

# Методы фильтрации контуров изображений



# Определени е

**Выделение границ — выделение точек изображения, в которых присутствует неоднородность (резко меняется яркость)**



# Классификация

- Методы первого порядка (градиентные):

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2}$$

- Методы второго порядка:

$$\Delta f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

- Согласованные:

$$F_{gauss}(i, j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right)$$

# Свёртка

$$a_{\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}}$$

интегральная операция получения новой функции по двум исходным.

$$(f * g)(x) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\mathbb{R}^n} f(y)g(x - y)dy = \int_{\mathbb{R}^n} f(x - y)g(y)dy$$

# Дискретная свёртка

Одномерный  
случай  
 $n$

$$N(x) = \sum_{i=0}^n K(i)A(x - i)$$

Двумерный  
случай

$$N(x, y) = \sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l K(i, j)A(x - i, y - j)$$

$A$  – исходная функция.  
свёртки.

$K$  – функция

# Дискретная свёртка

Исходное изображение

Матрица свертки

Полученное изображение

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	
	$X_4$	$X_0$	$X_5$	
	$X_6$	$X_7$	$X_8$	

\*

$m_1$	$m_2$	$m_3$
$m_4$	$m_0$	$m_5$
$m_6$	$m_7$	$m_8$

=

		$y$		



Влияющие пиксели



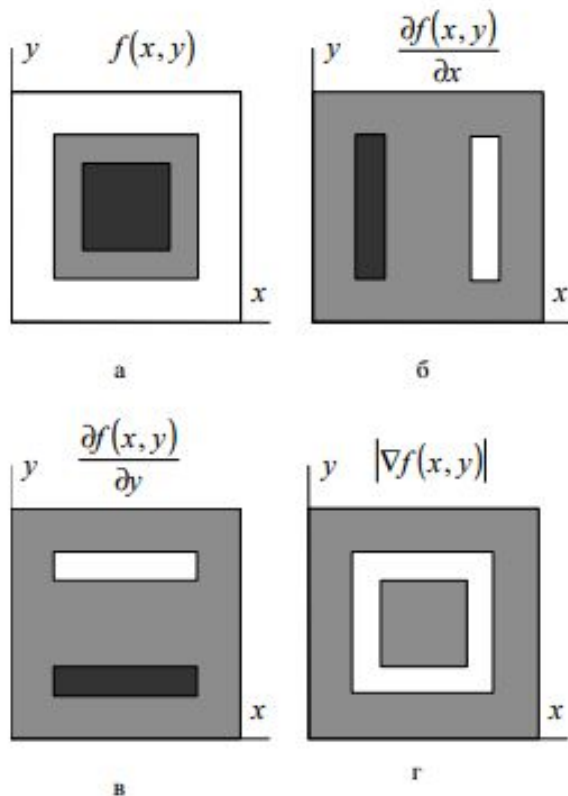
Зависимый пиксель

# Поиск градиентов

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2}$$

# Поиск

## ГРАДИЕНТ



$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2}$$



# Операторы

- Оператор Собеля (Sobel)
- Оператор Прюитта (Prewitt)
- Оператор Робертса (Roberts)
- Оператор Лапласа (Laplace)
  
- Детектор границ Кэнни (Canny)

# Оператор Собеля

$$\frac{\partial}{\partial x} \approx \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \approx \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

# Оператор Собеля

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * A \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * A$$

