

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»

Дисциплина «Механика композиционных материалов»

Критерии прочности при изгибе. Распространение критериев прочности на случай циклического нагружения

**д.т.н., профессор
Полилов А.Н.**

Подтемы:

СЗ.3.1. Критерий расслоения композитных балок при изгибе.

СЗ.3.2. Критерий межслойной прочности при циклическом изгибе.

СЗ.3.3. Масштабный эффект при изгибе.

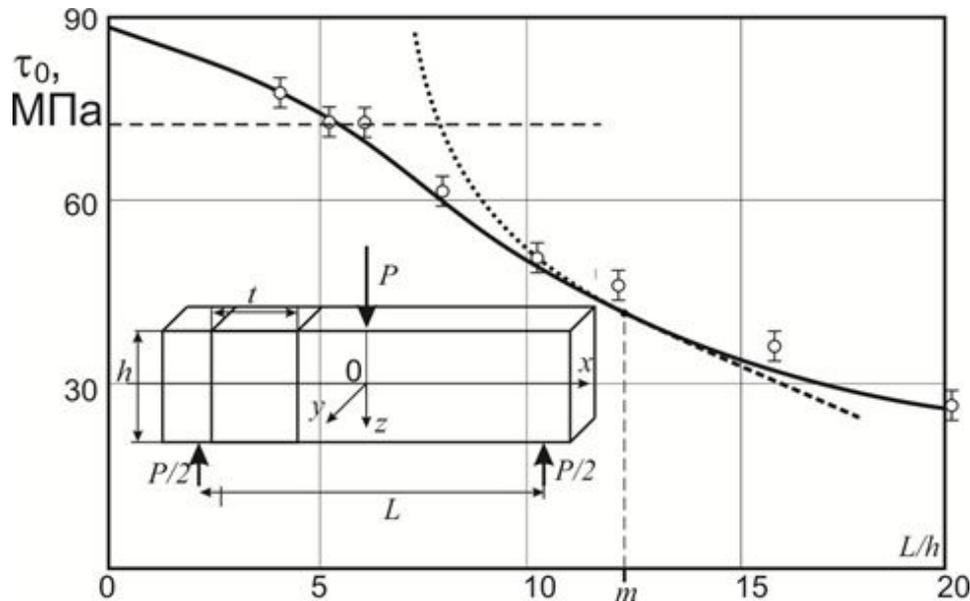
*Линейный критерий
межслойного разрушения
композитных балок при
изгибе.*

Линейное распределение нормальных напряжений и параболическое распределение касательных напряжений по высоте изгибаемого образца при поперечном, трехточечном изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{3 PL}{2 th^2} \quad \tau_{\max} = \frac{3 P}{4 th}$$

$\frac{\tau_{\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{h}{2L}$ - отношение показывает, что в коротких образцах при изгибе касательные напряжения могут раньше достигнуть предела прочности, чем нормальные, и при этом происходит межслойное разрушение от сдвига. Этот вид разрушения позволяет оценивать межслойную сдвиговую прочность (иногда говорят: прочность межслоевого сдвига – interlaminar shear strength).

Критерий расслоения композитных балок при изгибе



Наиболее опасным оказывается сечение под нагрузкой, где в балочном приближении распределения касательных и нормальных напряжений при трехточечном изгибе на основе гипотезы плоских сечений можно выразить в следующем виде:

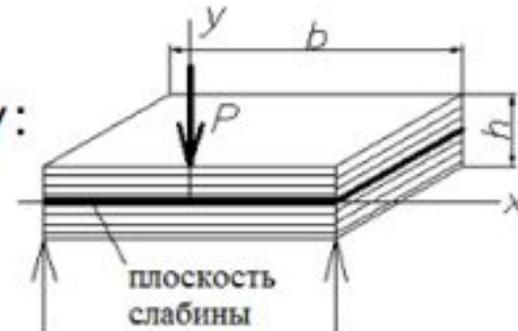
$$\sigma_x = \frac{3PLz}{th^3}$$

$$\tau_{xz} = \frac{3P}{th^3} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right)$$

Схема испытаний на изгиб и зависимость условной сдвиговой прочности τ_0 от отношения пролета балки L к его высоте h для однонаправленного стеклопластика

Нахождение двух параметров линейного критерия расслоения композитных балок при изгибе

Рассмотрим слоистую балку:



Гипотеза распределения напряжений τ по параболе:



Формула Журавского Тимошенко: $\bar{\tau}_0 = \frac{3P}{4bh}$ - условная сдвиговая прочность.

