

Множества.

Операции над МНОЖЕСТВАМИ

***«Множество есть
многое, мыслимое нами
как единое»***

**(основатель теории множеств —
Георг Кантор).**

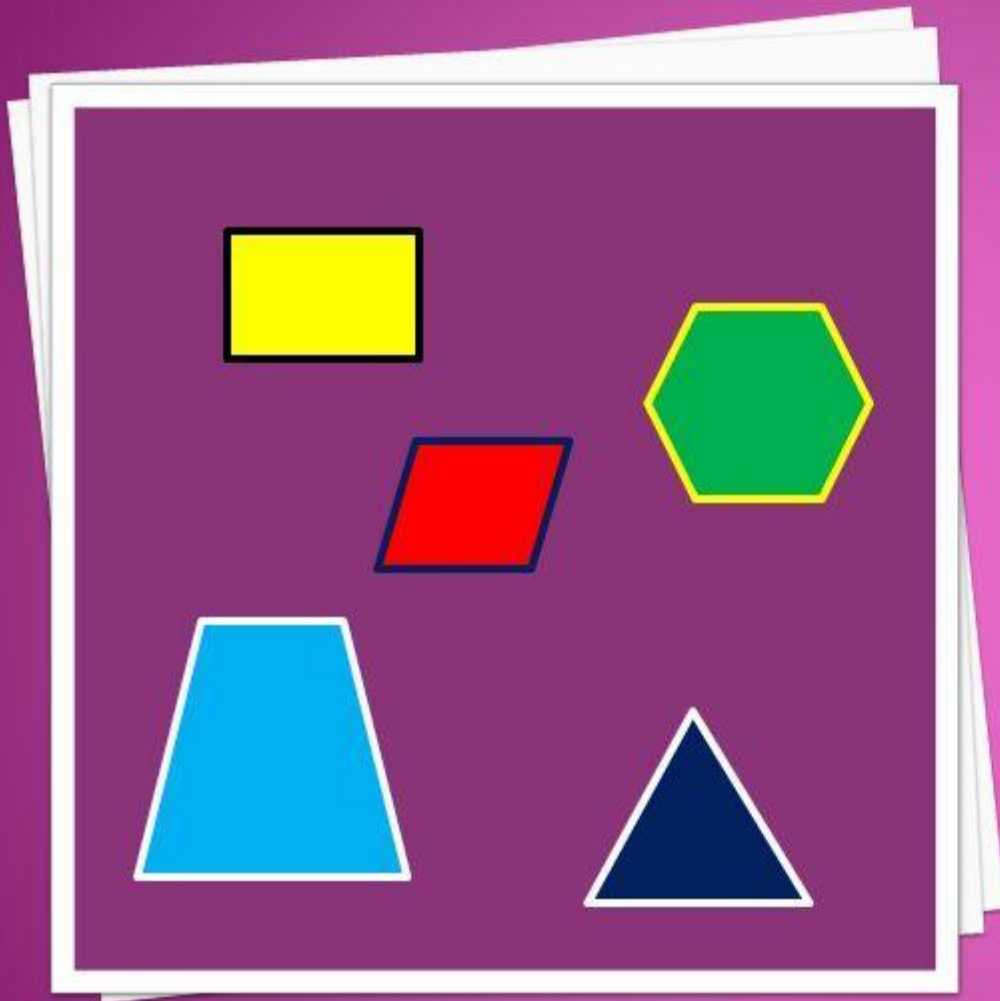
Примерами множеств могут служить:

- а) множество всех натуральных чисел,
- б) множество всех целых чисел
(положительных, отрицательных и нуля),
- в) множество всех рациональных чисел,
- г) множество всех действительных чисел,
- д) множество площадей треугольников,
- е) множество четырехугольников,

«Парадокс брадобрёя»

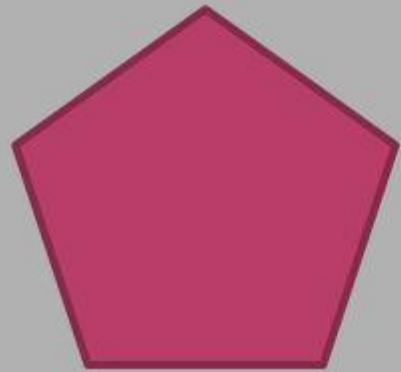
Одному солдату было приказано брить тех и только тех солдат его взвода, которые сами себя не бреют. Неисполнение приказа в армии, как известно, тягчайшее преступление. Однако возник вопрос, брить ли этому солдату самого себя. Если он побреется, то его следует отнести к множеству солдат, которые сами себя бреют, а таких брить он не имеет права. Если же он себя брить не будет, то попадёт во множество солдат, которые сами себя не бреют, а таких солдат согласно приказу он обязан брить. **Парадокс.**

МНОЖЕСТВА



Термин множество применяется для обозначения совокупностей.