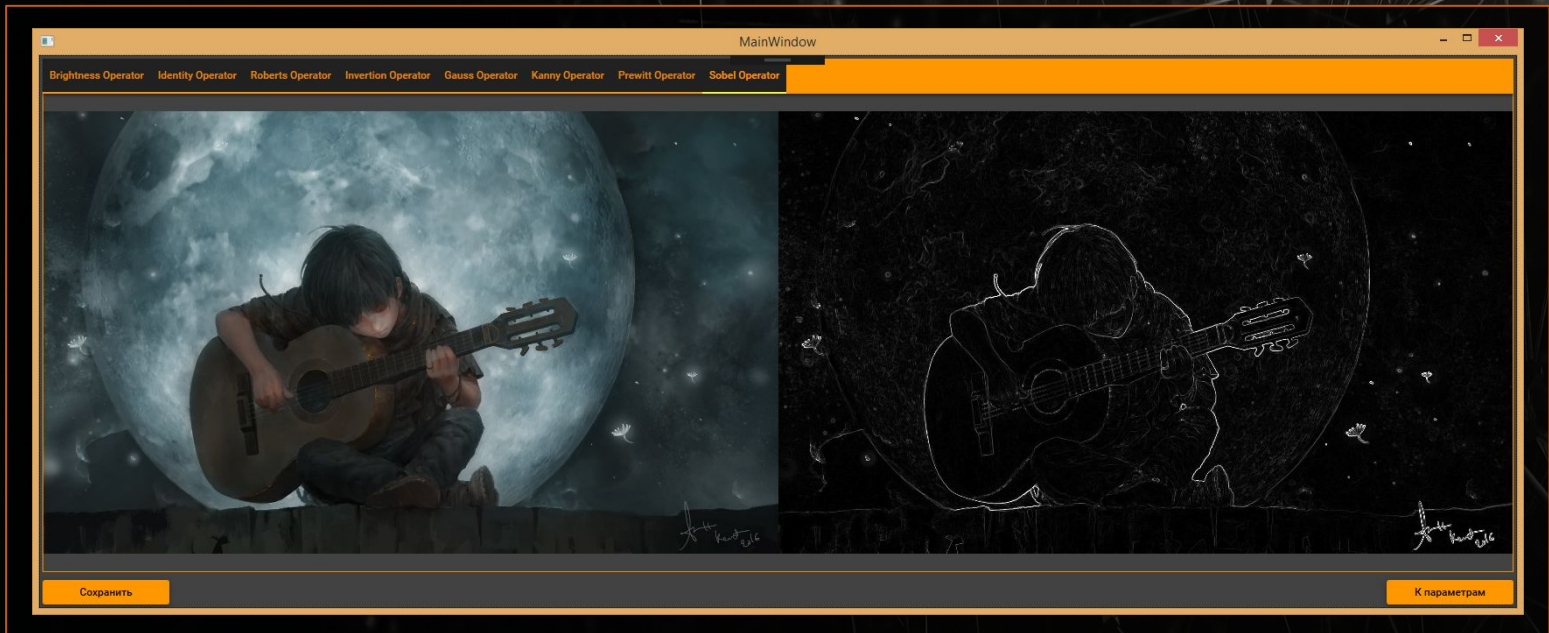
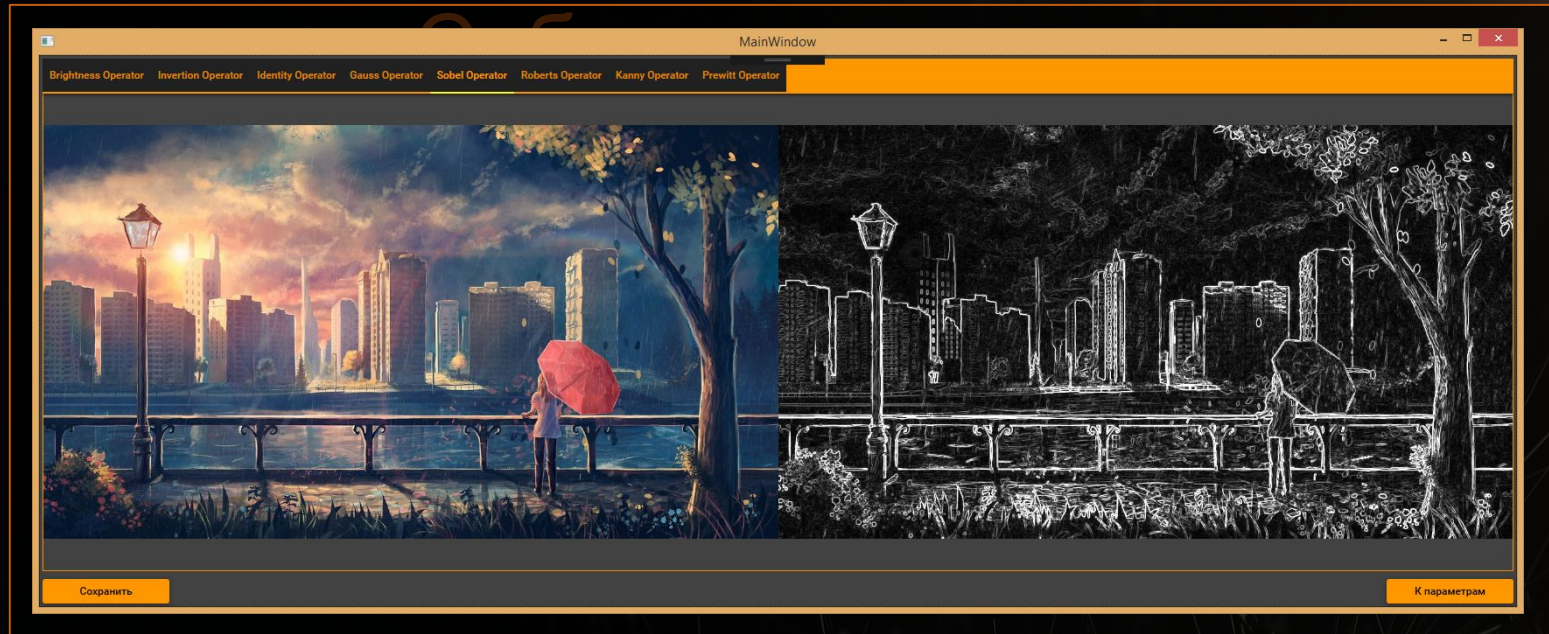
$G_x, G_y$  – проекции вектора градиента

$$\alpha = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \quad G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

$\alpha$  – угол вектора градиента.