Линейный критерий межслойного разрушения

Короткий образец испытывают $\frac{h}{2l} = 5 \div 7 \rightarrow \tau_0 = \dots$
на изгиб при

Гипотеза состоит в том, что τ_0 не зависит от длины в коротких балках.

Линейный критерий прочности: $[\sigma_x + m \cdot \tau_{xy} = c] = f(y)$

$$\sigma_x = \frac{3Pl}{bh^3} y \quad (\sigma_x^{\max} - \text{напряжение в сечении под нагрузкой})$$

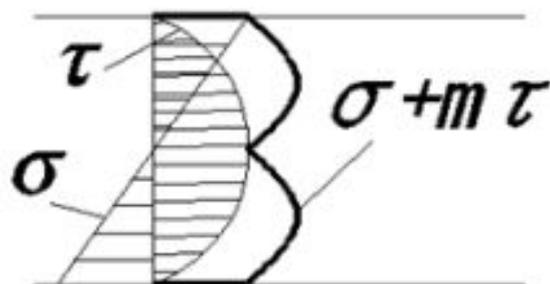
$$\tau_{xy} = \frac{3P}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

$$\text{В результате получаем: } \frac{3P}{bh^3} \left(l \cdot y + m \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \right) = f(y)$$



Определим координату, где начнется разрушение:

$$f'(y) = 0 \Rightarrow$$


$$\Rightarrow y^* = \frac{l}{2m} < \frac{h}{2} \quad (*)$$

$c = \sigma_{\text{изг}}$ (прочность на изгиб) } - прочностные свойства
 m – безразмерная величина } (const-ы материала)

Критическое значение τ : $[\tau] = \frac{c}{m}$

Эквивалентная запись критерия: $\frac{\sigma_x}{[\sigma]} + \frac{\tau_{xy}}{[\tau]} = 1$

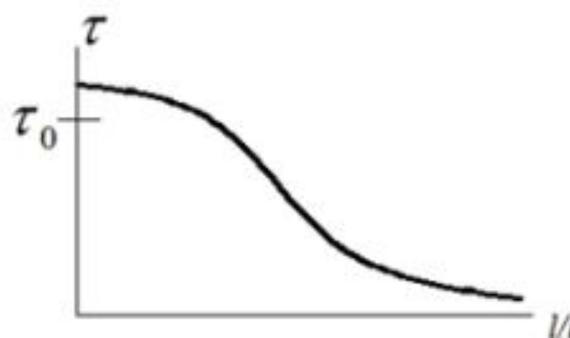
Из (*) $\rightarrow \frac{l}{h} < m$ - условие расслоения.



Подставив условие расслоения в выражение критерия прочности, получим:

$$\frac{3P}{bh^3} \left(\frac{l^2}{2m} - m \left(\frac{h^2}{4} - \frac{l^2}{4m^2} \right) \right) = c$$

В результате получаем выражение для τ_0 :


$$\tau_0 = \frac{m \cdot c}{m^2 + (l/h)^2} \quad (1)$$

Возьмем обратную величину для обработки экспериментальных данных:

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{m}{c} + \frac{1}{mc} \cdot \frac{l^2}{h^2}$$

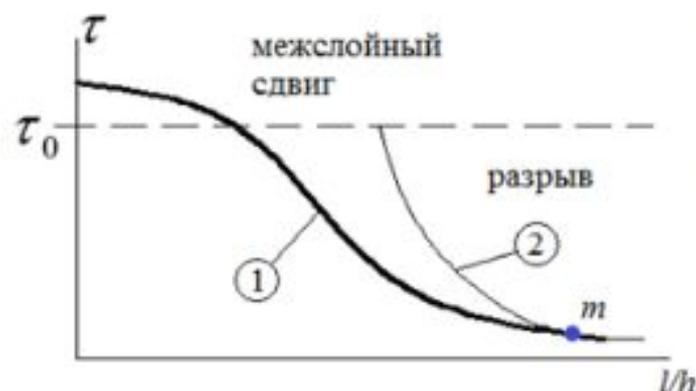


$$\sigma = \frac{3 Pl}{2 bh^2} = \frac{3 l}{2 bh^2} \cdot \frac{4bh}{3} \tau_0 = \frac{2l}{h} \tau_0$$