ЭЛЕМЕНТ МНОЖЕСТВА



Элементы множества-
объекты или предметы,
составляющие
множество.

Пустое множество



ПУСТОЕ МНОЖЕСТВО

Пустое множество - это множество, не содержащее ни одного элемента.

$$A = \emptyset$$

1. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

A- множество натуральных делителей числа 24,

B- множество натуральных делителей числа 18.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\},$$

C- множество общих делителей чисел 24 и 18,

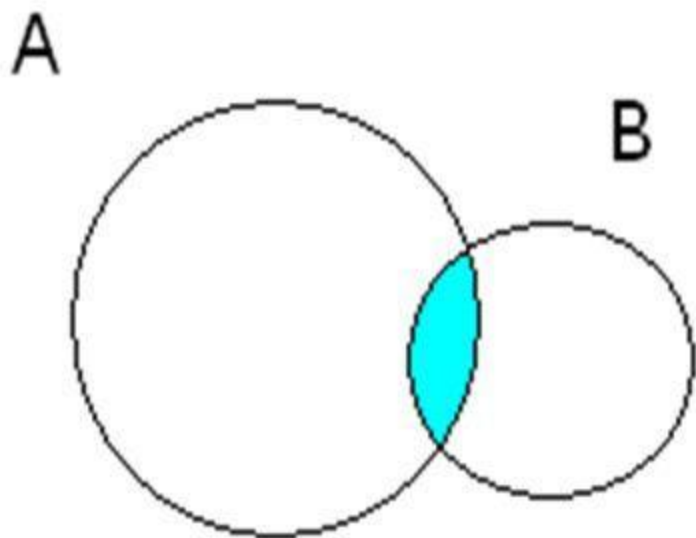
$$C = \{1, 2, 3, 6\}.$$

Говорят, что множество C является пересечением множеств A и B.

Пересечением двух множеств A и B называется множество $A \cap B$, которое состоит из всех элементов, лежащих одновременно в множестве A и в множестве B .

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$

❖ Соотношение между множествами A , B и C можно проиллюстрировать с помощью специальных схем, называемых кругами Эйлера.



Множества A и B изображены на рисунке кругами.