$G$  – длина градиента

# Оператор

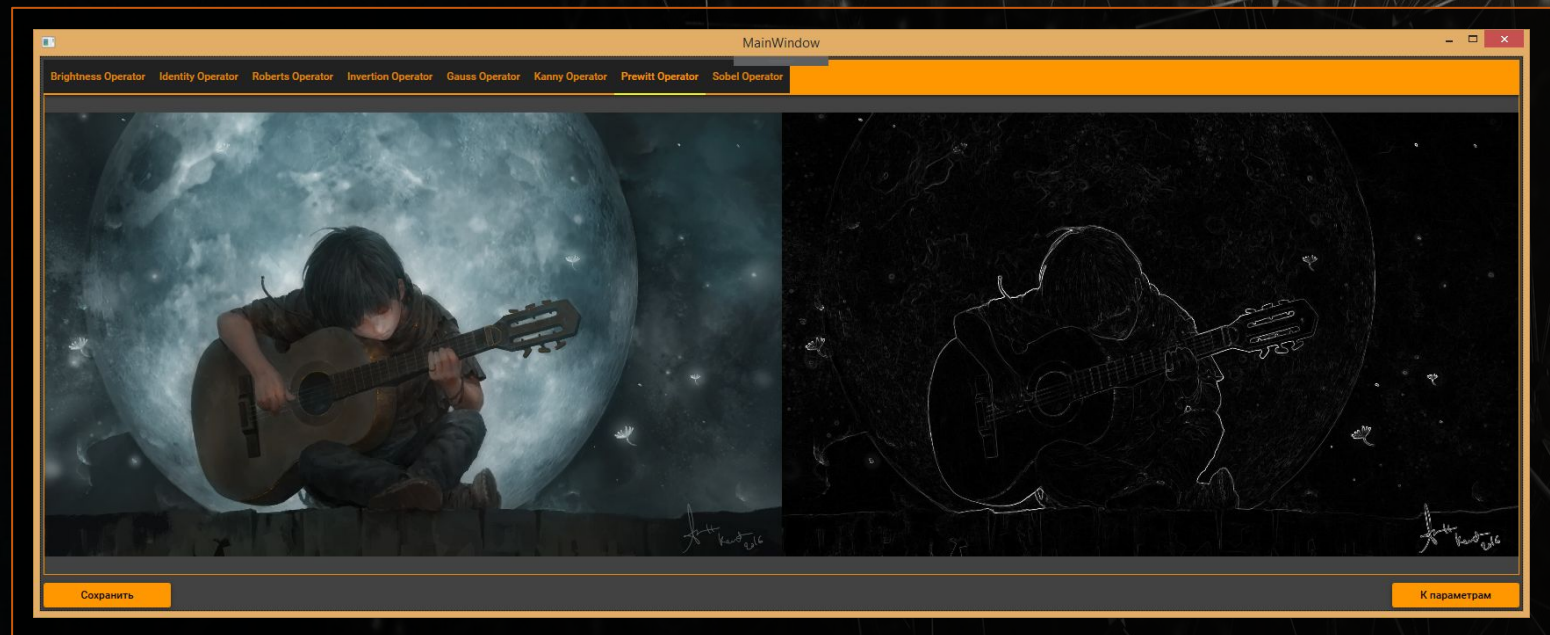
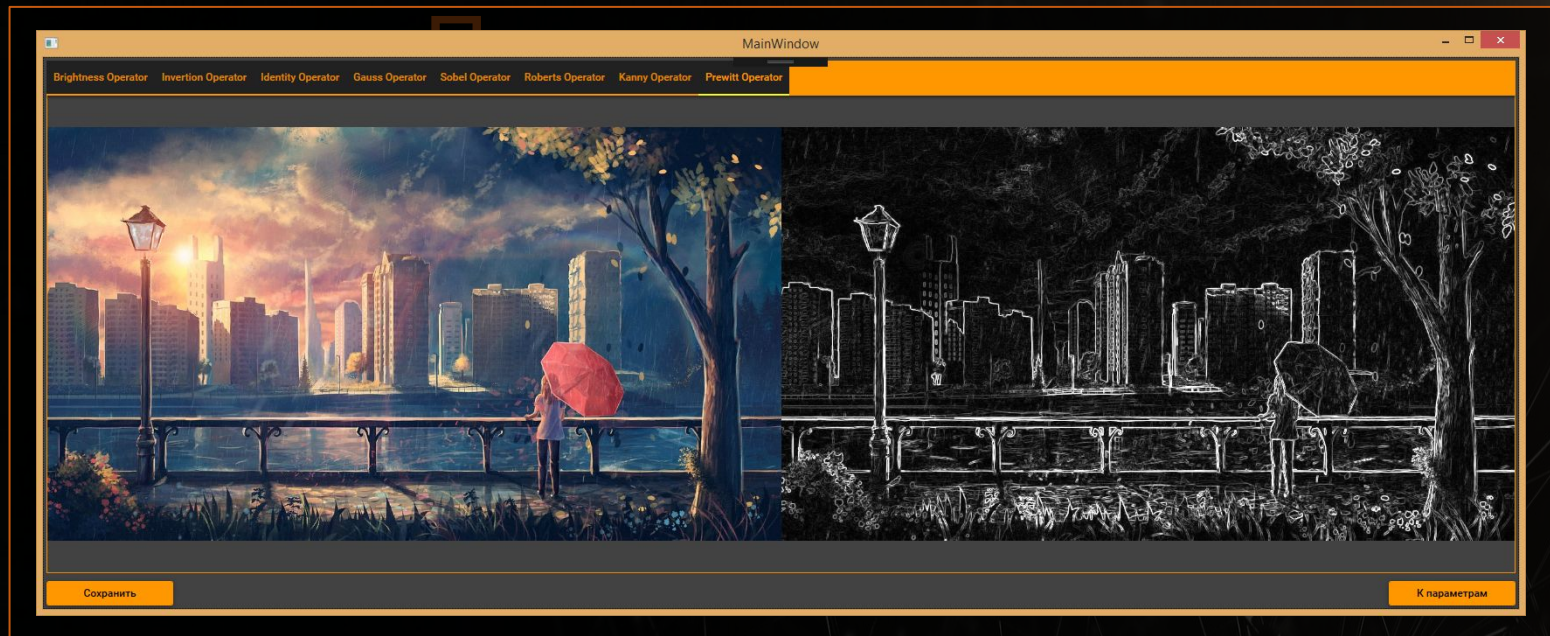


# Оператор Прюитта

$$\frac{\partial}{\partial x} \approx \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \approx \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Оператор

