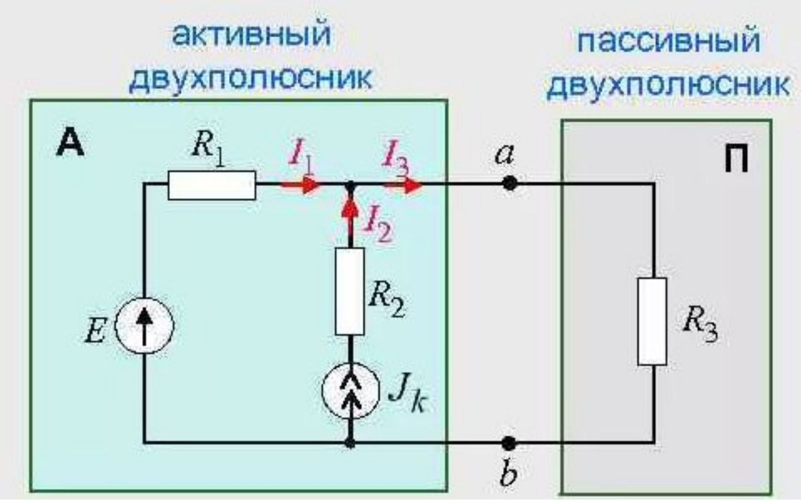
Двухполюсник в цепи синусоидального тока.

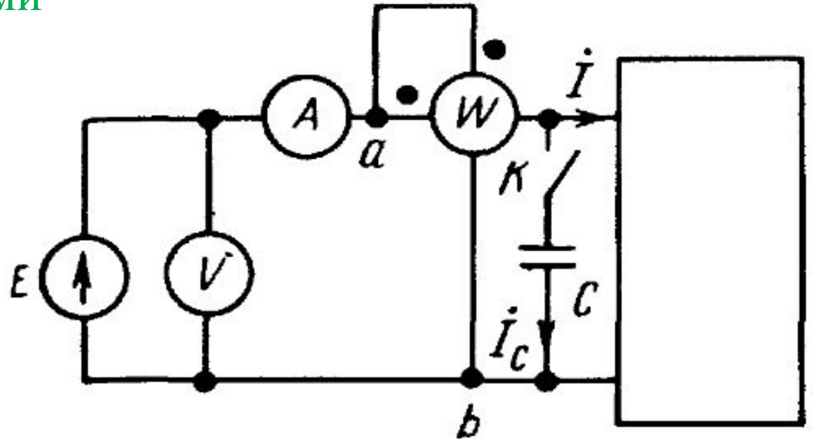
Двухполюсник — часть электрической цепи любой сложности и произвольной конфигурации, выделенная относительно двух зажимов (полюсов). Если в схеме двухполюсника есть нескомпенсированные источники, он наз. ***активным***. Двухполюсник, не содержащий источников энергии или содержащий скомпенсированные источники (сумма действие которых равно нулю) - ***пассивный***.



Пассивный двухполюсник - потребитель энергии, м/быть заменён эквивалентным сопротивлением, величина которого равна входному сопротивлению двухполюсника.

$$Z_{вх} = R_{вх} + jX_{вх} = ze^{j\varphi}.$$

Активный двухполюсник - ведёт себя как генератор. Находящиеся внутри него нескомпенсированные источники отдают энергию во внешнюю цепь. Можно подобрать источник энергии с ЭДС и внутренним сопротивлением, эквивалентеными двухполюснику, создающие во внешней цепи тот же самый ток .



Входное сопротивление двухполюсника определяют расчётным путём (известна схема внутренних соединений , характер и значения сопротивлений), либо опытным путём.

При опытном определении входного сопротивления двухполюсника ваттметр измеряет активную мощность $\mathrm{Re}\{\dot{U}_{ab}\overset{*}{I}\}$ $\quad P = UI\cos\varphi.$

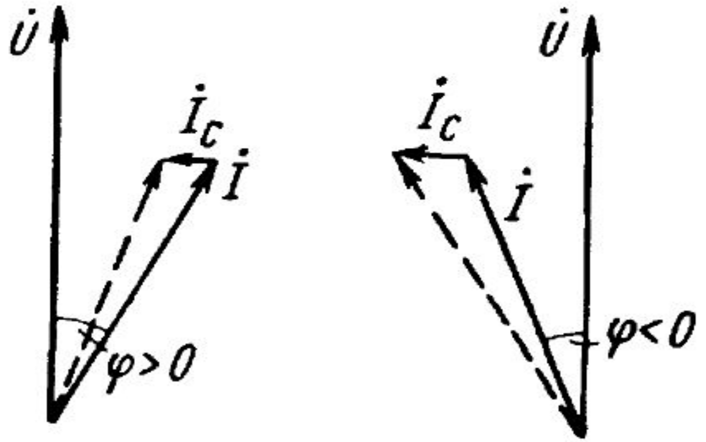
Модуль входного сопротивления $z = U/I.$

Косинус угла между напряжением и током: $\cos\varphi = P/UI.$

Далее находят $Z = ze^{j\varphi}$ $\quad R_{вх} = z\cos\varphi$ $\quad X_{вх} = z\sin\varphi$

Так как косинус - функция чётная т. е. $\cos(-\varphi) = \cos\varphi,$ измерения дополняют ещё одним опытом для определения знака угла: включают параллельно исследуемому двухполюснику небольшую ёмкость С (рис). Если при замкнутом ключе К показания амперметра меньше, чем при разомкнутом, угол положителен и входное сопротивление имеет индуктивный характер, наоборот - ёмкостный.

Либо используют фазометр.



<u>Частотные характеристики</u> (ЧХ) двухполюсника: ***<u>зависимость модуля входного сопротивления (проводимости) от частоты; зависимость действительной или мнимой части входного сопротивления (проводимости) от частоты</u>***.

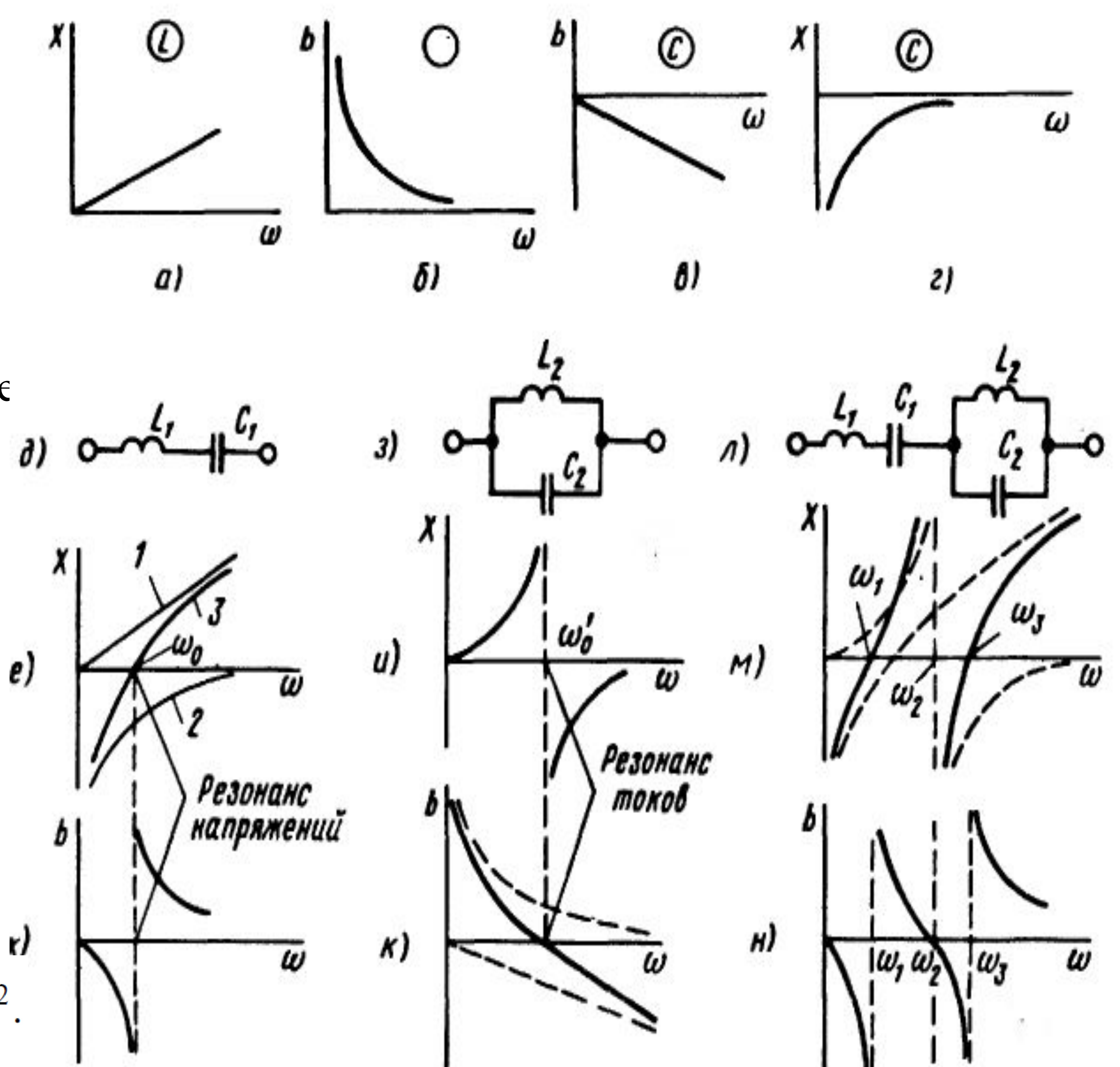
<u>Резонансный режим</u> (режимы) работы при котором входное **<u>сопротивление двухполюсника чисто активное</u>**. По отношению к внешней цепи двухполюсник в резонансном режиме ведёт себя .как активное сопротивление, **<u>ток и напряжение</u>** на его входе **<u>совпадают по фазе, реактивная мощность</u>** двухполюсника **<u>равна нулю</u>**. Цепи, в которых возникает явление резонанса, наз. резонансными, могут наблюдаться ***<u>резонанс токов, резонанс напряжений</u>***.