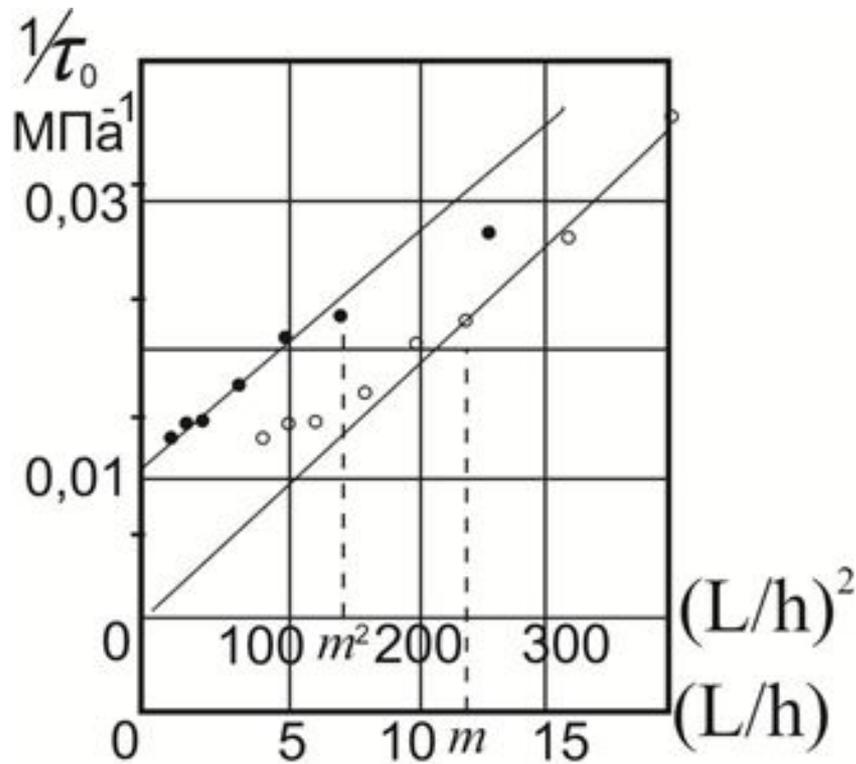
В итоге получаем 2 уравнения:

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{2l}{ch} - \text{прямая линия}; \quad \tau_0 = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{l/h} - \text{гипербола}; \quad (2)$$

Касание двух кривых по критерию (1) и (2) происходит в точке m :



- (1) - обычное разрушение от σ по 1-му критерию;
- (2) - обычное разрушение от σ по 2-му критерию;



Критическую нагрузку можно определить из через критическое нормальное, продольное напряжение σ :