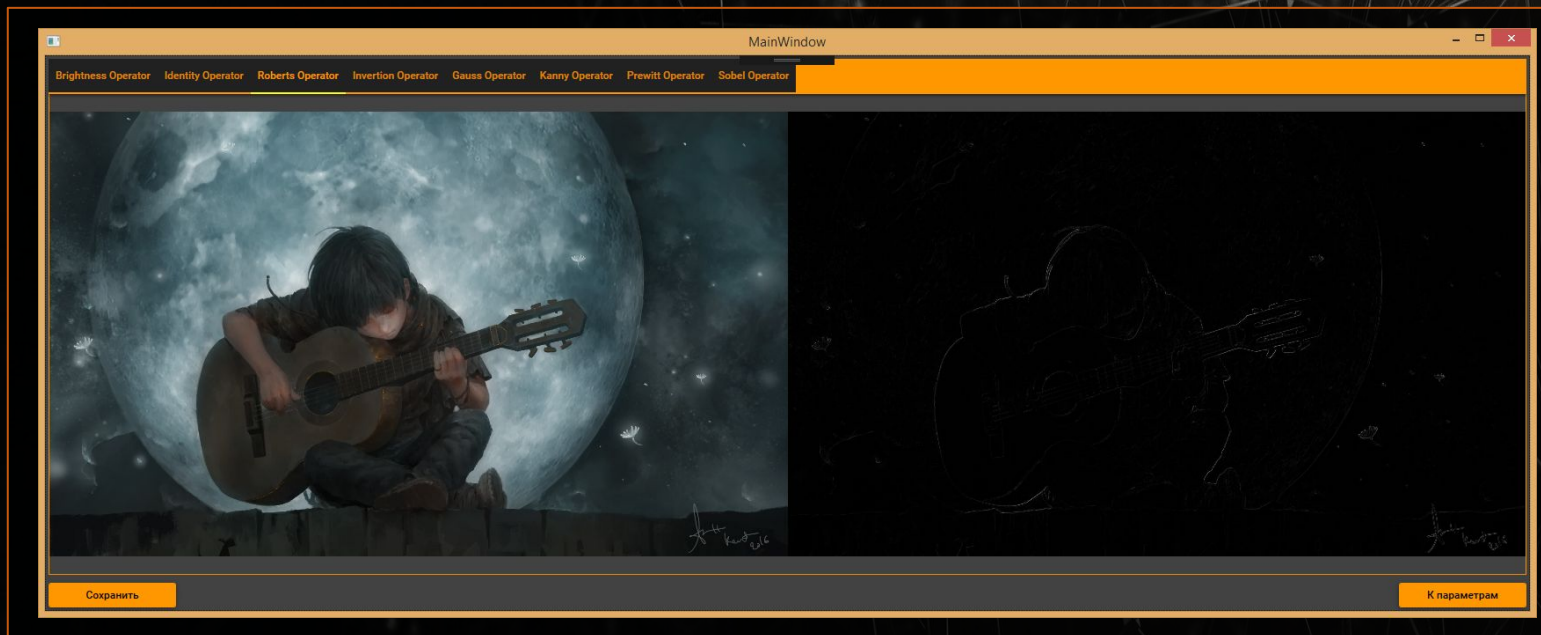
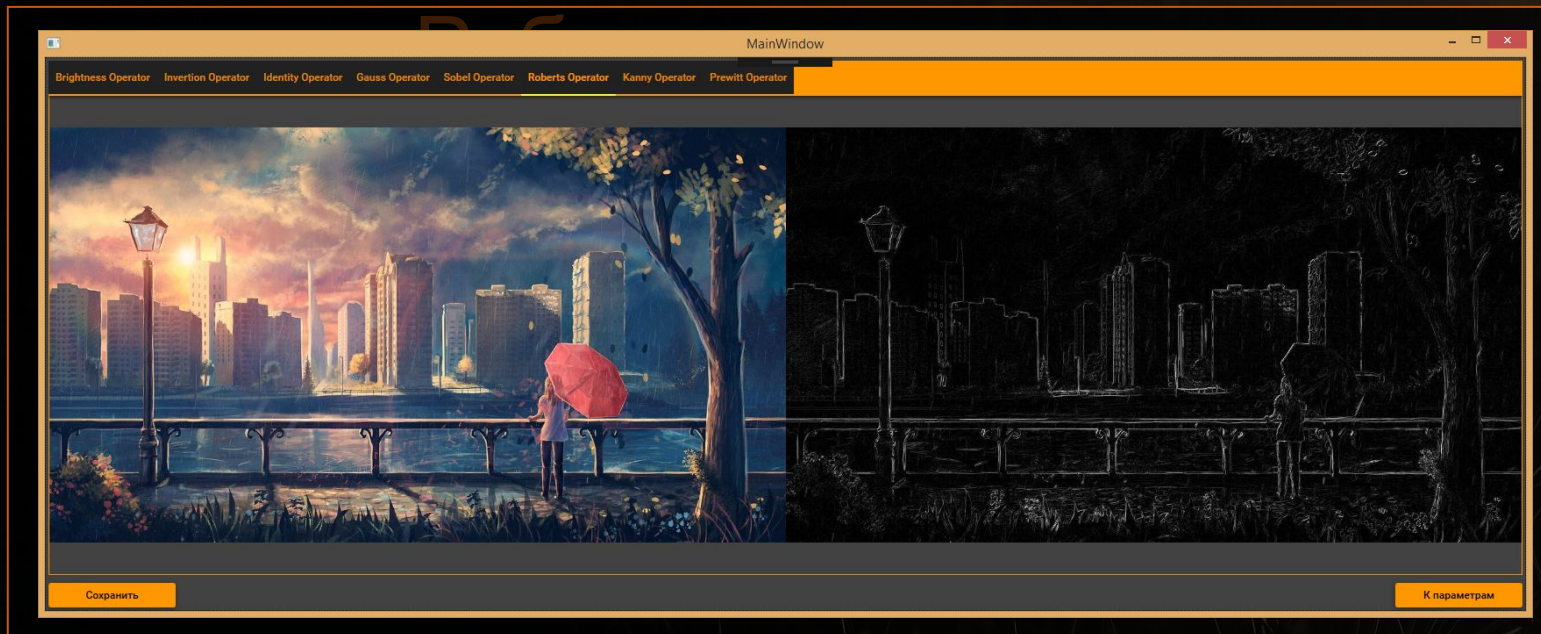


# Оператор Робертса

$$\frac{\partial}{\partial x} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \approx \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Оператор





# Оператор Лапласа

$$\Delta f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

# Дискретный оператор Лапласа

- Одномерный:

$$D^1_x = [1 \quad -2 \quad 1]$$

- Двумерный:

$$D^2_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Двумерный с диагоналями:

$$D^2_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Двумерный оператор Лапласа

$$D^2_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Оператор

# Лапласа



# Оператор Лапласа с диагоналями

$$D^2_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Оператор Лапласа с

диагоналями



# Детектор границ Кэнни

Сглаживание  
Поиск градиентов  
Подавление не-максимумов  
Двойная пороговая фильтрация  
Трассировка области  
неоднозначности

# Детектор границ

Кэнни Сглаживани  
е

$$F_{gauss}(i, j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right)$$

$\sigma$  – дисперсия случайной величины ( $\sim$  радиусу размытия),  
 $i, j$  – смещения относительно выделенного пикселя.