Мощности цепи синусоидального тока:

$$= \frac{dW}{dt} = u(t)i(t) = (u_R + u_L + u_C)i = \left(Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt\right)i$$

- ✔ Активная $P = UI\cos\varphi = RI^2$
- ✔ реактивная

$$+Q_L = X_L \frac{I_m^2}{2} = X_L I^2 \qquad -Q_C = -X_C \frac{I_m^2}{2} = -X_C I^2.$$



Резонанс в электрических цепях

- режим работы электрической цепи, содержащей индуктивные и ёмкостные элементы, при котором входное сопротивление цепи имеет чисто активный характер и, следовательно, сдвиг фаз между напряжением и током на ее входе **равен нулю (φ = 0)**.

Разнородные реактивные сопротивления (проводимости) цепи полностью компенсируют друг друга. Полная реактивная мощность Q цепи при этом равна нулю.

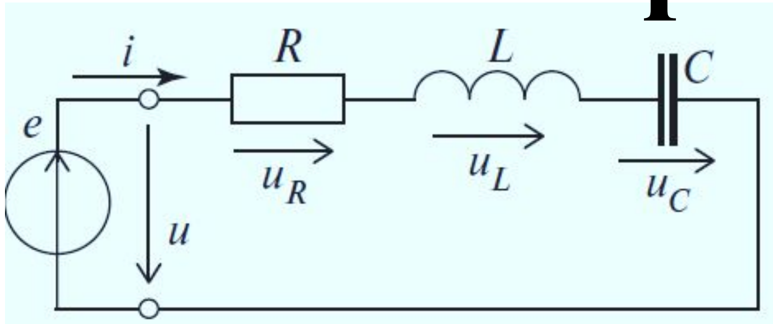
Цепи, в которых возникают резонансные явления, называют *резонансными цепями или колебательными контурами.*

Различают : ***резонанс напряжений*** (в цепях или колебательных контурах с последовательным соединением ветвей, содержащих L и C элементы) и ***резонанс токов*** (в цепях или колебательных контурах с параллельным соединением ветвей, содержащих L и C элементы).

В электротехнических установках резонанс часто оказывается опасным и нежелательным явлением, так как может привести к авариям вследствие перегрева элементов электрической цепи или пробоя изоляции при перенапряжениях.

Тем не менее, резонансные явления широко применяют в радиоэлектронике. Резонансные контуры входят в состав многих радиотехнических устройств, электронные фильтры являются сложными резонансными системами.

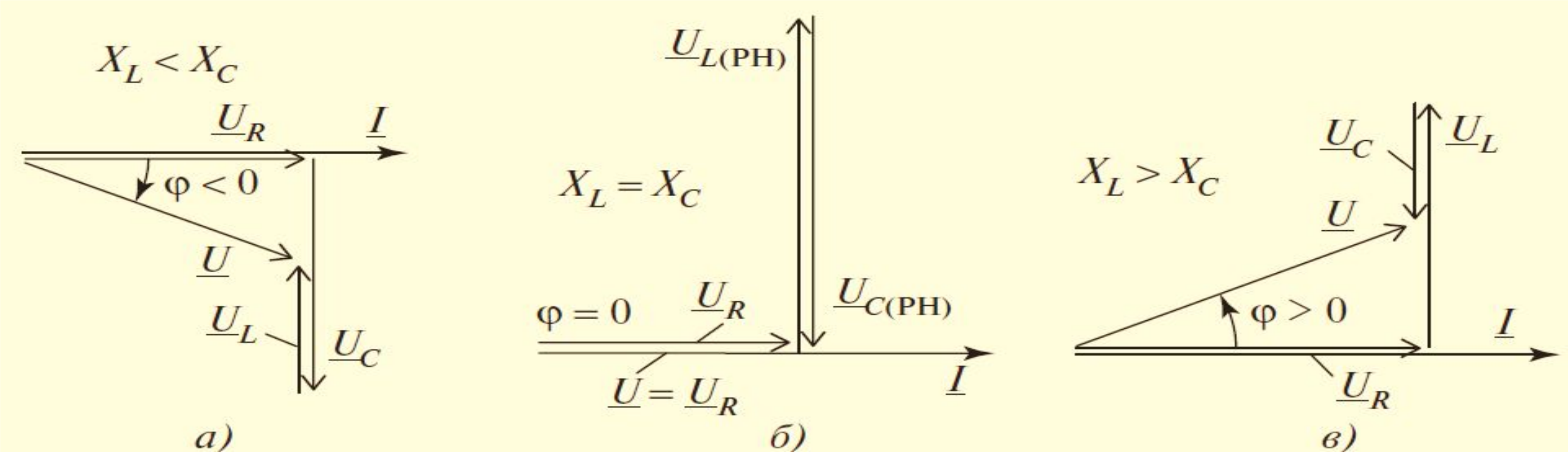
Резонанс напряжений

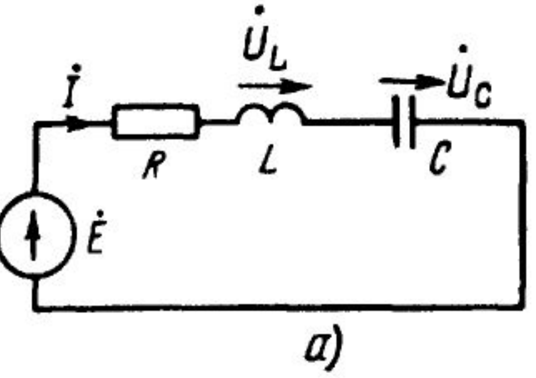


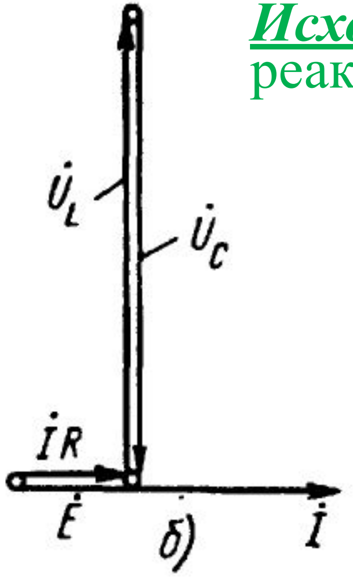
Простейшая цепь, где возможен резонанс напряжений, - последовательный колебательный контур. Режим работы *RLC* цепи, при условии равенства реактивных сопротивлений $X_C=X_L$, когда общее напряжение цепи совпадает по фазе с её током φ=0, наз. ***резонансом напряжений.*** Цепь имеет активный характер:

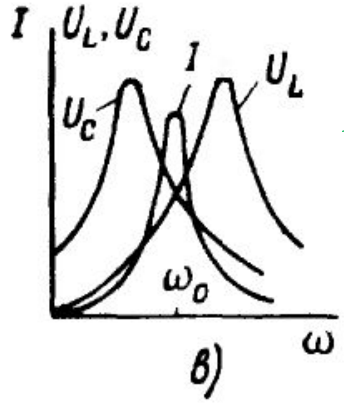
Признаки резонанса напряжений:

1. Напряжение на входе совпадает по фазе с током, т.е. сдвиг фаз между *I* и *U* φ=0, cos(φ)=1
2. Ток в цепи наибольший и, как следствие, активная мощность $P_{max}=I^2_{max}R$ максимальна, а реактивная - равна нулю.
3. Напряжения на реактивных элементах цепи могут в несколько раз превышать напряжение на входе.
4. $\dot{U}_C=\dot{U}_L \Rightarrow \dot{U}_C-\dot{U}_L=0 \Rightarrow \dot{U}=\dot{U}_L-\dot{U}_C+\dot{U}_R=\dot{U}_R$









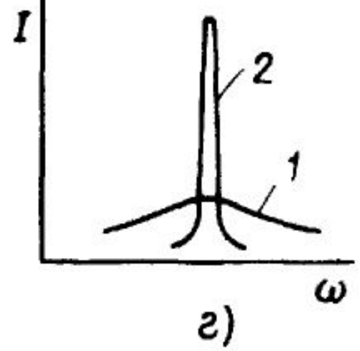
Исходя из условия наступления РН в схеме - равенство нулю реактивного сопротивления на входе цепи

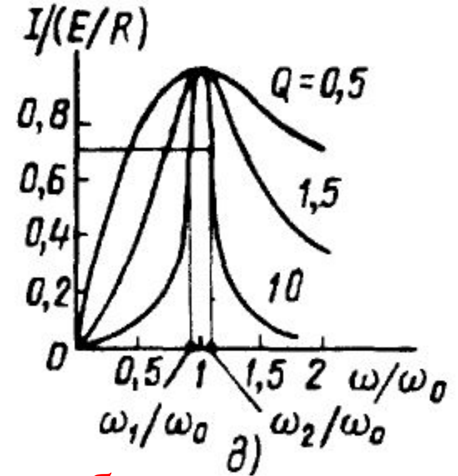
$$X_{РН} = X_{L(РН)} - X_{C(РН)} = 0, \quad \omega_{РН} L = \frac{1}{\omega_{РН} C},$$

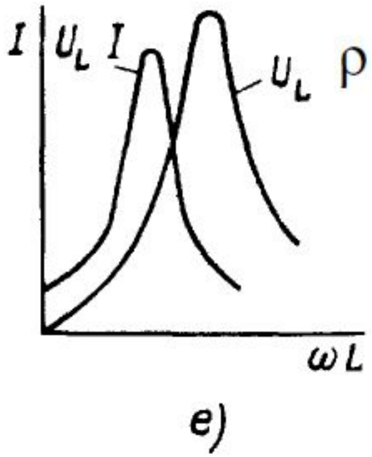
откуда угловая (рад/с) и циклическая (Гц) ***резонансные частоты*** контура

$$\omega_{РН} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad и \quad f_{РН} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Характеристическое (волновое) сопротивление контура (r, десятки - сотни Ом) равно его индуктивному или ёмкостному сопротивлению при резонансе:







$$\rho = X_{C(РН)} = \frac{1}{\omega_{РН} C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

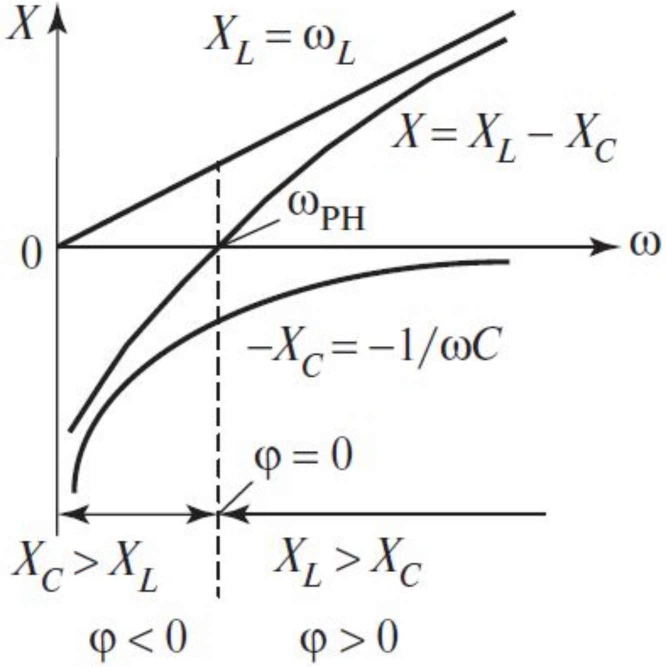
$$\rho = X_{L(РН)} = \omega_{РН} L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

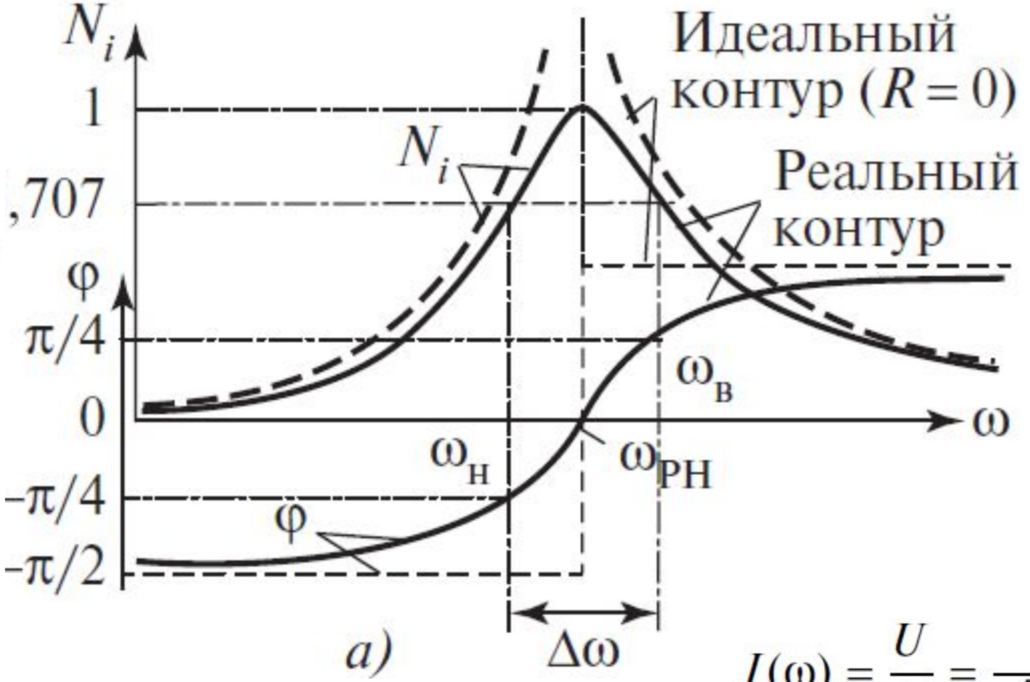
Добротность Q контура — отношение характеристического сопротивления r контура к активному R при резонансе:

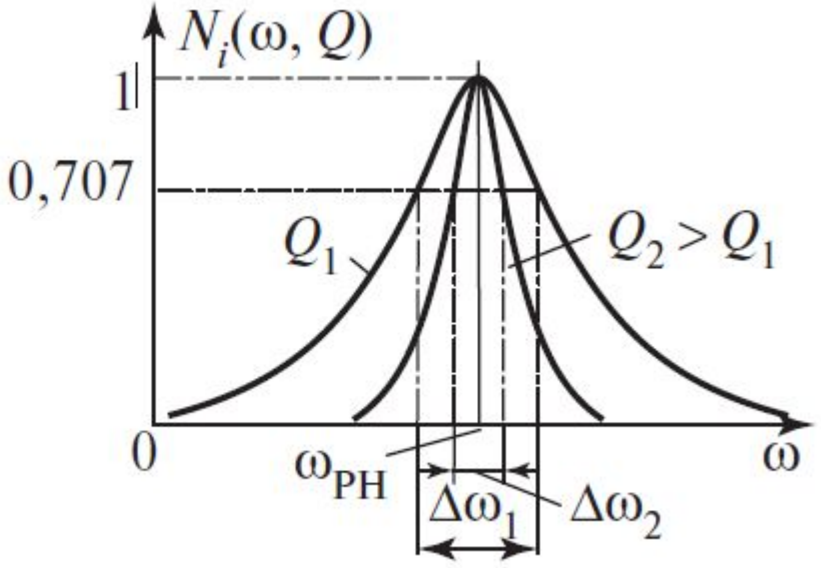
$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{X_{L(РН)}}{R} = \frac{X_{C(РН)}}{R}.$$

$$Q = \frac{U_{C(РН)}}{U} = \frac{U_{L(РН)}}{U}.$$

Чем больше ρ, тем добротнее контур, тем уже частотные характеристики тока и напряжений на элементах контура. В радиотехнических контурах добротность Q = 100–1000, в электротехнических цепях добротность Q - 3–5.
Добротность Q показывает, во сколько раз напряжение на зажимах конденсатора $U_C = U_L$ при резонансе больше напряжения питания U



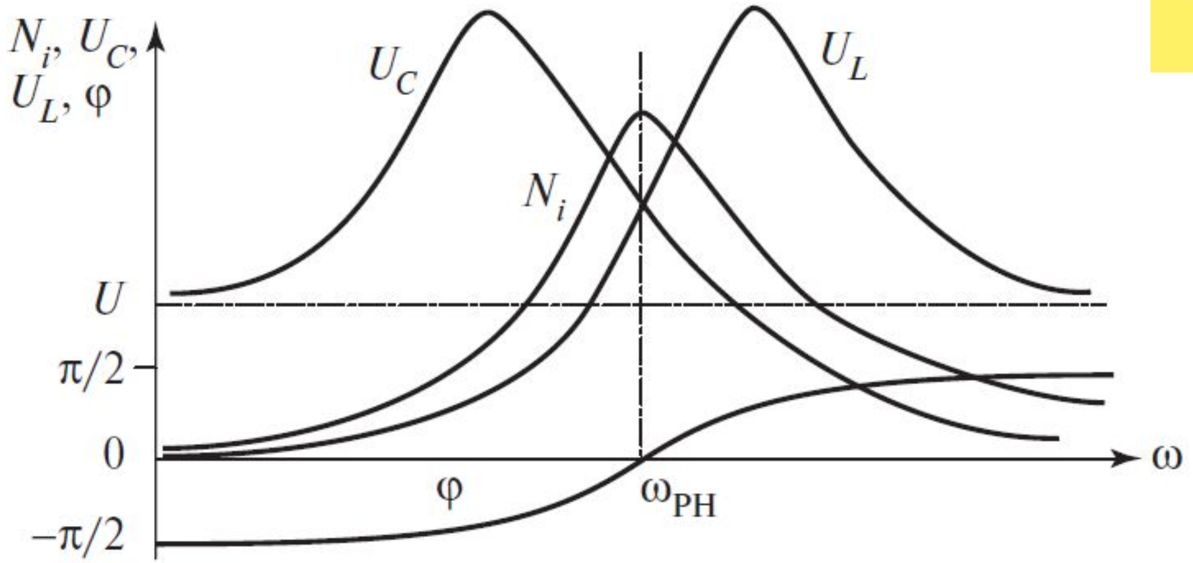




$$I(\omega) = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

$$Z_{РН} = \sqrt{R^2 - (X_{L(РН)} - X_{C(РН)})^2} = R = Z_{\min},$$

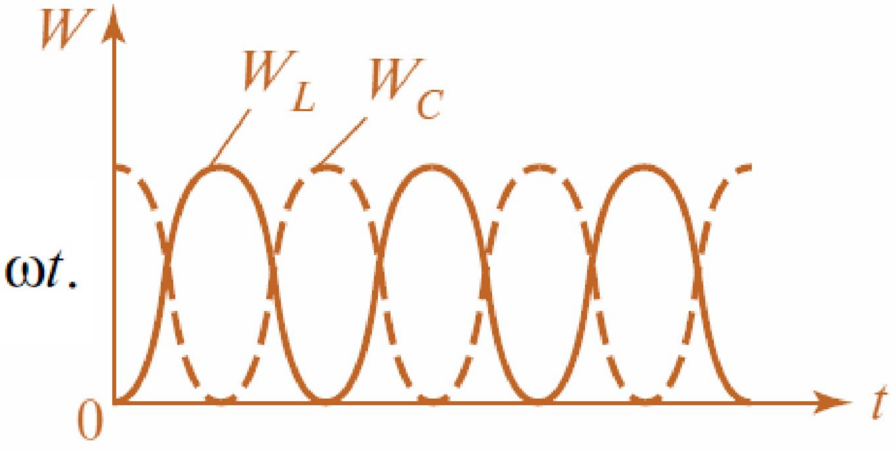
$$I_{РН} = \frac{U}{Z_{\min}} = \frac{U}{R} = I_{\max}.$$



Полосой пропускания контура последовательного колебательного контура называют диапазоном частот: **$D_w = w_в - w_н$**, в пределах которого значение нормированного тока N_i(w) не уменьшается более чем 0,707 относительно своего максимального значения, равного единице. На границах полосы пропускания (на частотах $w_н$ и $w_в$ (нижней и верхней ***частот среза***) фазовый угол равен ±45 град.

$$\Delta\omega \approx \frac{\omega_{РН}}{Q}. \quad P_с(\omega) = RI^2 = \frac{1}{2}RI^2_{\max} = \frac{1}{2}P_{\max}$$

Амплитуда колебаний электрической энергии в электрическом поле конденсатора равна амплитуде колебаний магнитной энергии в магнитном поле катушки, а сумма магнитной и электрической энергии в контуре постоянна и равна



$$W_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2 \omega t, \quad W_C = C \frac{u_C^2}{2} = \frac{1}{2} C X_C^2 I_m^2 \cos^2 \omega t.$$

$$W_C = \frac{1}{2} C \rho^2 I_m^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2 \omega t$$

При резонансе напряжений общая накопленная энергия в контуре остаётся неизменной, при этом магнитная энергия W_L изменяется во времени по закону квадрата синуса, а электрическая энергия W_C — по закону квадрата косинуса (рис.). Т.е. в контуре происходит обмен энергией между элементами L и C без участия в этом процессе источника $e(t)$, для которого контур — чисто активная нагрузка.

$$W_{\text{PH}} = W_L + W_C = \frac{1}{2} L I_m^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = \frac{1}{2} L I_m^2 = \text{const}.$$

$$\omega_{\text{PH}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{и} \quad f_{\text{PH}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

$$\rho = X_{L(\text{PH})} = \omega_{\text{PH}} L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

РЕЗОНАНС ТОКОВ

Резонанс токов (РТ) возникает в параллельном колебательном контуре при равенство нулю входной реактивной проводимости $b_{PT} = b_{L(PT)} - b_{C(PT)} = 0$ или

$$b_{L(PT)} = \frac{\omega_{PT} L}{R_1^2 + (\omega_{PT} L)^2} = $$

$$= b_{C(PT)} = \frac{1/(\omega_{PT} C)}{R_2^2 + 1/(\omega_{PT} C)^2},$$

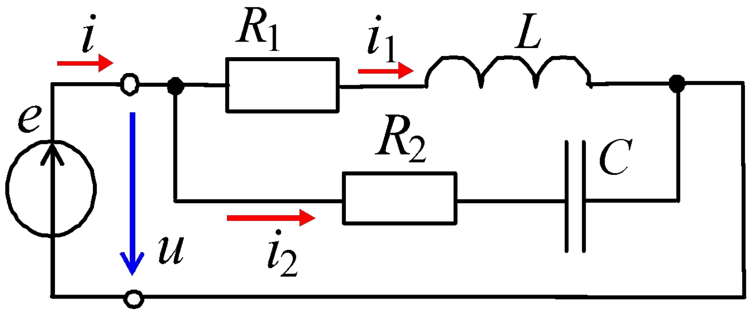


Рис. 8.5

Резонансная угловая частота

$$\omega_{PT} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L/C - R_1^2}{L/C - R_2^2}} = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - резонансная частота контура без потерь ($R_1 = R_2 = 0$); $\rho = \sqrt{L/C}$ - характеристическое сопротивление контура.