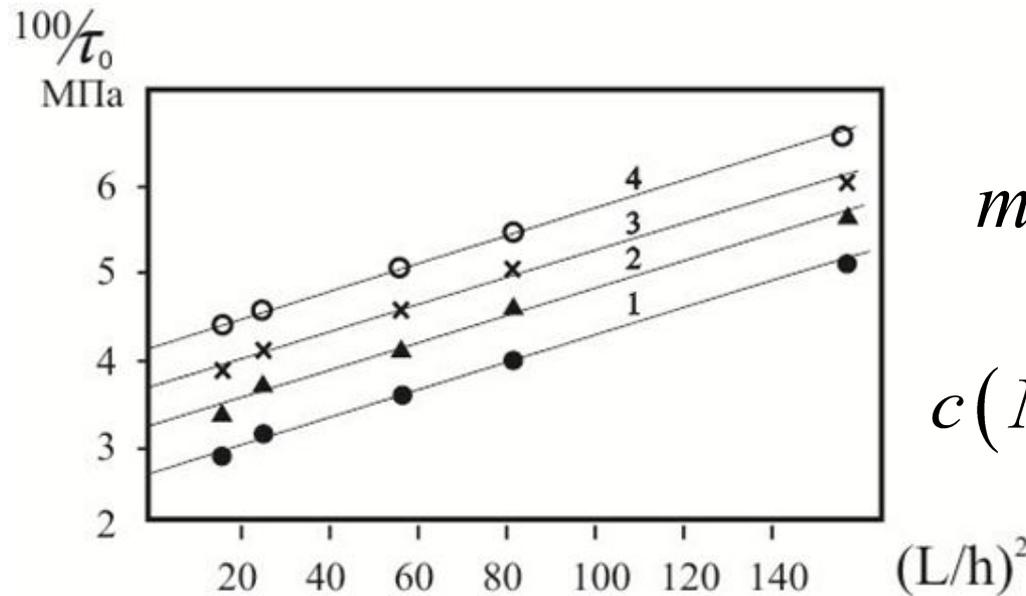
$$P = \frac{2th^2c}{3L}$$

Экспериментальные данные в координатах $\frac{1}{\tau_0} - \left(\frac{L}{h}\right)^2$ (●)

и в координатах $\frac{1}{\tau_0} - \frac{L}{h}$ (○)

$$\tau_0 = \frac{ch}{2L}$$

Критерий межслойной прочности при циклическом изгибе



$$m(N)c(N) = m(1)c(1)$$

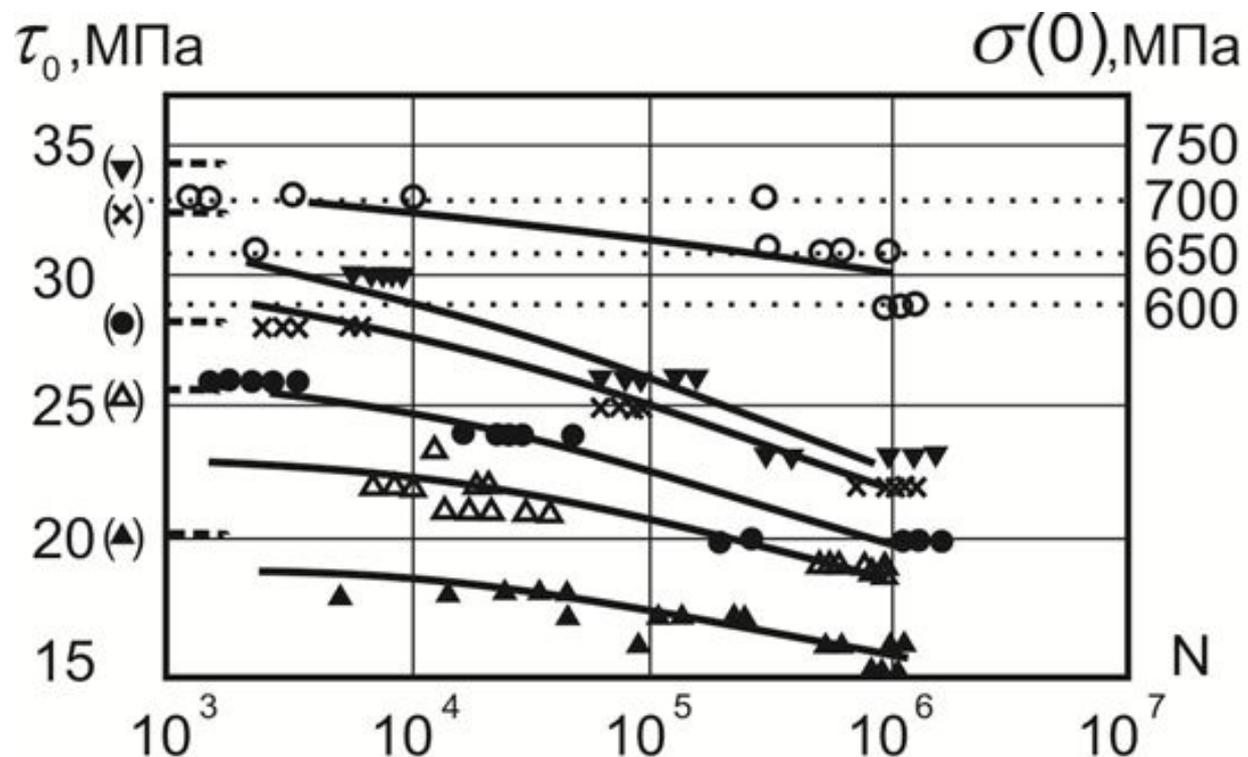
$$c(N) = c(1)(1 - 0,035 \lg N)$$

Зависимости обратной условной межслойной прочности $\frac{1}{\tau_0}$ от

$\left(\frac{L}{h}\right)^2$ при различном числе циклов N :