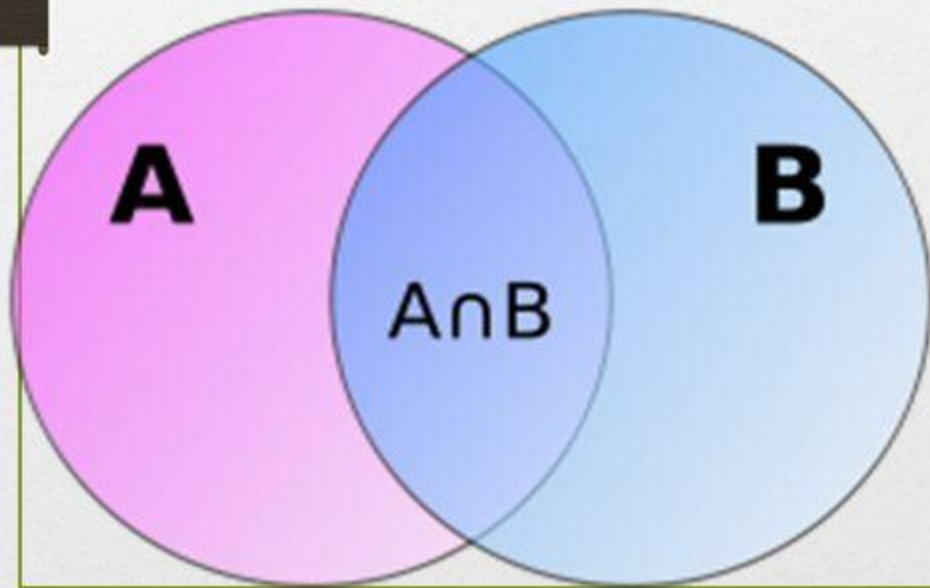
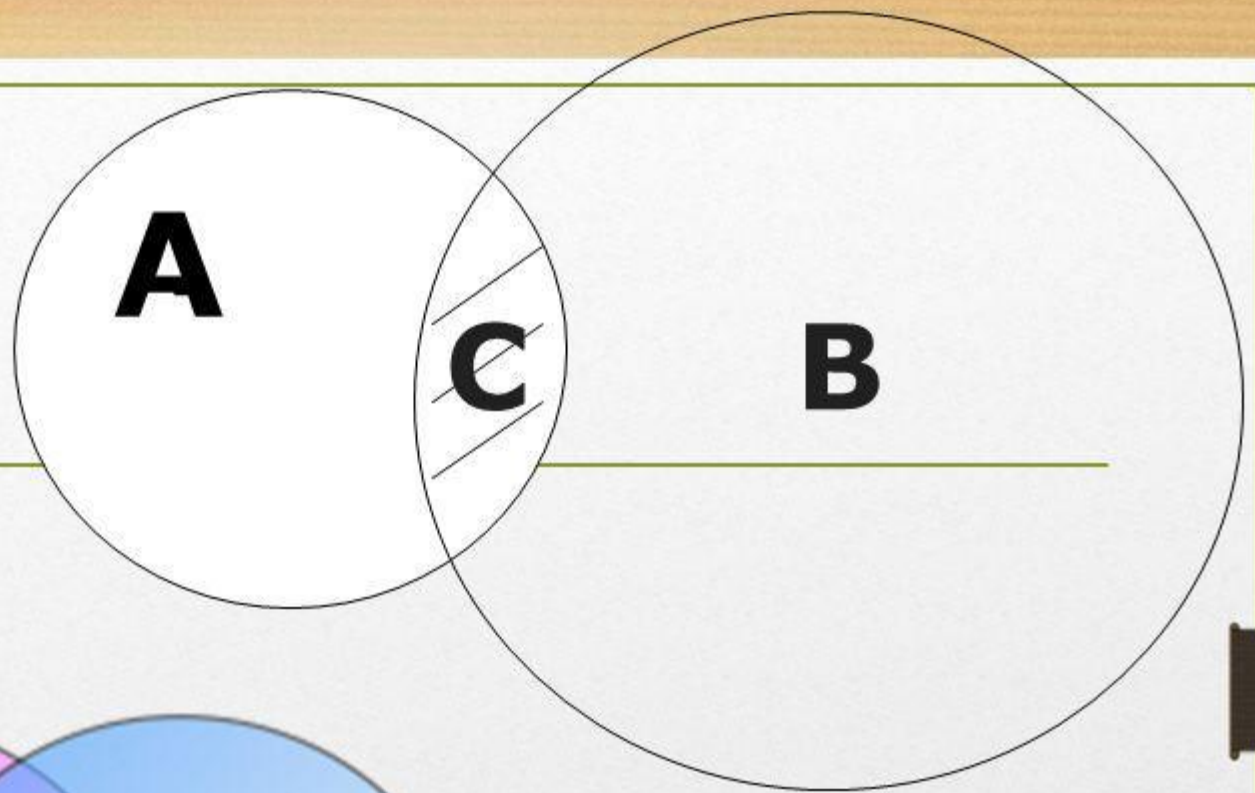
Фигура, образовавшаяся при пересечении кругов, закрашенная на рисунке, изображает множество C .

чение

еств



$$A \cap B = C$$



Некоторые множества X и Y не имеют общих элементов. Тогда говорят, что пересечением множеств X и Y является пустое множество.

\emptyset - обозначение пустого множества.

И пишут тогда так: $X \cap Y = \emptyset$



Например:

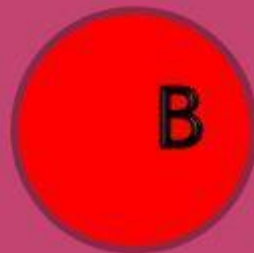
$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\},$$

