

Алгоритмы решения простейших тригонометрических неравенств

Цель

Изучение алгоритмов решения простых тригонометрических неравенств

Задачи

- **изучить тригонометрические неравенства;**
- **рассмотреть различные способы решения простых тригонометрических неравенств;**
- **составить наиболее простой алгоритм решения тригонометрических неравенств;**
- **научиться решать простые тригонометрические неравенства.**



Неравенство - это соотношение между двумя выражениями, указывающее, какое из них больше и какое меньше, посредством одного из знаков: $<$ (меньше); $>$ (больше); \geq (больше или равно), \leq (меньше или равно).

Решить неравенство — это значит найти множество всех его решений.

Решением неравенства называются все значения переменной, при которых неравенство становится верным.

Тригонометрическое неравенство -
неравенство, в котором неизвестная
переменная находится под знаком
тригонометрической функции.

**Простое тригонометрическое
неравенство** – неравенство, в котором
неизвестная переменная находится под
знаком одной тригонометрической
функции.



Способы решения тригонометрических неравенств

- Решение тригонометрических неравенств с помощью числовой окружности;
- Решение тригонометрических неравенств с помощью графика функции.

Решение тригонометрических неравенств с помощью числовой окружности

- решение тригонометрических неравенств с синусом и косинусом;
- решение тригонометрических неравенств с тангенсом и котангенсом.



Алгоритм решения тригонометрических неравенств с синусом и косинусом

- 1. Перенести все числа в правую часть неравенства;**
- 2. Начертить единичную окружность и отметить на ней ось \sin или ось \cos ;**
- 3. Отметить на оси число из правой части неравенства;**
- 4. Через отмеченную точку провести прямую параллельную оси X или Y ;**



- 1. Отметить точки пересечения прямой с окружностью, определить их значения;**
- 2. Закрасить ту часть круга, которая является решением неравенства;**
- 3. В закрашенной части указать стрелкой направление обхода окружности (против часовой стрелки);**
- 4. Проверить, чтобы стрелка была направлена от меньшего угла к большему (если это не выполняется, то больший угол заменить соответствующим меньшим);**
- 5. Записать ответ с учетом периода 2π .**