1- $N=10^0$; 2- 10^4 ; 3- 10^5 ; 4- 10^6

$$\tau_0(N, L/h) = \frac{c(1)m(1)}{m^2(1)(1 - 0,035 \lg N)^{-2} + (L/h)^2}$$



Кривые усталости для однонаправленного углепластика при трехточечном изгибе: 1- $L/h=4$; 2-5; 3-7,5; 4-9,5; 5-12,5, 6 - кривая усталости для однонаправленного углепластика при растяжении



Лабораторная работа 8

"Определение параметров

критерия прочности по

результатам испытаний на

изгиб коротких композитных

балок".

Исходные данные: $h \times b = 6 \times 6 \text{ мм}$;

P, кг	336	312	293	240
L, мм	30	36	42	60

Зная зависимость $\tau_0 = \frac{3P}{4 \cdot b \cdot h}$, получим следующие значения:

τ	7	6,5	6,1	5
l/h	5	6	7	10
$(l/h)^2$	25	36	49	100

По полученным данным строим методом наименьших квадратов прямую и проводим её до пересечения с осью ординат.

Исходные данные: $h \times b = 6 \times 6 \text{ мм}$;

P, кг	336	312	293	240
L, мм	30	36	42	60

Зная зависимость $\tau_0 = \frac{3P}{4 \cdot b \cdot h}$, получим следующие значения:

τ	7	6,5	6,1	5
l/h	5	6	7	10
$(l/h)^2$	25	36	49	100

По полученным данным строим ломаную, которую методом наименьших квадратов заменяем на прямую и проводим до пересечения с осью ординат.





Точка пересечения с осью ординат: $l = 0: \frac{1}{\tau_0} = \frac{m}{c} = 0.126$

Тангенс угла наклона прямой: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{mc} = 0.00074$

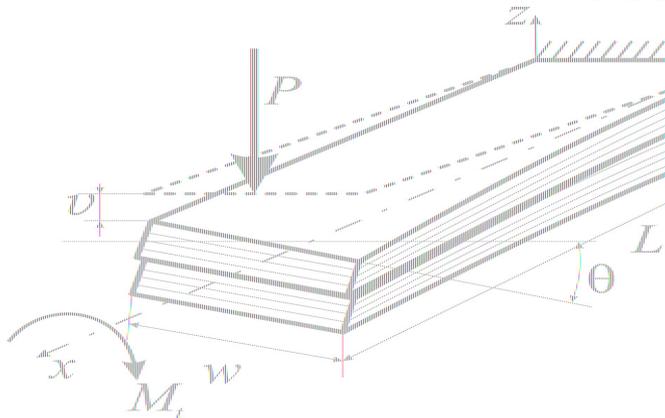
Решая систему из 2-х уравнений, находим: $m = 13.0; c = 103.6$



Масштабный эффект при изгибе

Расслоение при изгибе, кручении и изгибе с кручением

Расслоение при изгибе



Накопленная упругая энергия равна работе силы:

$$U_0 = \frac{1}{2} P v = \frac{2P^2 L^3}{E_x w h^3} = \frac{v^2 E_x w h^3}{8L^3}$$