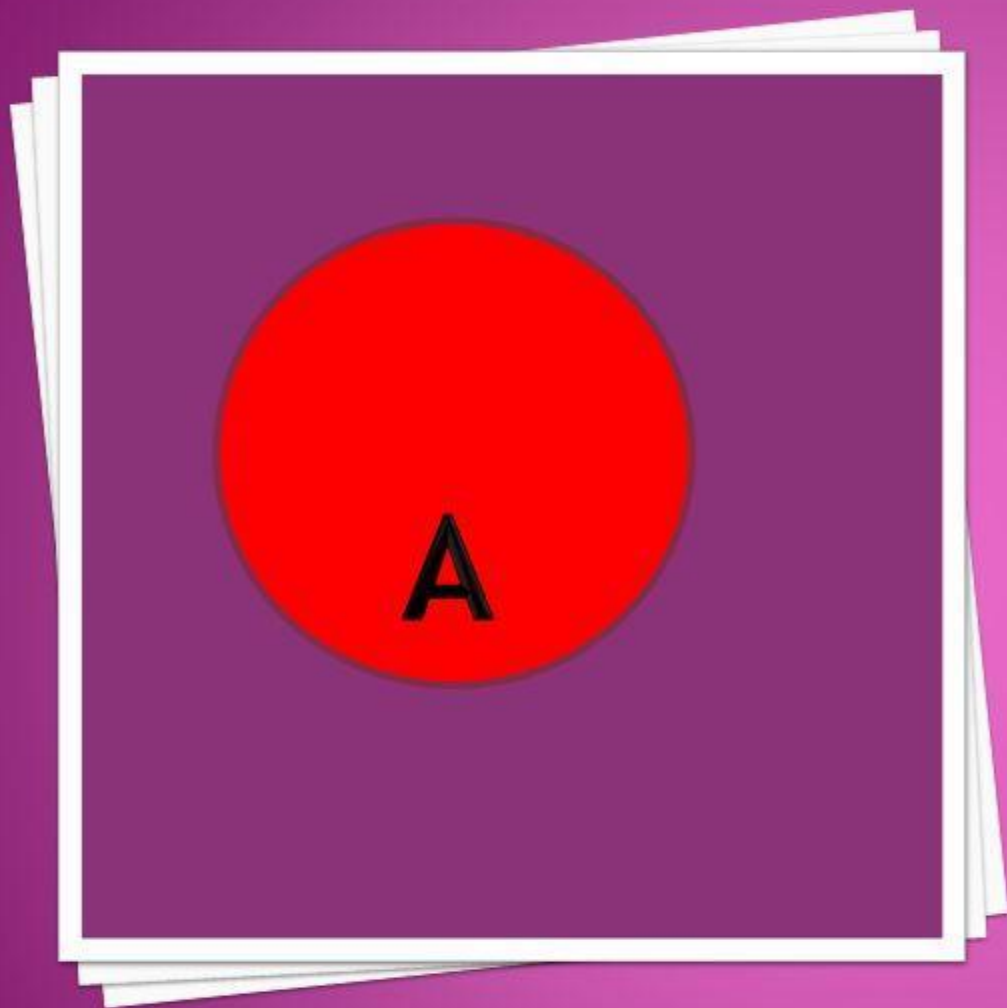
$$A \cap B = \emptyset.$$

Пересечение множеств

Множество A не пересекается с множеством B , следовательно их пересечение будет равно пустому множеству.



$$A \cap B = \emptyset$$



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ
МНОЖЕСТВ

$$A \cap A = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

2. ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

A- множество натуральных делителей числа 24,

B- множество натуральных делителей числа 18.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\},$$

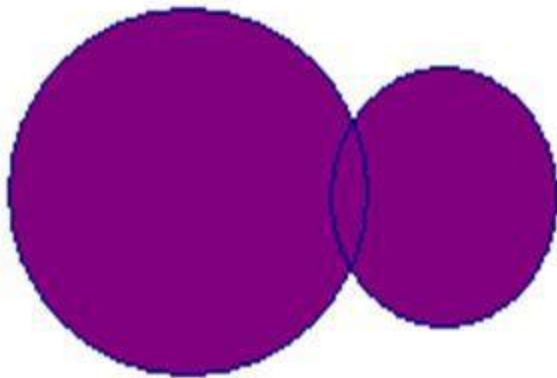
$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\},$$

D- множество, которому принадлежат все элементы множества A и все элементы множества B.

$$\text{Т.е. } D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}.$$

Говорят, что множество D является объединением множеств A и B.

