

Последовательное и параллельное соединение проводников в электрической цепи. Закон Ома для полной цепи.

Преподаватель: Нургалиева А.
К.

Последовательное соединение проводников. Рассмотрим участок цепи, не содержащий узлов и источников тока. *Узлом называется точка, в которой сходится не менее трех проводников.*

Пусть на этом участке имеется n проводников (рис. 61.1). Мы получили их последовательное соединение. При этом соединении через каждый проводник течет ток одинаковой силы, так как нет разветвлений.

Разность потенциалов между началом участка и его концом равна: $\phi_1 - \phi_n = (\phi_1 - \phi_2) + (\phi_2 - \phi_3) + \dots + (\phi_{n-1} - \phi_n)$ или $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

Из закона Ома для участка цепи имеем: $U = IR$, $U_1 = IR_1$ и т. д. Тогда получим, что эквивалентное сопротивление участка равно:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

Отсюда получаем признаки последовательного соединения проводников:

1. $I = I_1 = I_2 = \dots = I_n$.
2. $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
3. $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$.
4. $U_1 : U_2 : \dots : U_n = R_1 : R_2 : \dots : R_n$.

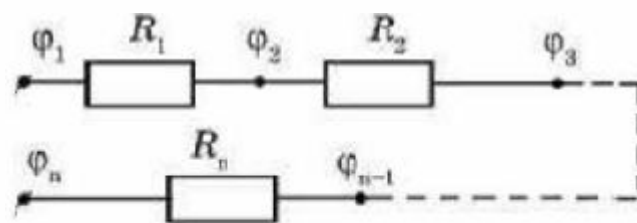


Рис. 61.1

Иначе можно сказать, что при последовательном соединении:

- 1) сила тока во всех проводниках одинаковая;
- 2) общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных проводниках;
- 3) общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных проводников.
- 4) падение напряжения на проводниках прямо пропорционально величине сопротивления проводника.

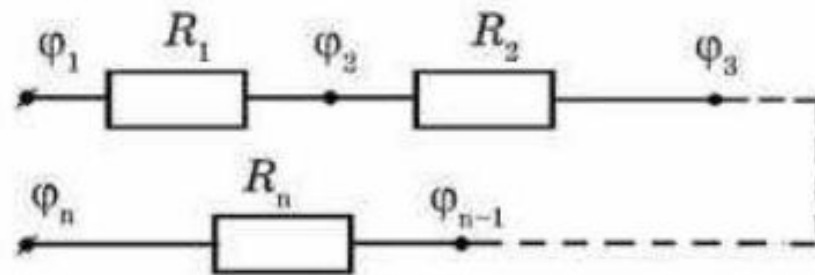


Рис. 61.1

Параллельное соединение проводников. При параллельном соединении начала и концы проводников сходятся в два узла (рис. 61.2). Очевидно, что сила тока, втекающего в узел a , равна сумме токов, вытекающих из него:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n. \quad (61.2)$$

Поскольку напряжение $U = \phi_a - \phi_b$ на каждом резисторе одинаково, то, согласно закону Ома, $I = \frac{U}{R}$; $I_1 = \frac{U}{R_1}$. Подставляя значения токов в (61.2), получим:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}, \quad (61.3)$$

где R — эквивалентное сопротивление участка цепи.

Объединяя полученные выражения, выведем признаки параллельного соединения проводников:

$$1. U = U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

$$2. I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

$$3. \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

$$4. I_1 : I_2 : \dots : I_n = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \dots : \frac{1}{R_n}.$$

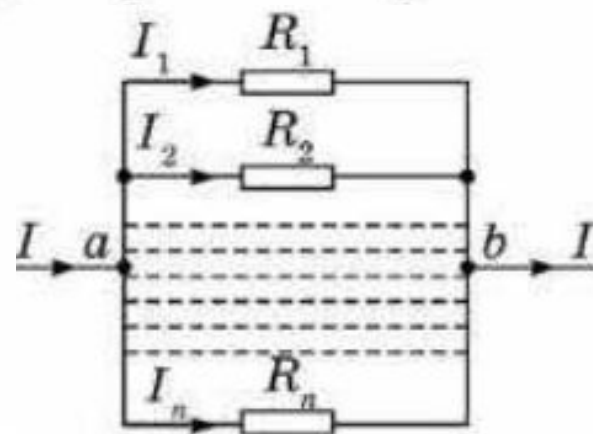


Рис. 61.2

Иначе говоря, при параллельном соединении:

1) падение напряжения на каждом проводнике одинаково и равно общему напряжению на данном участке цепи;

2) сила тока в неразветвленной части цепи равна сумме токов, идущих через каждый проводник;

3) величина, обратная общему сопротивлению, равна сумме обратных величин сопротивления каждого проводника;

4) силы токов, идущих через проводники, относятся друг к другу так же, как относятся величины, обратные сопротивлениям этих проводников.

• • •

Рассмотрим процессы, происходящие в замкнутой цепи, которая состоит из источника тока с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r , потребителя с сопротивлением R и ключа K (рис. 61.3). После замыкания ключа K по цепи

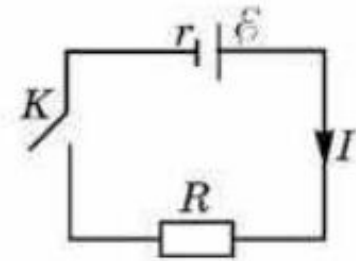


Рис. 61.3

идет ток силой I . За счет работы сторонних сил внутри источника тока $A_{\text{ст}} = q\mathcal{E}$ возникает электрическое поле, которое совершает работу по перемещению заряда и во внешней цепи (на потребителя) $A_{\text{эл}_1} = U_R \cdot q$, и во внутренней цепи (внутри источника тока) $A_{\text{эл}_2} = U_r \cdot q$. Согласно закону сохранения энергии, имеем:

$$A_{\text{ст}} = A_{\text{эл}_1} + A_{\text{эл}_2}, \text{ или } \mathcal{E}q = U_R q + U_r q, \text{ т. е. } \mathcal{E} = U_R + U_r. \quad (61.5)$$

Из формулы (61.5) следует, что ЭДС равно сумме падений напряжения на внешнем и внутреннем участках цепи.

Так как $U_R = I \cdot R$ и $U_r = I \cdot r$, то из формулы (61.5) следует:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (61.6)$$

Это соотношение является *математической записью закона Ома для полной (замкнутой) цепи*: сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна величине электродвижущей силы источника тока и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи, равному сумме сопротивлений внешней и внутренней цепи.

Рассмотрим два крайних случая закона Ома для полной цепи.

1. Пусть сопротивление внешней цепи R много больше сопротивления источника тока. Поскольку $R \gg r$, получим

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}, \text{ или } \mathcal{E} = IR, \text{ т. е. } \mathcal{E} = U. \quad (61.7)$$

Это означает, что напряжение на внешней цепи приблизительно равно ЭДС источника. Именно этого и добиваются, собирая электрическую цепь.

2. Пусть сопротивление внешней цепи равно нулю $R = 0$. Тогда, согласно формуле (61.6), получим:

$$I_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{r}. \quad (61.8)$$

Это явление получило название *короткое замыкание*. При этом сила тока в цепи максимальна, а падение напряжения на внешней цепи равно нулю ($R \rightarrow 0$). В этом случае вся работа электрического поля совершается во внутренней цепи (внутри источника тока). Необходимо помнить, что сила тока при коротком замыкании велика, поэтому возникает опасность выхода из строя источника тока.

Примеры решения задач:

1. Как изменится сила тока, протекающего через амперметр при замыкании ключа (рис. 61.4), если $U_{AB} = \text{const}$? Сопротивлением амперметра пренебречь.

Решение. До замыкания ключа ток шел через два резистора, общее сопротивление которых $R_{\Sigma} = 2R$ (соединение последовательное) и сила тока будет равна $I_1 = \frac{U_{AB}}{2R}$. После замыкания ключа ток идет только через один резистор (первый резистор замкнут). Поэтому сила тока в цепи будет равна $I_2 = \frac{U_{AB}}{R}$. Тогда $I_2 = 2I_1$, т. е. вырастет в два раза.