После расслоения при фиксированном прогибе оставшаяся упругая энергия:

$$U_1 = \frac{v^2 E_x w}{8L^3} 2 \left(\frac{h}{2} \right)^3 = \frac{1}{4} U_0$$

Энергетический критерий:

$$\frac{3}{4} U_0 = \gamma w L$$

Расслоение при совместном действии изгиба и кручения

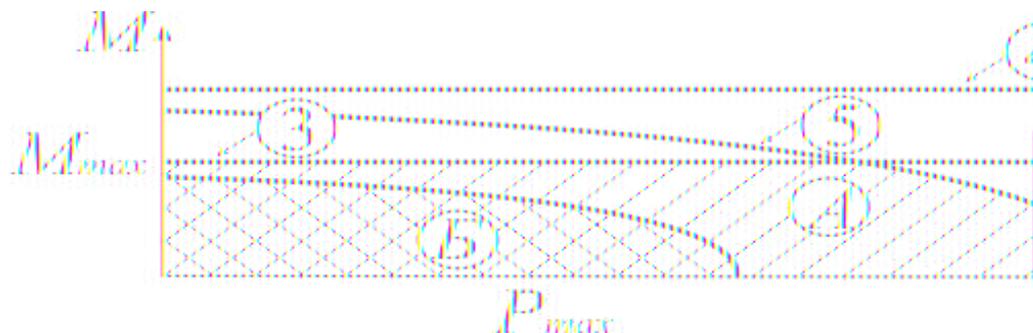
Критическая нагрузка:

$$P^* = \frac{w h}{L} \sqrt{\frac{2}{3} E_x \gamma h}$$

$$\tau^* = \frac{3P^*}{2wh} = \frac{h}{L} \sqrt{\frac{3E_x \gamma}{2h}}$$



Расслоение при изгибе с кручением



«Эллипс прочности» при совместном действии изгибающей силы и крутящего момента:

1 – критическая сила по нормальным напряжениям;

2 – критическая сила по касательным напряжениям при изгибе; 3 – критический крутящий момент по касательным напряжениям; 4 – критический момент по предельному состоянию; 5 – энергетический критерий при совместном изгибе и кручении; А – допустимая область, за пределами которой происходит разрушение;

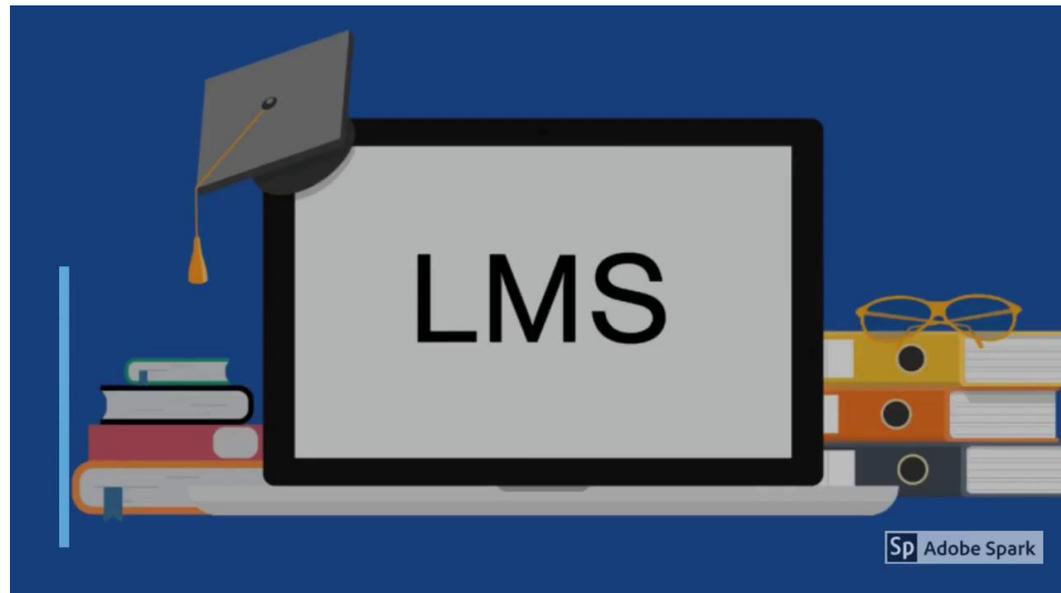
Б – область допустимых нагрузок с заданным коэффициентом запаса

Энергетическое условие расслоения:

$$\frac{3}{2w^2h^3} \left(\frac{P^2 L^2}{E_x} + \frac{3M_t^2}{4G_{xy}} \right) = \gamma$$

Заключение

Предлагаем студентам просмотреть дополнительные материалы, размещенные в LMS Политеха (<https://lms.mospolytech.ru>)



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!