Деление

Пусть имеются отношения  $A(X, Y)$  и  $B(Y)$ , где атрибуты  $Y$  определены на одном и том же домене.

Тогда результатом деления  $A \div B$  будет отношение с заголовком из атрибута  $X$  и телом, в которое входят кортежи  $\langle x:X \rangle$  такие, что существует кортеж  $\langle x:X, y:Y \rangle$ , который принадлежит отношению  $A$  для всех кортежей  $\langle y:Y \rangle$  из отношения  $B$ .

# Деление

SP			P	=	SID
SID	PID	÷	PID		SID
S1	P1		P1		S1
S1	P2				S2
S1	P3				
S1	P4				
S1	P5				
S2	P1				
S2	P2				
S3	P2				
S4	P2				
S4	P4				
S5	P5				

SP			P	=	SID
SID	PID	÷	PID		SID
S1	P1		P2		S1
S1	P2		P4		S4
S1	P3				
S1	P4				
S1	P5				
S2	P1				
S2	P2				
S3	P2				
S4	P2				
S4	P4				
S5	P5				

# Деление

SP		÷	P	=	SID
SID	PID		PID		SID
S1	P1		P1		S1
S1	P2		P2		
S1	P3		P3		
S1	P4		P4		
S1	P5		P5		
S2	P1				
S2	P2				
S3	P2				
S4	P2				
S4	P4				
S5	P5				

SP		÷	S	=	PID
SID	PID		SID		PID
S1	P1		S1		P1
S1	P2				P2
S1	P3				P3
S1	P4				P4
S1	P5				P5
S2	P1				
S2	P2				
S3	P2				
S4	P2				
S4	P4				
S5	P5				

# Примитивные и выражаемые операции

**Примитивные:** *выборка, проекция, произведение, объединение, вычитание, переименование.*

**Выражаемые операции:**

□ пересечение

$$R1 \cap R2 \equiv R1 - (R1 - R2).$$

□  $\Theta$ -соединение

$$R1 \bowtie R2 \equiv \sigma_C (R1 \times R2).$$

□ естественное соединение

$$R1 \bowtie R2 \equiv \pi_L (\sigma_C (R1 \times R2)),$$

где  $L$  – список атрибутов из  $R1$  и атрибутов из  $R2$ , отсутствующих в  $R1$ ;

$C$  – условие вида  $R1.Attr1=R2.Attr1$  and ... and

$R1.AttrN=R2.AttrN$  ( $Attr1, \dots, AttrN$  – атрибуты соединения).