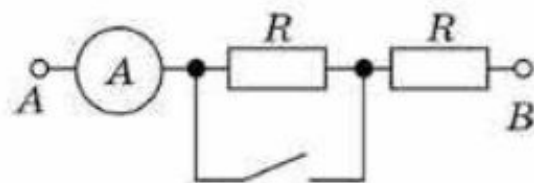


Рис. 61.4

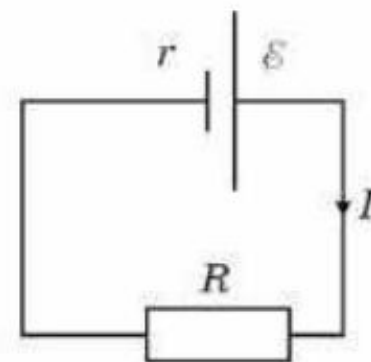


Рис. 61.5

2. Каково напряжение на полюсах источника тока с ЭДС 4 В (рис. 61.5), если сопротивление внешней части цепи в 3 раза больше внутреннего сопротивления источника?

Решение. Силу тока в цепи можно найти как по закону Ома для полной цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, так и по закону Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$. Эти токи одинаковые. $\frac{U}{3r} = \frac{\varepsilon}{4R}$, отсюда $U = \frac{3}{4}\varepsilon = 3\text{В}$.

3. Медный и алюминиевый проводники имеют одинаковые массы и сопротивления. Какой проводник длиннее и во сколько раз?

Решение. Массу и сопротивление проводников найдем по формулам:

$$m_1 = \rho_1 S_1 l_1 \text{ и } m_2 = \rho_2 S_2 l_2; R_1 = \rho_{\sigma_1} \frac{l_1}{S_1} \text{ и } R_2 = \rho_{\sigma_2} \frac{l_2}{S_2} \text{ или } m_1 R_1 = \rho_1 \rho_{\sigma_1} l_1^2 \text{ и}$$

$$m_2 R_2 = \rho_2 \rho_{\sigma_2} l_2^2. \text{ Так как } m_1 R_1 = m_2 R_2, \text{ тогда } \frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_{\sigma_1}}{\rho_2 \rho_{\sigma_2}}} = 1,45.$$

Алюминиевый проводник в 1,45 раза длиннее.

4. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении первой из них вода закипает через 12 мин, при включении другой — через 24 мин. Через какое время закипит вода в чайнике, если включить обе обмотки последовательно?

Решение. Количество теплоты каждый раз выделяется одинаково:

$$Q_1 = Q_2; Q_1 = \frac{U^2}{R_1} t_1 \text{ и } Q_2 = \frac{U^2}{R_2} t_2. \text{ Тогда } R_2 = R_1 \frac{t_2}{t_1}, Q_3 = \frac{U^2 t_3}{R_1 + R_2} =$$

$$= \frac{U^2 t_3}{R_1 + R_1 \frac{t_2}{t_1}} = \frac{U^2 t_1 t_3}{R_1 (t_1 + t_2)}, \text{ так как } Q_3 = Q_1, \text{ то } \frac{U^2 t_3 t_1}{R_1 (t_2 + t_1)} = \frac{U^2 t_1}{R_1}, \text{ отсюда}$$

$$t_3 = t_1 + t_2 = 36 \text{ мин.}$$

5. Четыре сопротивления, номиналы которых указаны на рисунке, соединены двумя различными способами (рис. 61.6). Во сколько раз сопротивление участка цепи AB больше сопротивления участка цепи CD ?

Решение. $R_{AB} = 4R$; $R_{CD} = \frac{\frac{3}{2}R \cdot R}{\frac{3}{2}R + R} = \frac{3}{5}R$,

тогда $\frac{R_{AB}}{R_{CD}} = \frac{4R}{\frac{3}{5}R} = \frac{20}{3} = 6,67$.