# Детектор границ

Кэнни Сглаживани  
е

$$\frac{1}{155} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 5 & 12 & 15 & 12 & 5 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\sigma = 1.4$$

# Детектор границ

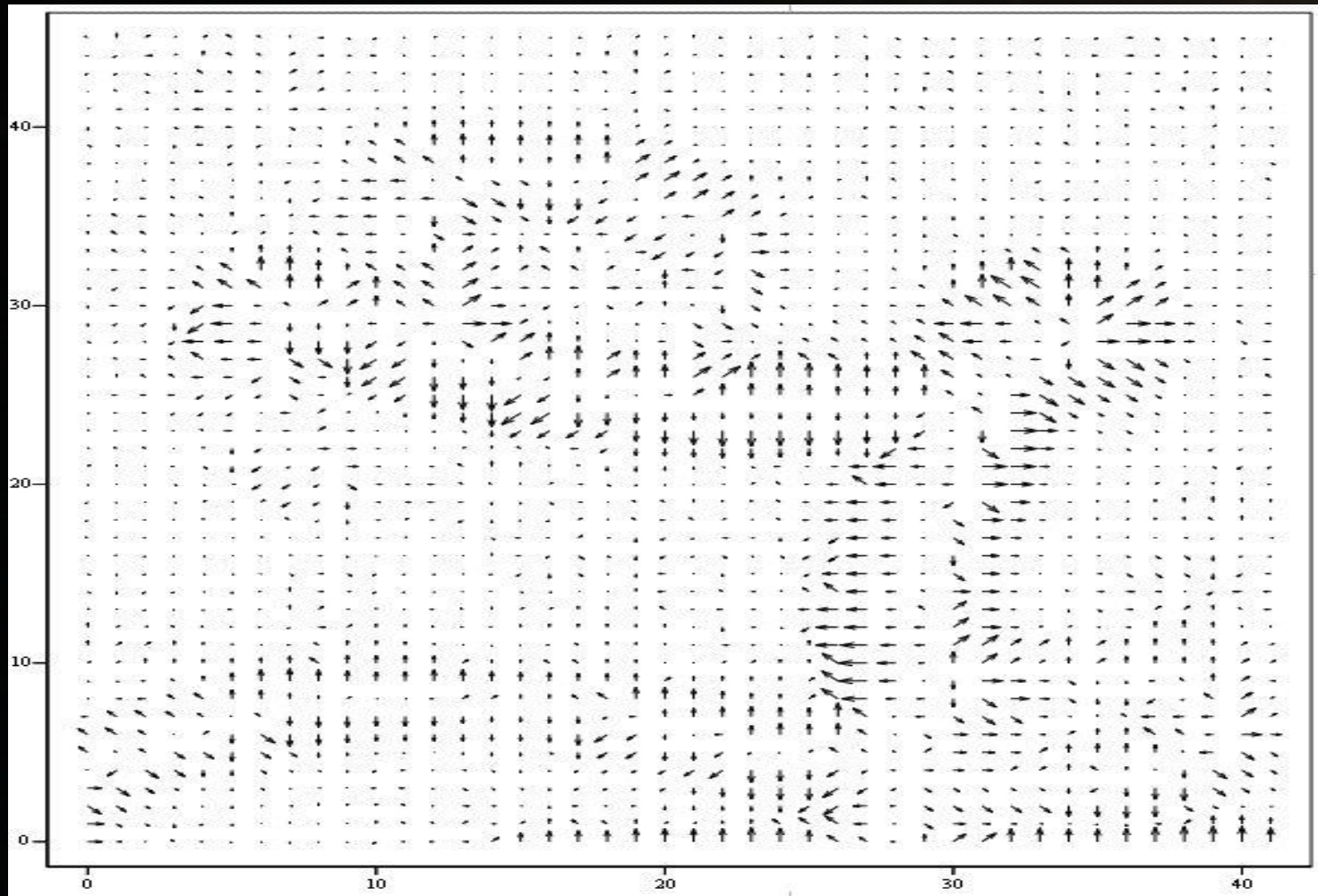
Кэнни

Поиск  
градиентов

$$\alpha = \arctan \left( \frac{G_y}{G_x} \right) \sim \frac{\pi}{4} \quad G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

# Детектор границ Кэнни

Поиск  
градиентов



*Векторы градиентов в координатах матрицы  
изображения*

# Детектор границ

## Кэнни

Подавление не-  
максимумов  
Не подавляется в  
случаях:

- $\alpha = 0^\circ$  или  $\alpha = 180^\circ$ :

$$\nabla f(x, y - 1) < \nabla f(x, y) > \nabla f(x, y + 1)$$

- $\alpha = 90^\circ$  или  $\alpha = 270^\circ$ :

$$\nabla f(x - 1, y) < \nabla f(x, y) > \nabla f(x + 1, y)$$

- $\alpha = 45^\circ$  или  $\alpha = 225^\circ$ :