В частном случае при $R_2 = 0$

$$\omega_{PT} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R_1^2 C}{L}},$$

когда $R_2 = 0$ и $R_1 << wL$, резонанс наступает при

$$\omega_{PT} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

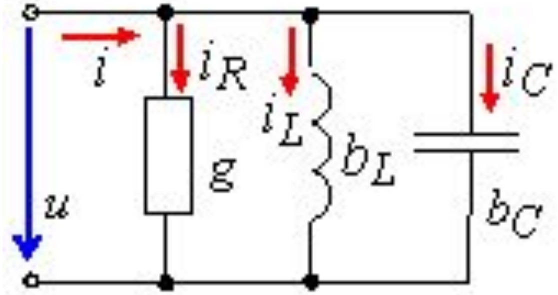
Т.к. резонансная частота — действительна и положительна, то при $R_1 > \sqrt{\frac{L}{C}}$ и $R_2 < \sqrt{\frac{L}{C}}$ или $R_2 < \sqrt{\frac{L}{C}}$ и $R_1 > \sqrt{\frac{L}{C}}$ **режим резонанса невозможен**.

такой режим возможен при $R_1 < \sqrt{\frac{L}{C}}$ и $R_2 < \sqrt{\frac{L}{C}}$

$R_1 > \sqrt{\frac{L}{C}}$ и $R_2 > \sqrt{\frac{L}{C}}$

При $R_1 = R_2 \neq \sqrt{\frac{L}{C}}$ резонансная частота $\omega_{PT} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ не зависит от величины сопротивления $R_1 = R_2$, а при $R_1 = R_2 = \rho$ имеем неопределенность: $\omega_{PT} = \omega_0 \sqrt{\frac{0}{0}}$. Физически это означает, что режим резонанса токов (так называемый вечный резонанс) может возникнуть на любой частоте.

Резонансные свойства цепи с двумя ветвями R_1L и R_2C удобно изучать на эквивалентной схеме замещения с тремя параллельно соединёнными ветвями с параметрами g, b_L и b_C, равными



$$g = g_1 + g_2 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} \qquad b_L = \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} \qquad b_C = \frac{1/(\omega C)}{R_2^2 + 1/(\omega C)^2}$$

Добротность Q параллельного колебательного контура равна

$$Q = \frac{b_{C(PT)}}{g_{PT}} = \frac{b_{L(PT)}}{g_{PT}}$$

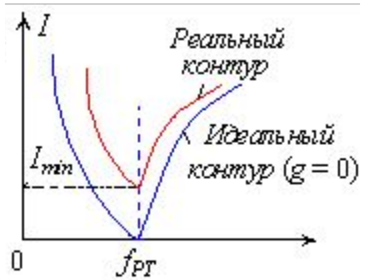
либо отношению тока IC в ветви с конденсатором (при $R_2 = 0$) при режиме РТ и тока I_{PT} на зажимах контура

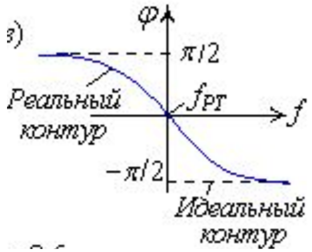
$$Q = \frac{I_{C(PT)}}{I_{PT}}$$

Ток I при РТ *минимален*

$$I_{PT} = \frac{U}{Z_{PT}} = UY_{PT} = U\sqrt{g_{PT}{}^2 + \left(b_{L(PT)} - b_{C(PT)}\right)^2} = Ug_{PT} = I_{min}$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) тока $I(f)$ и *фазо-частотная характеристика* (ФЧХ) $\phi(f)$ реального и идеального контуров





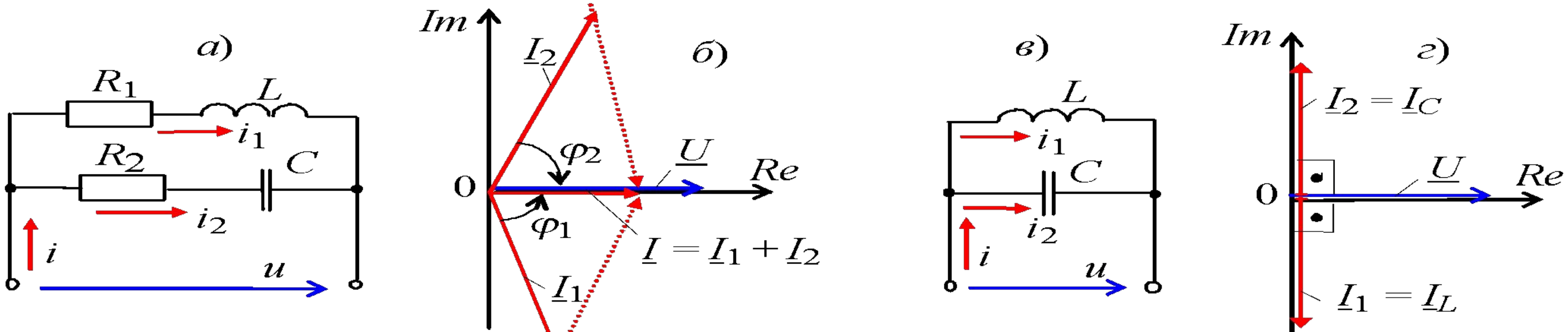
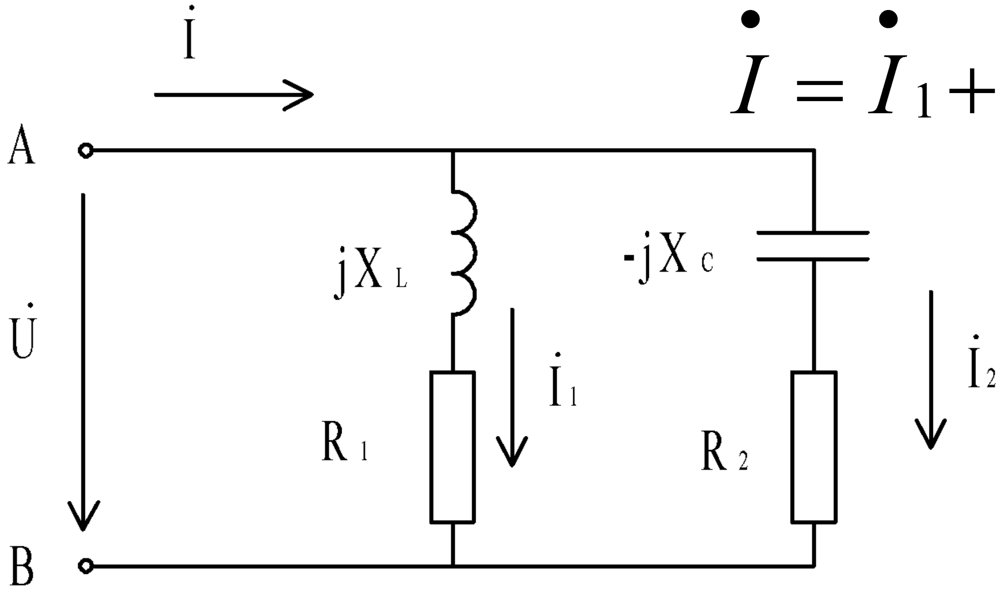