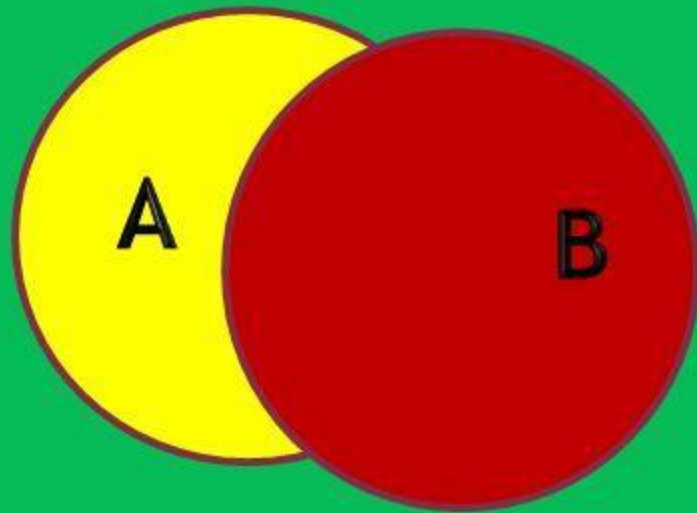
- ❖ Множество, состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A и B , называют объединением этих множеств и обозначают $A \cup B = D$.



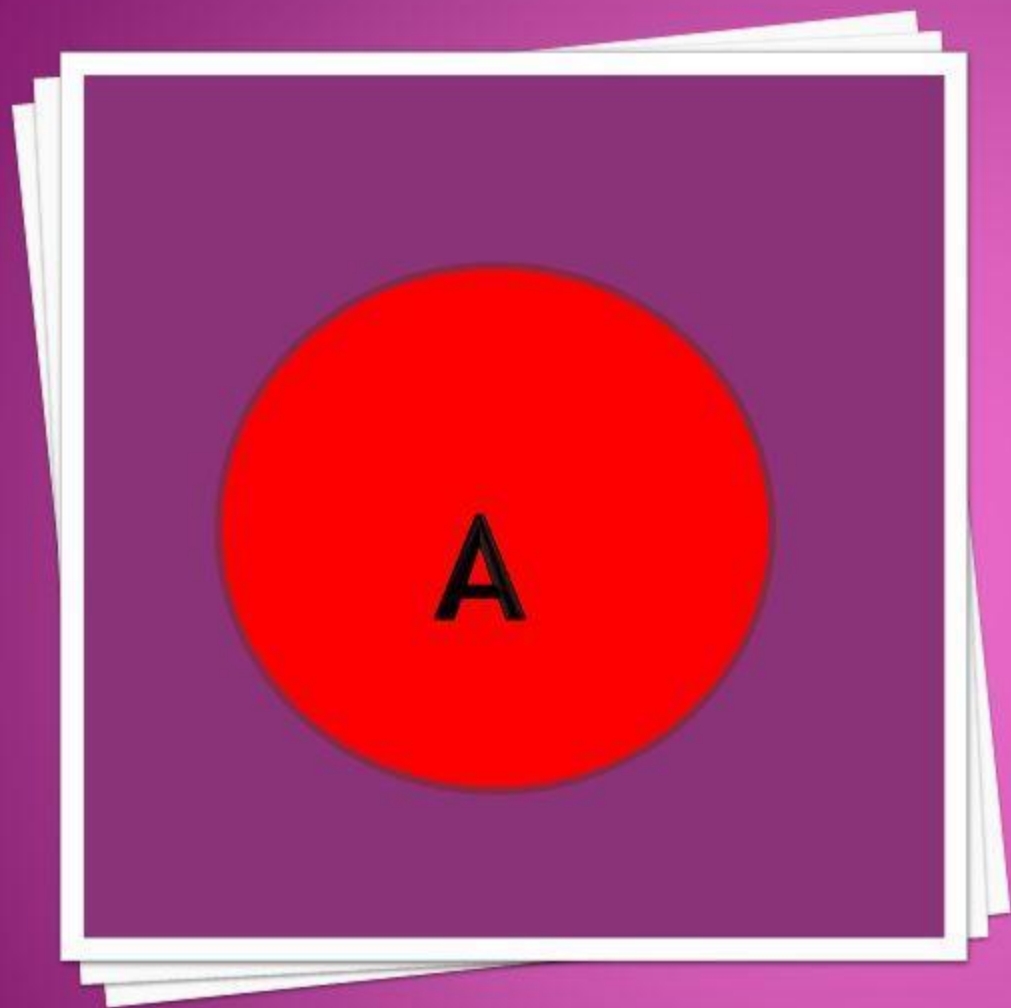
Множества A и B изображены на рисунке кругами.