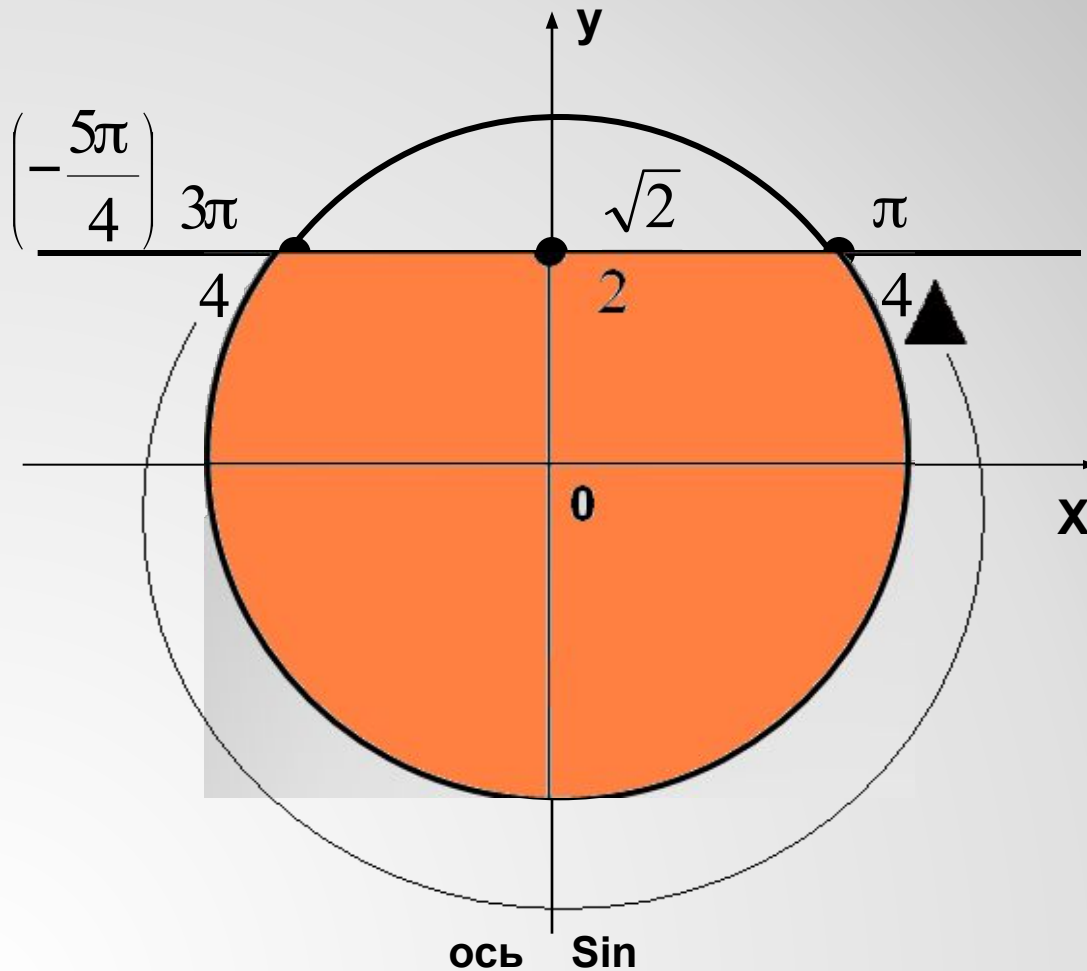


$$2 \cdot \sin x - \sqrt{2} \leq 0$$

Решение:

$$2 \cdot \sin x \leq \sqrt{2}$$

$$\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Ответ:

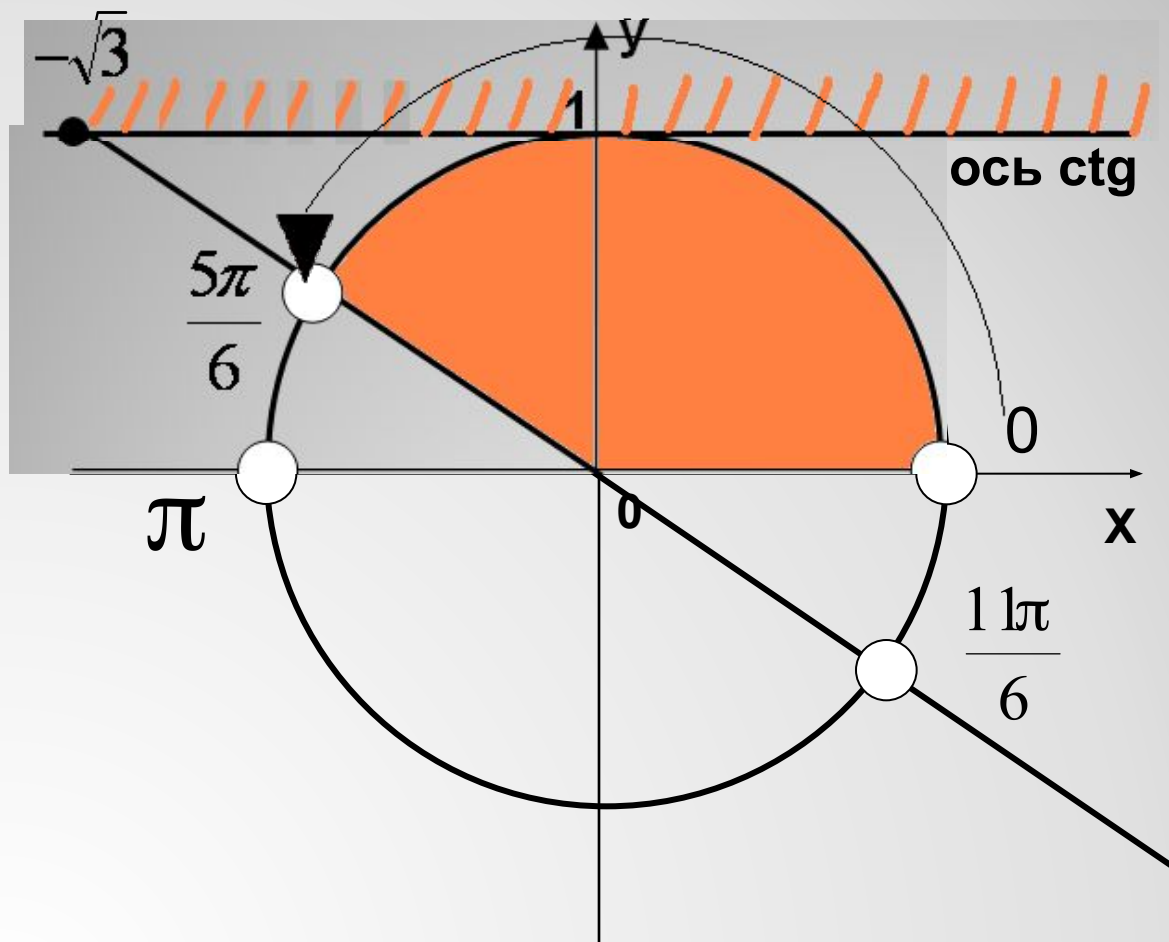
$$x \in \left[-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$