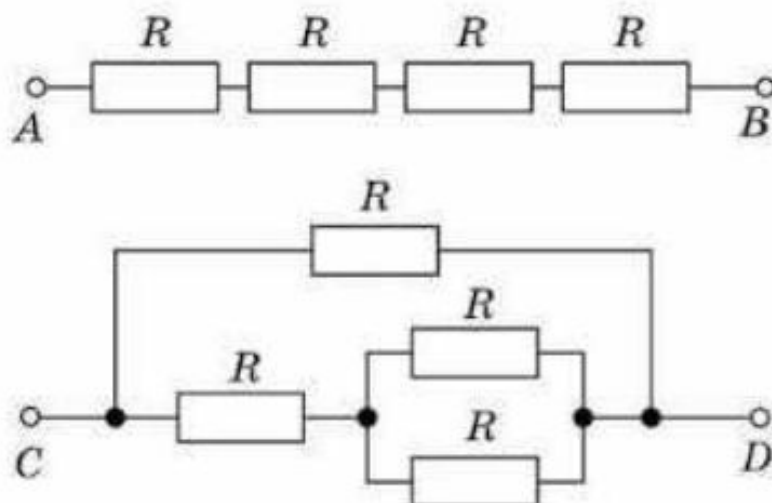


Рис. 61.6

6. Лампочки, сопротивление которых $R_1 = 6$ Ом и $R_2 = 1,5$ Ом, поочередно подключенные к некоторому источнику тока, потребляют одинаковую мощность. Найдите внутреннее сопротивление источника.

Решение. Мощность, потребляемая лампочками, находится по формуле $P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}$; так как $P_1 = P_2$, то $\frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2}$, откуда

$$\frac{R_2 + r}{R_1 + r} = \frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1}}; \text{ тогда } R_2 \sqrt{R_1} + r \sqrt{R_1} = R_1 \sqrt{R_2} + r \sqrt{R_2};$$

$$r(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) = \sqrt{R_1 R_2} (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}), \text{ т. е. } r = \sqrt{R_1 R_2} = 3 \text{ Ом.}$$

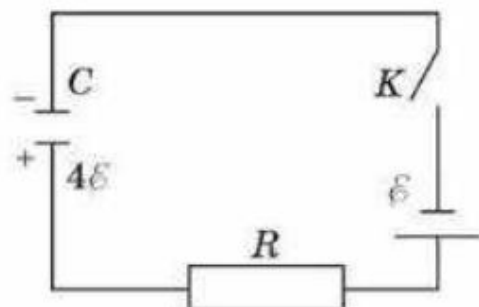


Рис. 61.7

7. Конденсатор емкостью C , заряженный до напряжения 4, разряжается через резистор с большим сопротивлением R и батарею с ЭДС (рис. 61.7). Определить количество теплоты, выделившееся при разрядке конденсатора.

Решение. За все, что происходит в электрической цепи, “отвечает” источник тока.

За счет работы сторонних сил внутри источника меняется энергия конденсатора и выделяется тепло на резисторе R , т. е. $A_{\text{ст}} = \Delta W_c + Q$, так как $A_{\text{ст}} = \Delta q \mathcal{E} = (q_2 - q_1) \mathcal{E} = (C\mathcal{E} - C4\mathcal{E}) \mathcal{E} = -3C\mathcal{E}^2$.

$$\Delta W_c = W_{c_2} - W_{c_1} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{C16\mathcal{E}^2}{2} = -\frac{15}{2} C\mathcal{E}^2,$$

$$\text{тогда } Q = A_{\text{ст}} - \Delta W_c = -3C\mathcal{E}^2 + 7,5C\mathcal{E}^2 = 4,5C\mathcal{E}^2.$$

8. Чему равна ЭДС источника тока, если заряд конденсатора емкостью 2000 мкФ равен 15 мКл (рис. 61.8)? Сопротивление каждого резистора $R = 1$ Ом, внутреннее сопротивление источника 0,5 Ом.

Решение.

Найдем общее сопротивление внешнего участка цепи $R_{\text{об}} = \frac{3}{2}R$.