Фигура, закрашенная на рисунке, является объединением множеств A и B .

Объединением двух множеств A и B называется множество $A \cup B$, которое состоит из всех элементов, принадлежащих A или B . $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$.



$A \cup B$

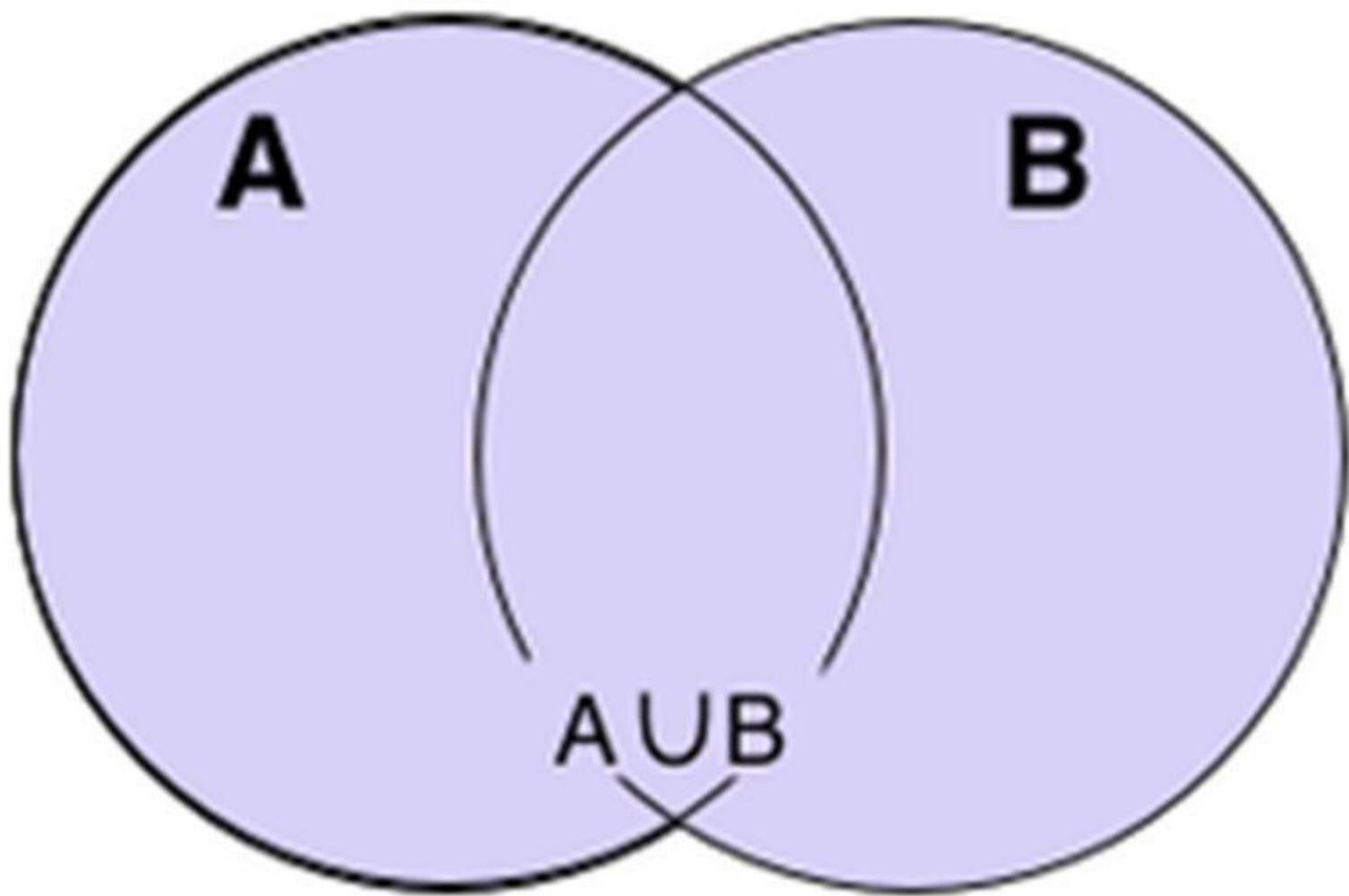


Объединение

множеств

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$



Рассмотрим пример:

X-множество простых чисел, не превосходящих 25;

Y- множество двузначных чисел, не превосходящих 19.