Алгоритм решения тригонометрических неравенств с тангенсом и котангенсом

- 1. Перенести все числа в правую часть неравенства;**
- 2. Начертить единичную окружность и отметить на ней ось tg или ctg ;**
- 3. Отметить на оси число из правой части неравенства;**
- 4. Через отмеченное число и центр окружности провести прямую;**



- 5.** Отметить точки пересечения прямой с окружностью, определить их значение;
- 6.** Отметить на окружности точки в которых tg и ctg не определен;
- 7.** Закрасить ту часть круга, которая является решением неравенства;
- 8.** В закрашенной части указать направление обхода окружности (против часовой стрелки);
- 9.** Проверить, чтобы стрелка была направлена от меньшего угла к большему (если это не выполняется, то больший угол заменить соответствующим меньшим);
- 10.** Записать ответ с учетом периода Πn .



$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{ctg} x + 3 > 0$$

Решение:

$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{ctg} x > -3$$

$$\operatorname{ctg} x > -\frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{ctg} x > -\sqrt{3}$$

Ответ: $x \in \left(0 + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}$



Алгоритм решения тригонометрических неравенств с помощью графика функции

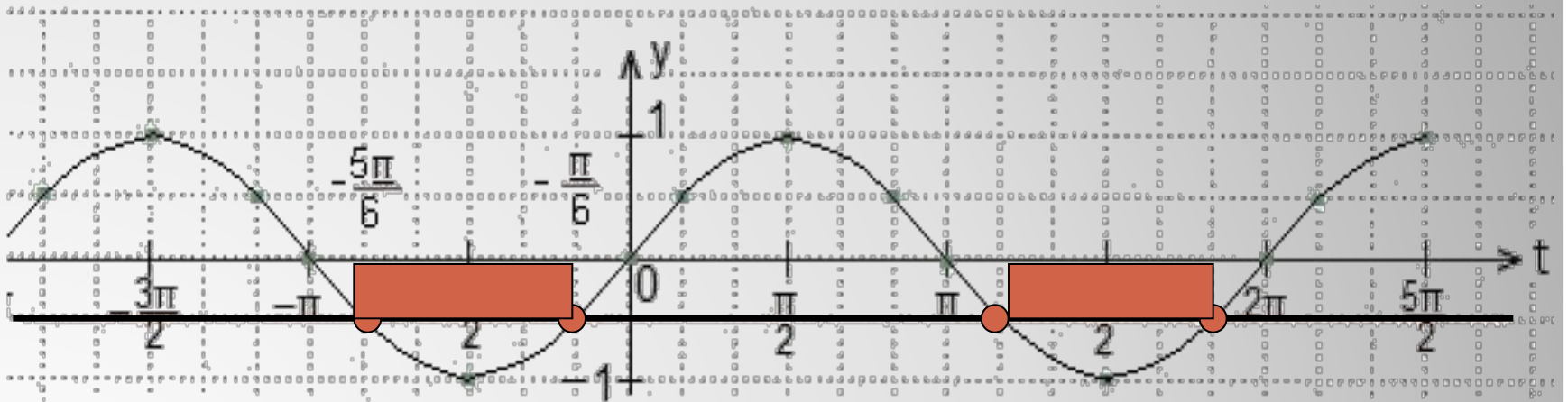
- 1) Перенести все числа в правую часть неравенства;**
- 2) Выписать функции входящие в неравенство;**
- 3) Построить в одной системе координат графики этих функций;**
- 4) Отметить на рисунке точки пересечения графиков функций;**
- 5) Выделить части графиков, удовлетворяющие неравенству;**
- 6) Записать ответ, учитывая период тригонометрической функции входящей в неравенство.**

$$\sin x \leq -\frac{1}{2}$$

Решение:

$$y_1 = \sin x$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}$$



Ответ: $x \in \left[-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$

Спасибо за внимание!