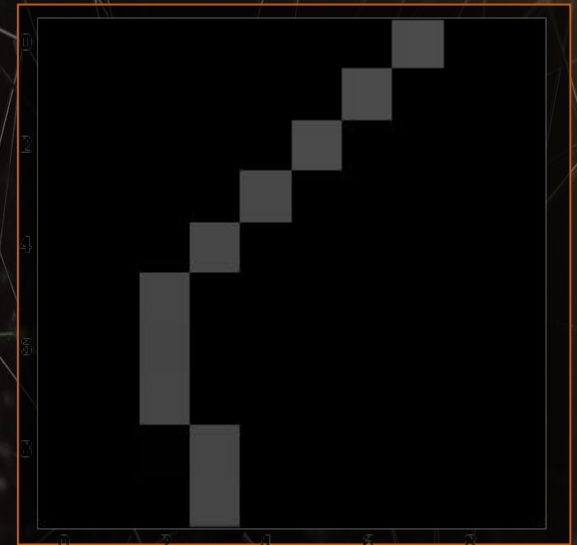
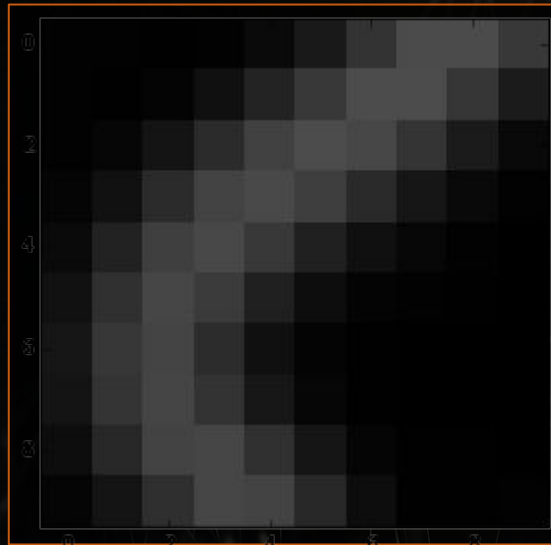
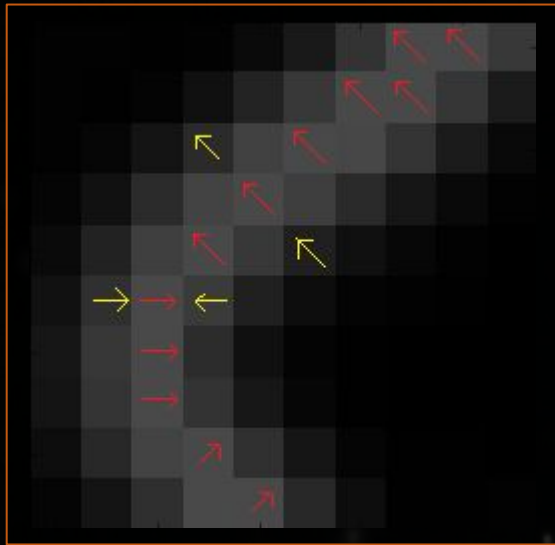
$$\nabla f(x - 1, y + 1) < \nabla f(x, y) > \nabla f(x + 1, y - 1)$$

- $\alpha = 135^\circ$  или  $\alpha = 315^\circ$ :

$$\nabla f(x + 1, y + 1) < \nabla f(x, y) > \nabla f(x - 1, y - 1)$$

# Детектор границ

Кэнни  
Управление не-  
максимумов



# Детектор границ

Кэнни Двойная пороговая  
фильтрация

$$A(x, y) \geq TopThreshold \Rightarrow A(x, y) = 255$$

$$A(x, y) \leq LowThreshold \Rightarrow A(x, y) = 0$$

$$LowThreshold < A(x, y) < TopThreshold \Rightarrow A(x, y) = bufI$$

$A(x, y)$  – яркость пикселя на матрице изображения,

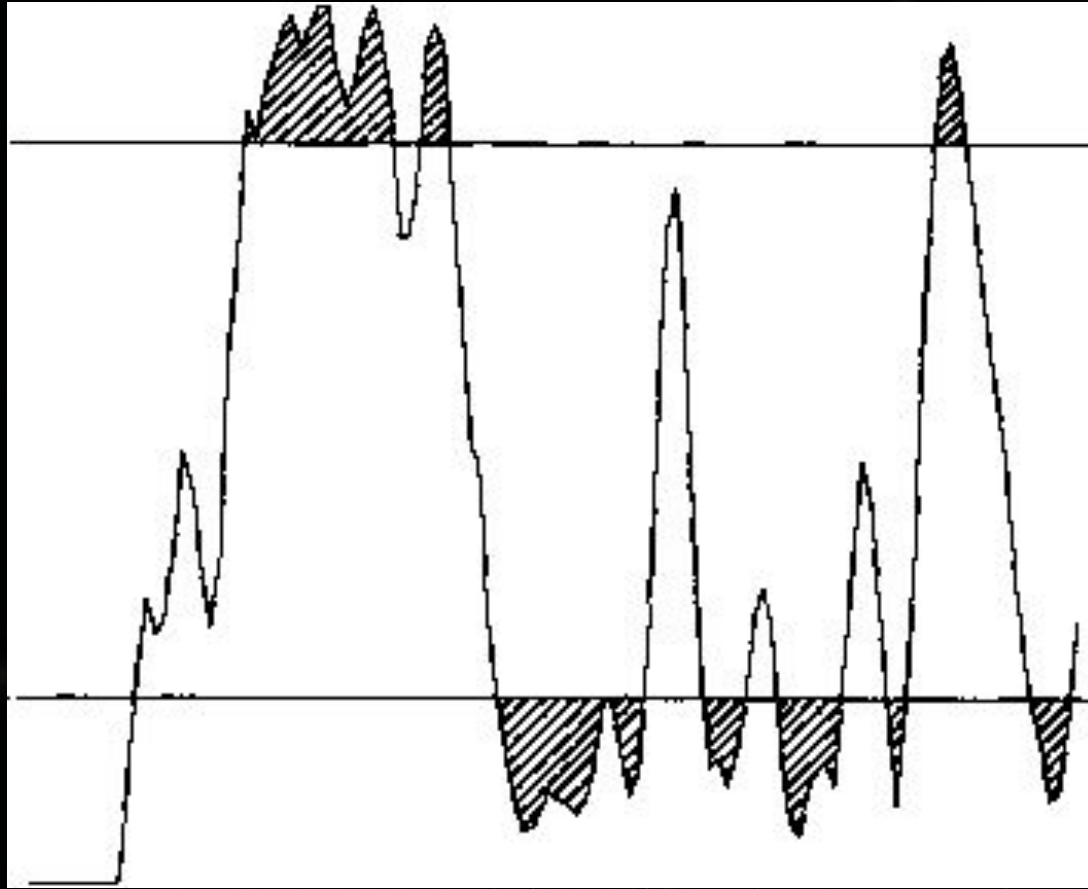
$bufI$  – временное значение яркости,

$TopThreshold$  – значение верхнего порога,

$LowThreshold$  – значение нижнего порога

# Детектор границ Кэнни

Двойная пороговая  
фильтрация



# Детектор границ

КЭННИ рассировка области  
неоднозначности

$$\left\{ \begin{array}{l} A(x, y) = buf1 \\ A(x + k, y + k) = 255 \\ \alpha(x, y) = \alpha(x + k, y + k) \end{array} \right\} \Rightarrow A(x, y) = 255,$$

