

## Разминка

$$1) \frac{(0,5:1,25 + \frac{7}{5} : 2\frac{4}{5} - \frac{3}{4}) \cdot 33}{(1,5 + 1\frac{1}{4}) : \frac{44}{176}}$$

$$2) \left( \frac{(2,7 - 0,8) \cdot 2\frac{9}{36}}{(5,2 - 1,4) : \frac{3}{24}} + 0,125 \right) : 2\frac{1}{2} + 0,89375$$

**Принцип Дирихле** состоит в следующем:  
«Если в  $n$  клеток посадить  $n + 1$  зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее двух зайцев».

**Обобщённый принцип Дирихле:**

«Если в  $n$  клеток посадить  $kn + 1$  зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем  $k + 1$  заяц».

## Задача 1

В княжеской дружине 15 полков. В них в сумме 6015 ратников. На площади помещается 400 человек. Докажите, что найдётся полк, ратники которого не поместятся на этой площади.

## Задача 2

В совете 17 парламентарёв. За время заседаний часть из них поссорились между собой. Докажите, что найдутся два участника совета, которые поссорились с одинаковым количеством парламентарёв.

## Задача 3

В княжеской школе 5 классов. В каждом из них учится по 32 человека. Докажите, что найдутся 14 человек, дни рождения которых приходятся на один месяц.

## Задача 4

В классе учится 27 школьников, знающих (всего) 109 стихотворений. Докажите, что найдётся школьник, знающий не менее пяти стихотворений.

## Задача 5

В походе участвовало 25 ратников, каждому из которых было от 20 до 26 полных лет (на данный день). Докажите, что найдутся четыре ратника, родившихся в один год.

## Задача 6

Докажите, что среди чисел, состоящих из цифр 3, найдётся число, делящееся на 17.

## Задача 7

Докажите, что среди разностей вида  $2^k - 2^p$ , где  $k$  и  $p$  — различные натуральные числа, найдётся число, делящееся на 25.

## **Задача 9**

**10 подружек собрали 44 яблока.  
Докажите, что какие-то две из них  
собрали одинаковое число яблок.**

## Задача 10

**Докажите, что среди любых  $p$  натуральных чисел, не делящихся на  $n$ , есть несколько чисел, сумма которых делится на  $n$ .**

# Принцип Дирихле в геометрии

## Задача 11

На окно размером  $40\text{ см} \times 30\text{ см}$  село 25 мух. Докажите, что квадратной мухобойкой

$11\text{ см} \times 11\text{ см}$  можно прихлопнуть сразу трёх мух.

## **Задача 12**

**Плоскость раскрашена в два цвета.  
Докажите, что найдутся две точки  
одного цвета на расстоянии 1 м друг  
от друга.**

## **Задача 13**

**Какое максимальное количество ладей можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?**

## Задача 15

**Любой ли прямоугольник можно разрезать на 199 частей так, чтобы из них можно было составить квадрат?**