Найдите пересечение и объединение множеств X и Y.

Решение:

$$X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\};$$

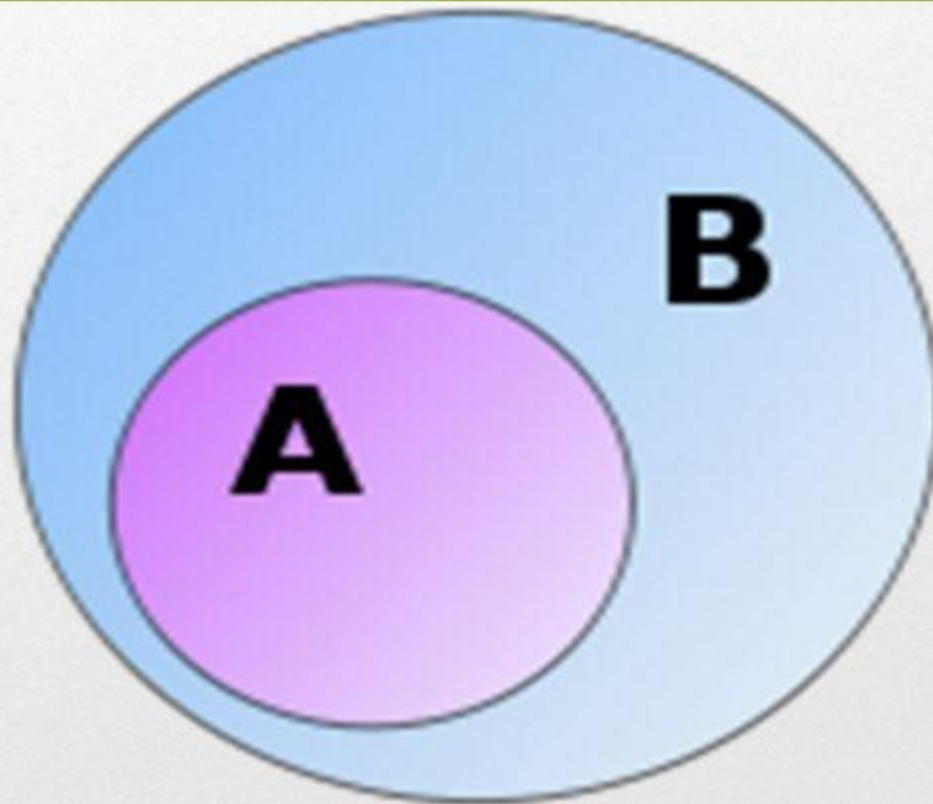
$$Y = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\};$$

Общие элементы: 11, 13, 17, значит,

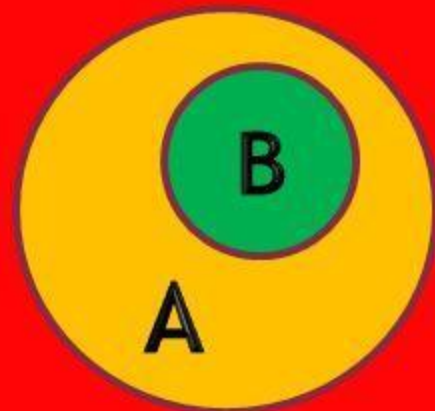
$$X \cap Y = \{11, 13, 17\};$$

$$X \cup Y = \{2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 23\}.$$

Подмножество



ПОДМНОЖЕСТВО



$$B \subset A$$

Множество B называют подмножеством множества A , если каждый элемент множества B является элементом множества A .

**Приведите свои
примеры
подмножеств**

**Рассмотрим
примеры
решения задач
на множества:**

№ 1

Какое множество
задано путем
перечисления его
элементов?

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

№ 2

Задайте

множество лошадей,
пасущихся, на Луне.

№ 3

Даны множества

$$A = \{0, 3, 5, 11, 12, 19\},$$

$$B = \{0, 2, 4, 8, 12, 18\}.$$

Найдите множества

$$A \cup B, A \cap B$$

№4.

Составьте не менее
семи слов, буквы
которых образуют
подмножества
множества

$A = \{к, а, р, у, с, е, л, ь\}.$

1. Ус

2. Ель

3. Рука

4. Русь

5. Руль

6. Лак

7. Лес



№ 5.