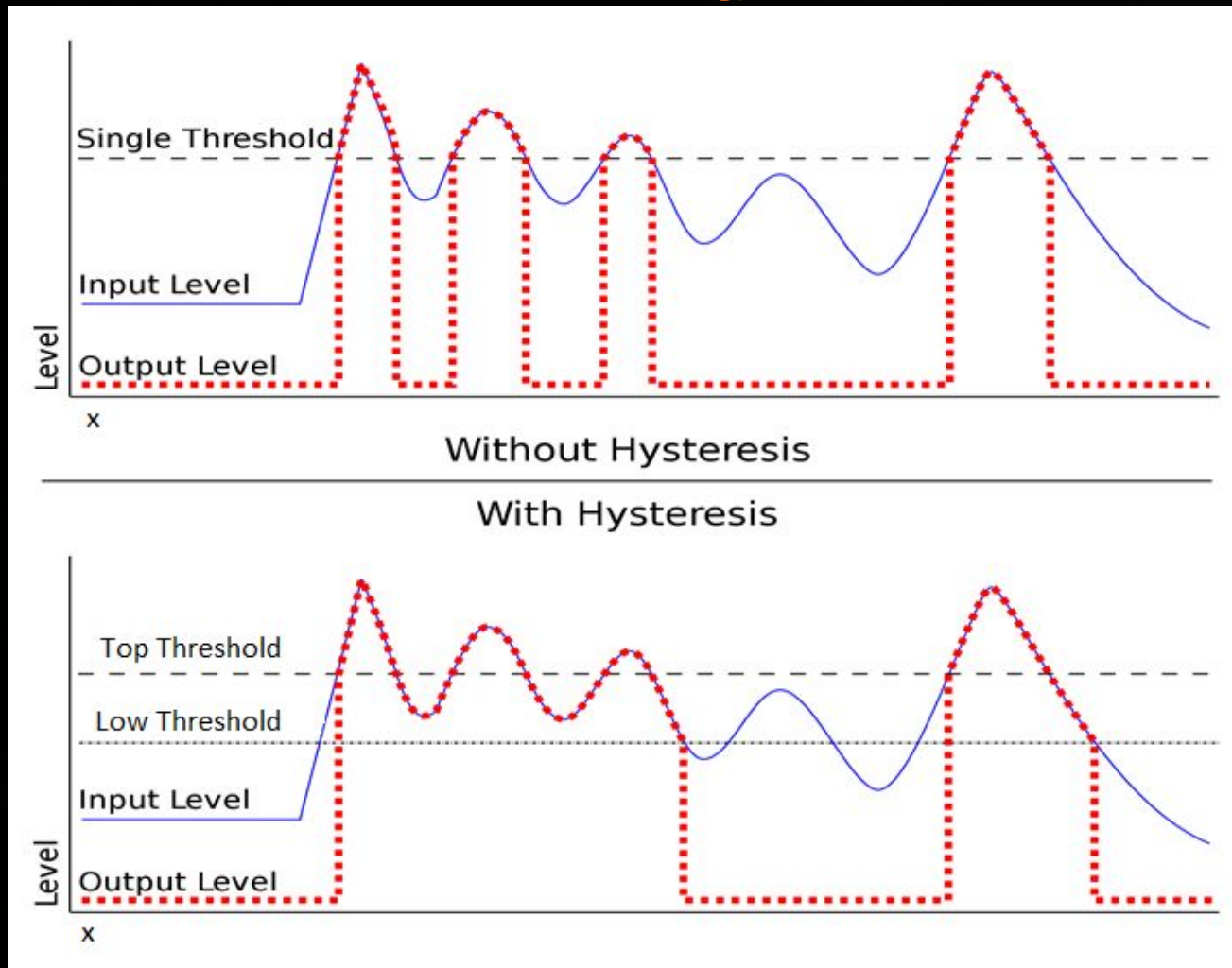
$$k = \{-1, 0, 1\}$$

$A(x, y)$  – яркость пикселя на матрице изображения,  
 $buf1$  – временное значение яркости