Найдем падение напряжения на внешнем участке цепи: $U = I \cdot \frac{3}{2}R$.

$$\text{Так как } I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{3}{2}R + r}, \text{ то } \mathcal{E} = \left(\frac{3}{2}R + r \right) \frac{U}{\frac{3}{2}R} = \frac{(3R + 2r)U}{3R}.$$

Конденсатор присоединен параллельно к внешнему участку цепи, т. е. $U_c = U$, а $U_c = \frac{q}{C}$. Тогда:

$$\mathcal{E} = \frac{3R + 2r}{3R} \cdot \frac{q}{C}; \quad \mathcal{E} = \frac{(3 + 1) \text{ Ом}}{3 \text{ Ом}} \cdot \frac{15 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}}{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}} \cdot 100 \text{ В}.$$

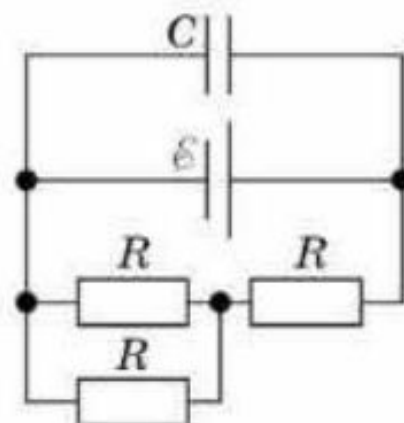


Рис. 61.8

9. Трамвай движется равномерно со скоростью 10 м/с при силе тяги двигателя 25 кН и КПД 90%. Какова сила тока, если напряжение в линии 550 В?

Решение. Задачи, в которых упоминается КПД механизма, удобнее начинать решать с определения КПД:

$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}}$, так как $A_{\text{п}} = F_{\text{т}} \cdot s$ — полезная работа, если $A_{\text{з}} = UIt$ — работа тока, за счет которой трамвай и может двигаться, то $\eta = \frac{F_{\text{т}} \cdot s}{UIt} = \frac{F_{\text{т}} \cdot v}{UI}$;
отсюда $I = \frac{F_{\text{т}} \cdot v}{U\eta} \approx 500 \text{ А}$.

Домашнее задание:

Найти и записать ответы на вопросы. Решить задачи №1, №2

1. Какое соединение проводников называется *последовательным*?
2. Каким образом находится общее сопротивление при последовательном соединении проводников?
3. Какое соединение проводников называется *параллельным*?
4. Каким образом находится общее сопротивление при параллельном соединении проводников?
5. Какая цепь называется *замкнутой*, или *полной*?
6. Какому закону подчиняется прохождение тока по замкнутой цепи? Сформулируйте его.
7. Запишите закон Ома для полной цепи в следующих случаях: а) сопротивление нагрузки много больше сопротивления источника тока; б) клеммы источника замкнуты накоротко.
8. При коротком замыкании лампы в помещении гаснут. Почему? Перегорели?

Задача 1 Как изменится сила тока, протекающего через амперметр при замыкании ключа (рис. 61.9), если $U_{AB} = \text{const}$? Сопротивлением амперметра пренебречь.

(Ответ: увеличится в 2 раза)

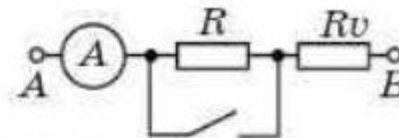


Рис. 61.9

Задача 2 Четыре одинаковых сопротивления соединены двумя различными способами (рис. 61.10). Во сколько раз сопротивление участка цепи AB больше сопротивления участка цепи CD.

(Ответ: $\frac{R_1}{R_2} = 6,67$)

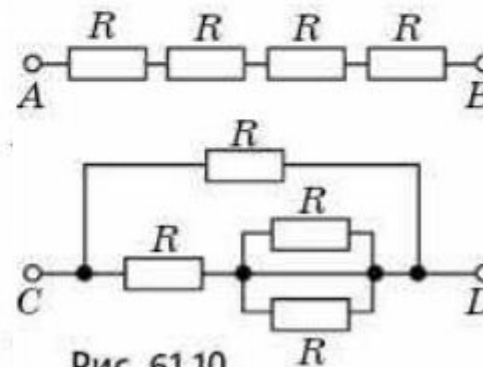


Рис. 61.10