Рис. 8.7

Параллельное соединение элементов в цепях синусоидального тока



$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{ЭКВ1}}$$

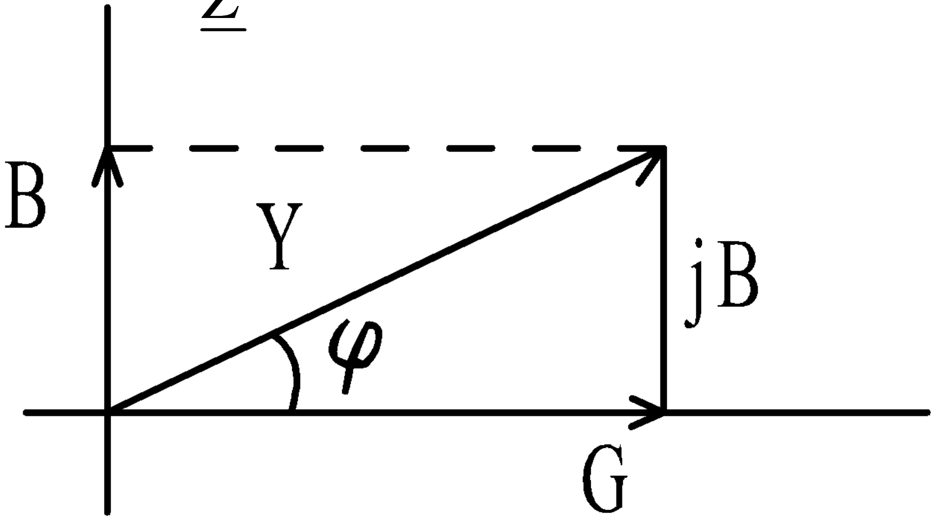
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{ЭКВ2}}$$

$$\underline{Z}_{ЭКВ1} = R_1 + jX_L \quad \underline{Z}_{ЭКВ2} = R_2 - jX_C$$

Треугольники проводимостей

$$Y = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jB$$

G – действительная часть, активная составляющая
B – мнимая часть, реактивная составляющая



$$G = Y\cos\varphi$$

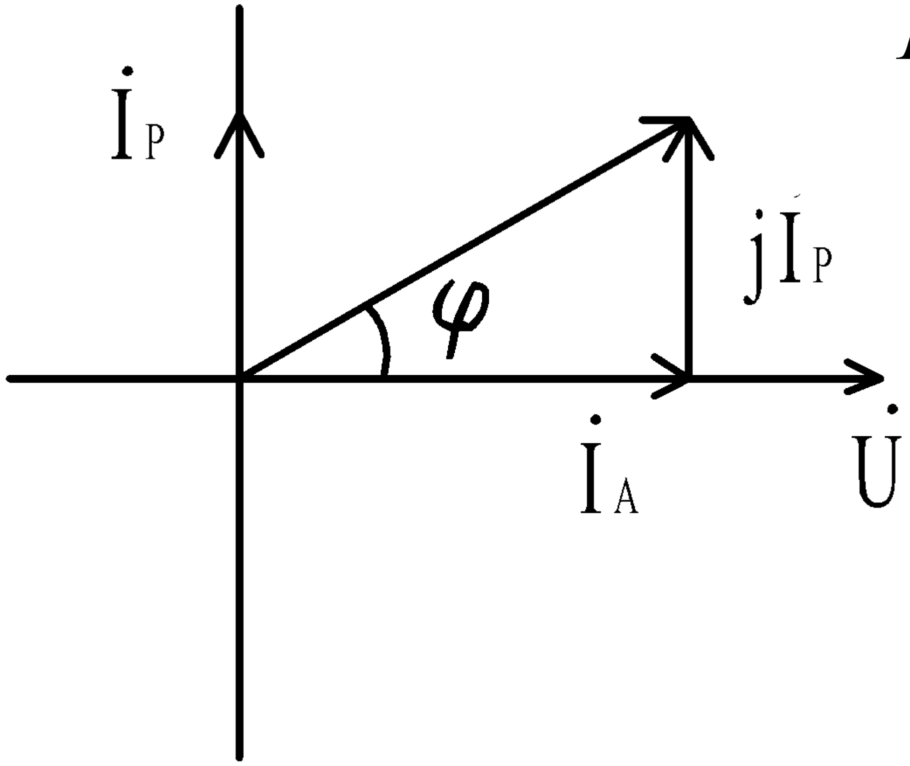
$$B = Y\sin\varphi$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \qquad G = \frac{R}{Z^2}$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} \qquad B = \frac{X}{Z^2}$$

Треугольники токов



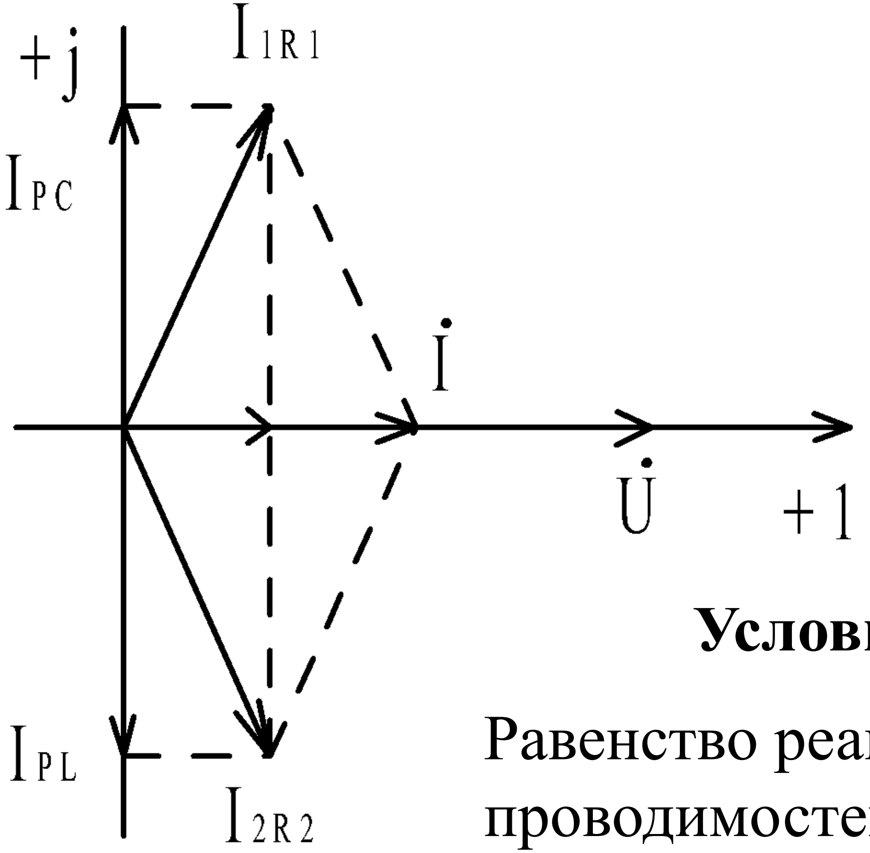
$$\dot{I} = Ie^{j\Psi_i} = \sqrt{I_A{}^2 + I_P{}^2}$$

$$I_A = I\cos\varphi$$

$$I_P = I\sin\varphi$$

$$\varphi = arctg\,\frac{I_P}{I_A}$$

Резонанс токов



Режим токов при котором в цепи, содержащей параллельные ветви с индуктивными и емкостными элементами, ток неразветвленного участка цепи совпадает по фазе с напряжением (φ=0), называют резонансом токов.

