

Разминка

$$1) \frac{(0,5:1,25 + \frac{7}{5} : 2\frac{4}{5} - \frac{3}{4}) \cdot 33}{(1,5 + 1\frac{1}{4}) : \frac{44}{176}}$$

$$2) \left(\frac{(2,7 - 0,8) \cdot 2\frac{9}{36}}{(5,2 - 1,4) : \frac{3}{24}} + 0,125 \right) : 2\frac{1}{2} + 0,89375$$

Принцип Дирихле состоит в следующем:
«Если в n клеток посадить $n + 1$ зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее двух зайцев».

Обобщённый принцип Дирихле:

«Если в n клеток посадить $kn + 1$ зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем $k + 1$ заяц».

Задача 1

В княжеской дружине 15 полков. В них в сумме 6015 ратников. На площади помещается 400 человек. Докажите, что найдётся полк, ратники которого не поместятся на этой площади.

Задача 2

В совете 17 парламентарёв. За время заседаний часть из них поссорились между собой. Докажите, что найдутся два участника совета, которые поссорились с одинаковым количеством парламентарёв.

Задача 3

В княжеской школе 5 классов. В каждом из них учится по 32 человека. Докажите, что найдутся 14 человек, дни рождения которых приходятся на один месяц.

Задача 4

В классе учится 27 школьников, знающих (всего) 109 стихотворений. Докажите, что найдётся школьник, знающий не менее пяти стихотворений.

Задача 5

В походе участвовало 25 ратников, каждому из которых было от 20 до 26 полных лет (на данный день). Докажите, что найдутся четыре ратника, родившихся в один год.

Задача 6

Докажите, что среди чисел, состоящих из цифр 3, найдётся число, делящееся на 17.

Задача 7

Докажите, что среди разностей вида $2^k - 2^p$, где k и p — различные натуральные числа, найдётся число, делящееся на 25.

Задача 9

**10 подружек собрали 44 яблока.
Докажите, что какие-то две из них
собрали одинаковое число яблок.**

Задача 10

Докажите, что среди любых p натуральных чисел, не делящихся на n , есть несколько чисел, сумма которых делится на n .

Принцип Дирихле в геометрии

Задача 11

На окно размером 40 см x 30 см село 25 мух. Докажите, что квадратной мухобойкой

11 см x 11 см можно прихлопнуть сразу трёх мух.

Задача 12

**Плоскость раскрашена в два цвета.
Докажите, что найдутся две точки
одного цвета на расстоянии 1 м друг
от друга.**

Задача 13

Какое максимальное количество ладей можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

Задача 15

Любой ли прямоугольник можно разрезать на 199 частей так, чтобы из них можно было составить квадрат?