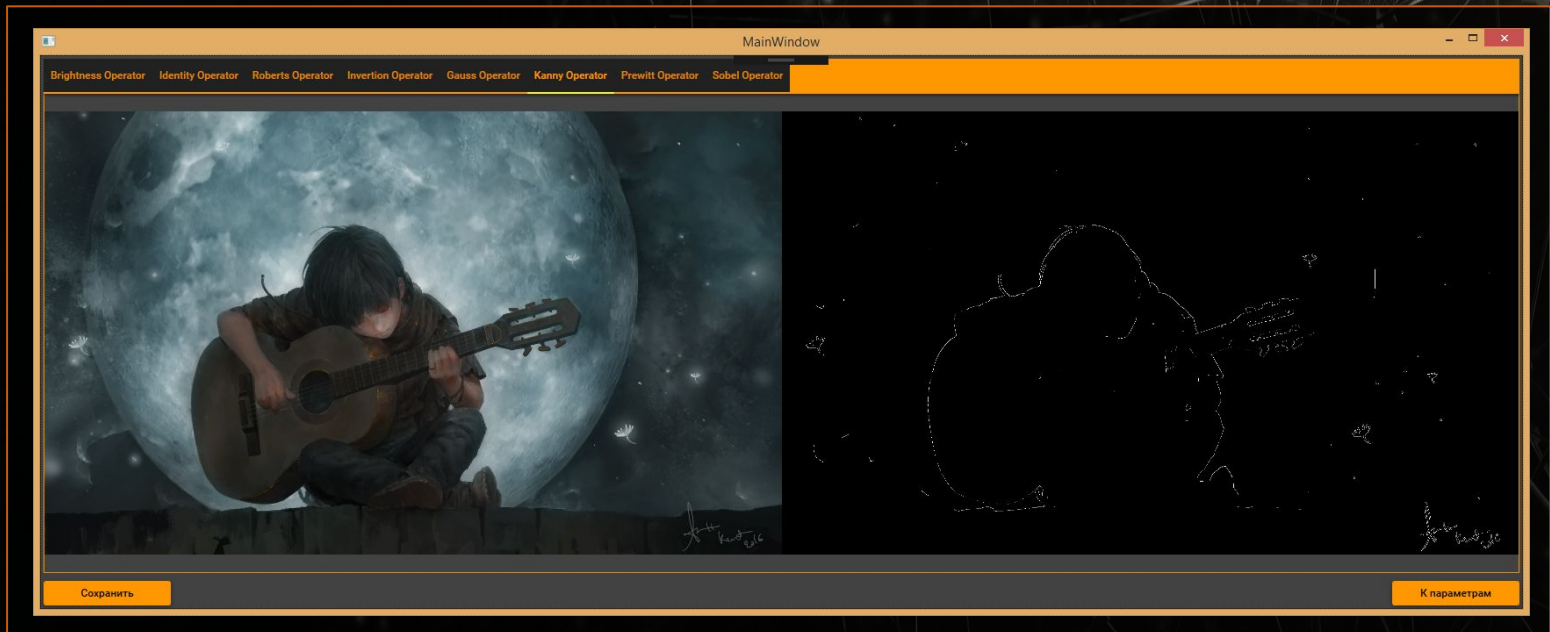
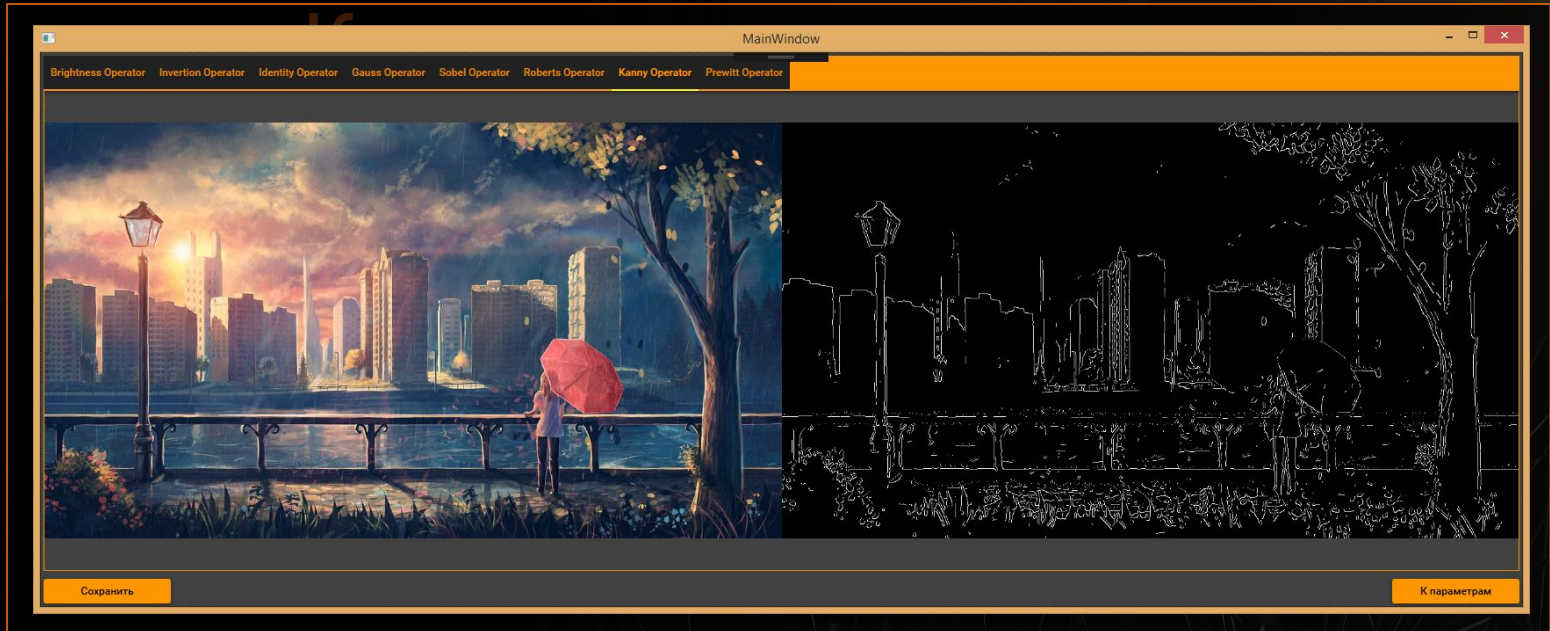


# Детектор границ

Трасировка области неоднозначности (Hysteresis thresholding)



# Детектор границ



# Другие методы

- Метод активных контуров

- Кластеризация

- Локальная обработка

- Прослеживание контуров

- Анализ с помощью графов

- Бимлет-преобразование

- Риджет-преобразования

- Курвет-преобразования

# Заключительный

анализ операторы Соболя, Приютта и Робертса



- Точность  
ь



- Количество  
о



- Скорость  
ь

# Заключительный

Алгоритм Лапласа и детектор границ  
Кэнни



- Тонкие линии
- Точные границы
- Регуляровка параметров

- Быстрота вычислений
- Непрерывные границы

# Ито

Kanny Operator



Сохранить

К параметрам

*Детектор границ Кэнни даёт удобные для дальнейшей обработки результаты*

Единственный способ определить  
границы

ВОЗМОЖНОГО — ВЫЙТИ за эти границы.

*Артур  
Кларк*