Условие резонанса токов:

Равенство реактивных составляющих проводимостей в ветвях $B_L = B_C$

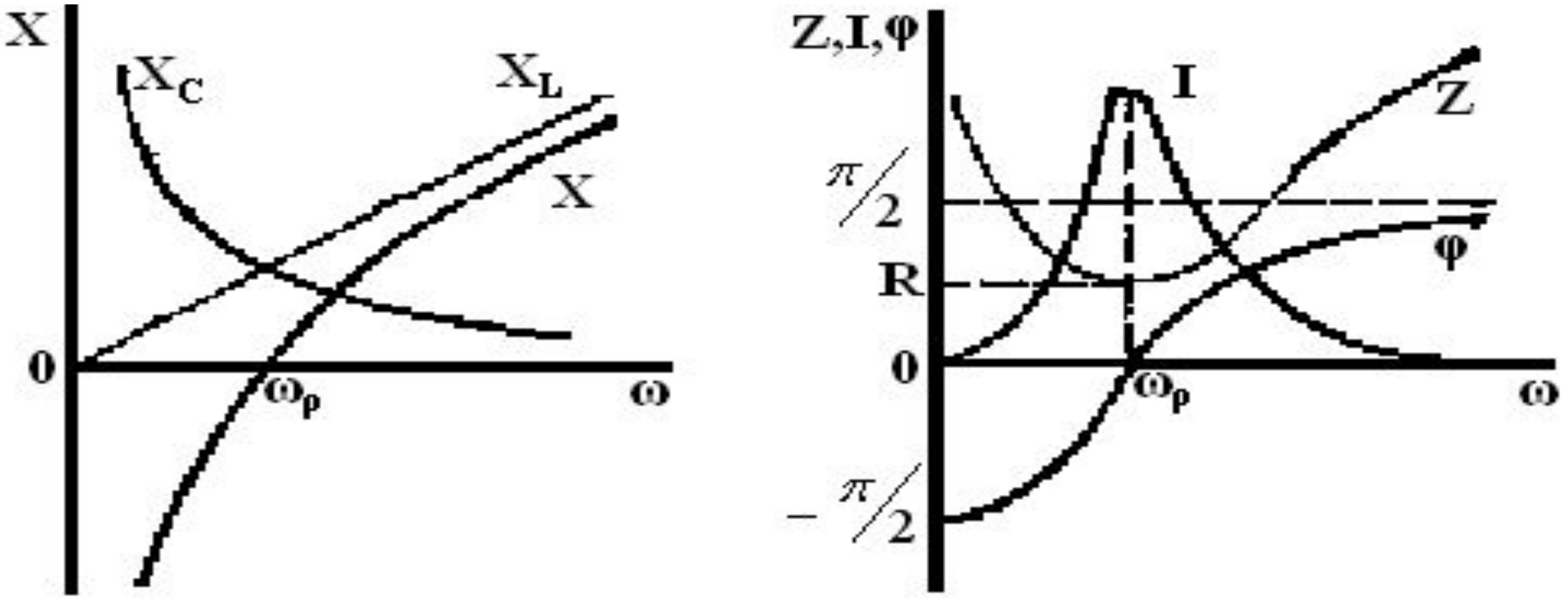
Признаки резонанса токов

1. Токи ветвей равны $I_{PC}=I_{PL}$ и находятся в противофазе.

2. Токи ветвей превышают полный ток цепи, который имеет минимальное значение.

3. $\dot{I}$ и $\dot{U}$ совпадают по фазе, **φ= 0**

Частотные характеристики цепей синусоидального тока

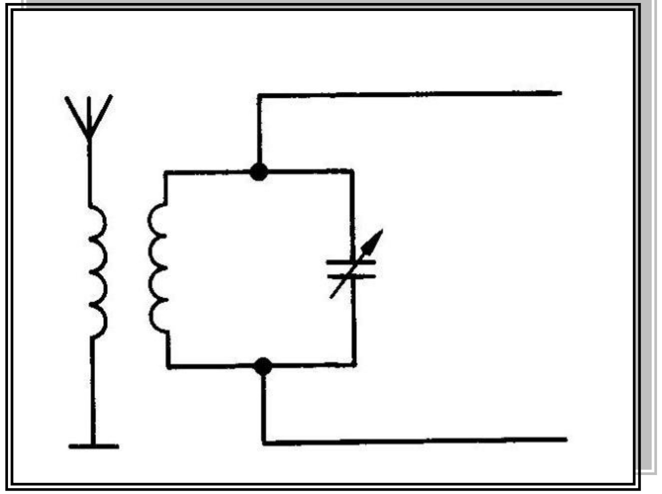


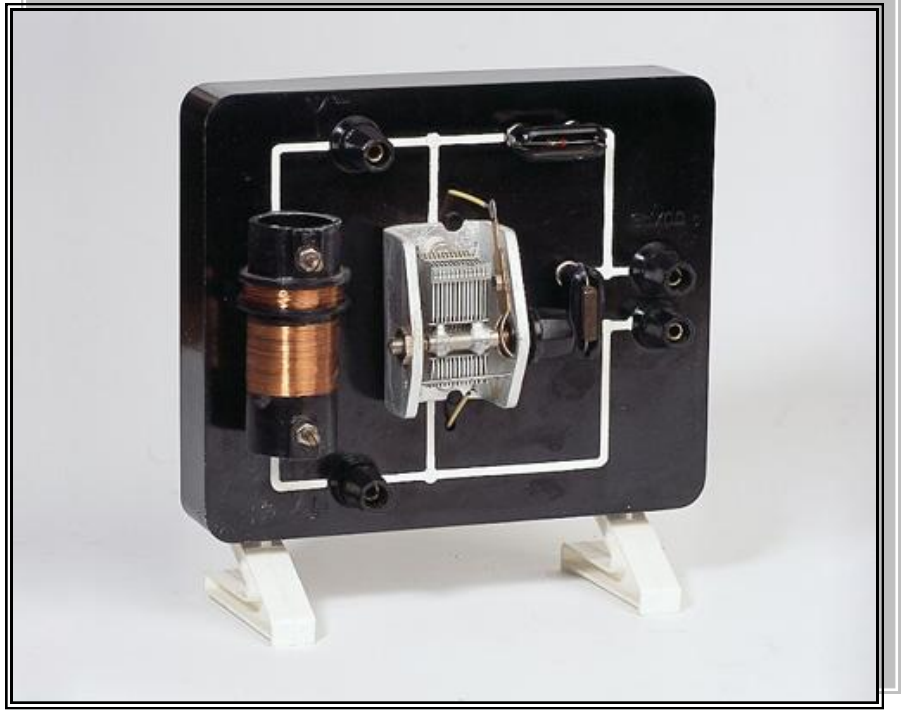
R – активное сопротивление не зависит от частоты

X_L, X_C – реактивные сопротивления зависят от частоты

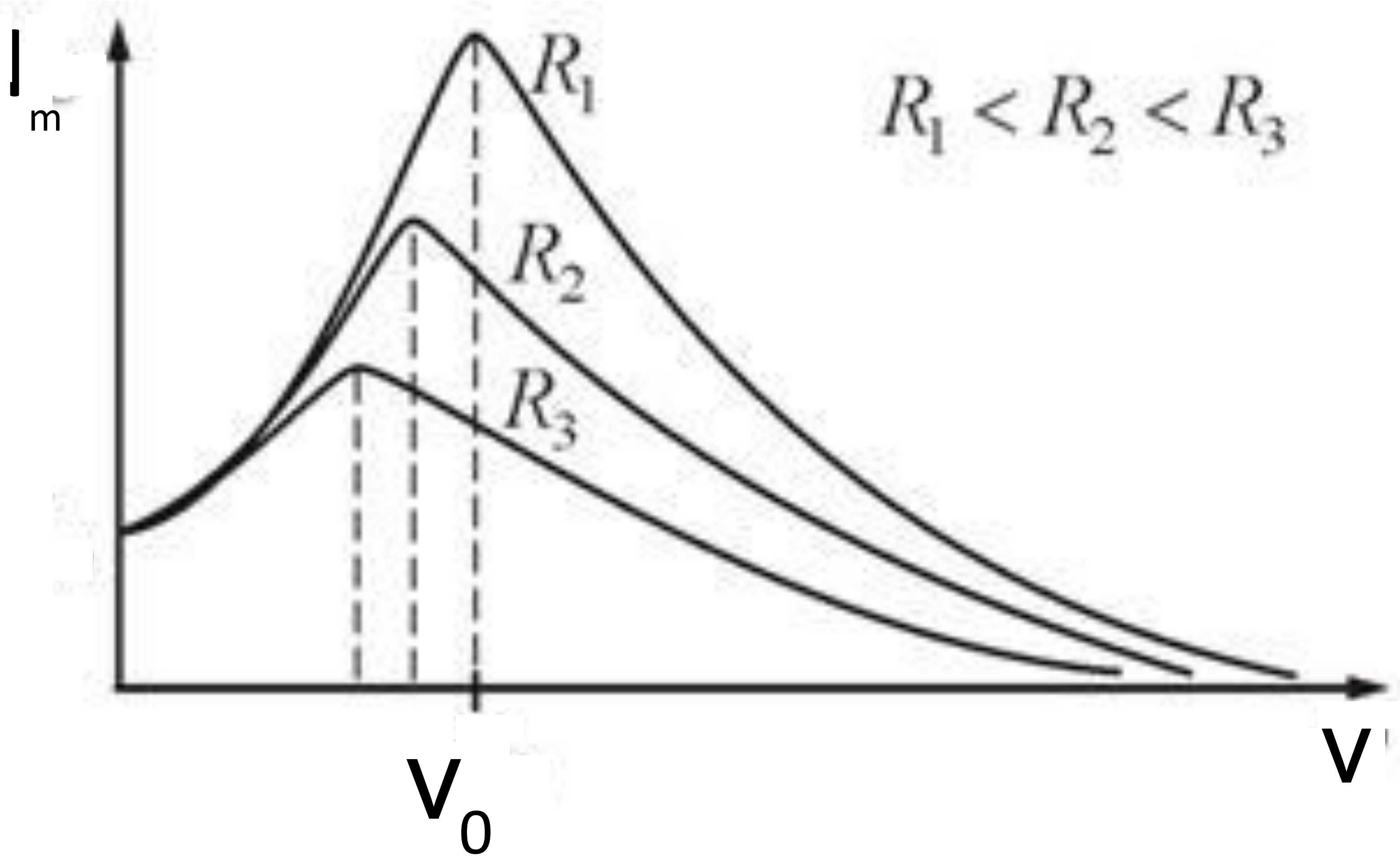
На графиках показаны зависимости тока, полного комплексного сопротивления и угла сдвига фаз от частоты

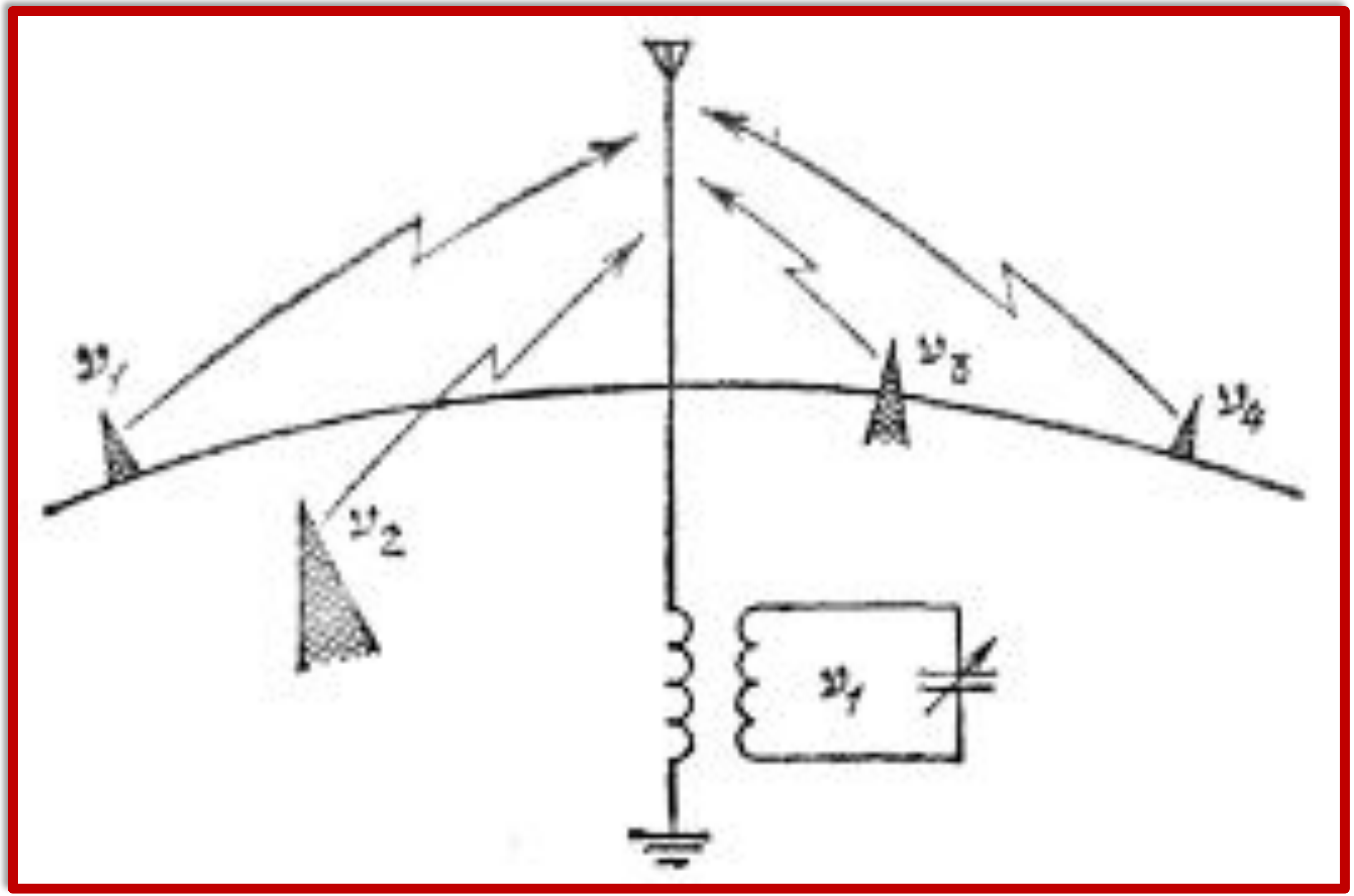
Применение электрического резонанса





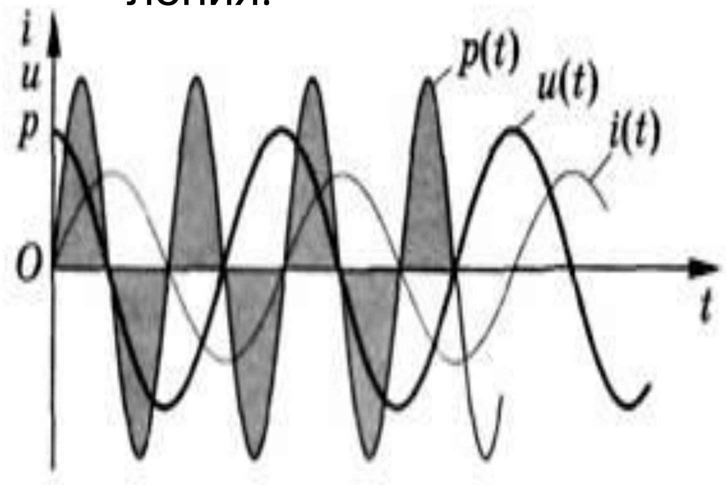
Резонансная кривая при электрическом резонансе





ν_1
ν_2
ν_3
ν_4
ν_1

График колебаний мощности при наличии в цепи переменного тока только индуктивного сопротив-
ления.



Из этого графика видно, что в течение одной четверти периода мощность положительна и энергия от сети поступает к данному участку цепи; но в течение следующей четверти периода мощность отрицательна, и данный участок отдает без потерь обратно в сеть полученную ранее энергию.
Поступающая в течение четверти периода энергия запасается в магнитном поле тока, а затем без потерь

Лишь при наличии проводника с активным сопротивлением в цепи, электромагнитная энергия превращается во внутреннюю энергию проводника, который нагревается. Обратного превращения внутренней энергии в электромагнитную на участке с активным сопротивлением уже не происходит, энергия в сеть не возвращается.

Механический резонанс – увеличение амплитуды механических (звуковых) колебаний под влиянием внешних воздействий. В индийской классической музыке известен такой факт: если поместить гитару в пустой комнате в углу, а напротив искусный музыкант-гитарист станет играть, то другая гитара начнет вибрировать с той же частотой, что и первый, повторяя мелодию. Певец силой голоса может разбить вдребезги бокал при условии, что взятая нота точно соответствует частотным характеристикам этого бокала.

Известный индийский гомеопат Раджан Шанкаран также экспериментировал с резонансом и пением песен, стараясь войти в резонанс с пациентом