В классе 30 человек, каждый из которых поёт или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек поёт и танцует одновременно?

Решение 1

Пусть A - это множество учеников, умеющих петь.
Количество элементов в нём по условию равно $n = 17$.
Пусть B - множество учеников, умеющих танцевать.
Количество элементов в нём - $m = 18$. Множество $A \cup B$
совпадает со всем классом, т.к. каждый ученик в
классе поёт или танцует. $A \cap B$ - это множество тех
учеников класса, которые поют и танцуют
одновременно. Пусть их количество равно k .
Согласно формуле доказанной выше
 $n + m - k = 17 + 19 - k = 30$ $k = 6$.
Ответ: 6 учеников в классе поют и танцуют
одновременно.

Решение 2

Сначала заметим, что из 30 человек не умеют петь $30 - 17 = 13$ человек. Все они умеют танцевать, т.к. по условию каждый ученик класса поёт или танцует. Всего умеют танцевать 19 человек, из них 13 не умеют петь, значит, танцевать и петь одновременно умеют $19 - 13 = 6$ человек.

№6

На фирме работают 67 человек.
Из них 47 знают английский язык,
35 - немецкий язык, а 23 - оба
языка. Сколько человек в фирме
не знают ни английского, ни
немецкого языков?

Решение

$n(A) = 47$ – знают английский язык

$n(B) = 35$ – знают немецкий язык

$n(C) = x$ – не знают ни английский,
ни немецкий язык

$n(A \cap B) = 23$ – знают английский и
немецкий языки

$n(A \cup B \cup C) = 67$ – работники фирмы

$$67 = 47 + 35 - 23 + x \Rightarrow x = 8$$

Ответ: 8 человек не знают ни английский, ни
немецкий язык.

№ 7.

Изобразите с помощью кругов Эйлера пересечение множеств K и M , если:

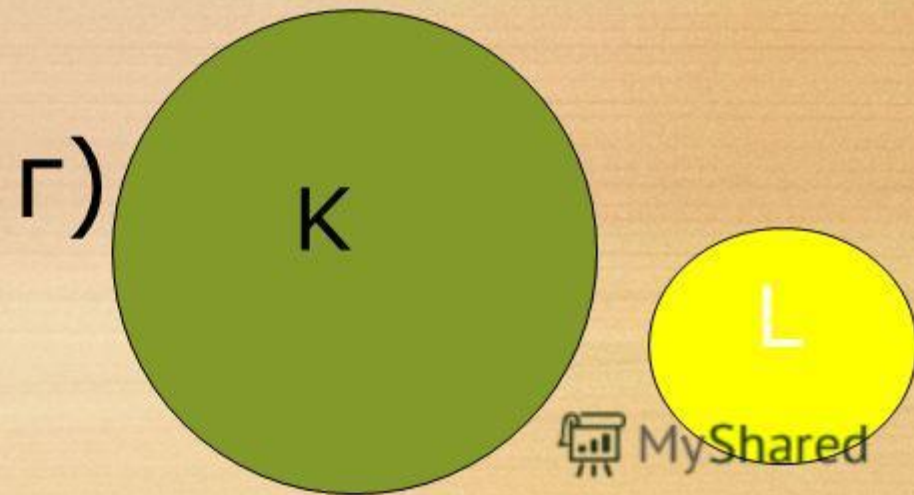
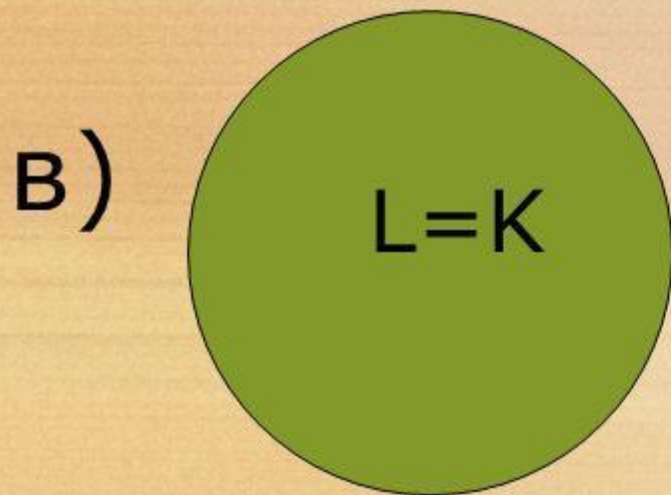
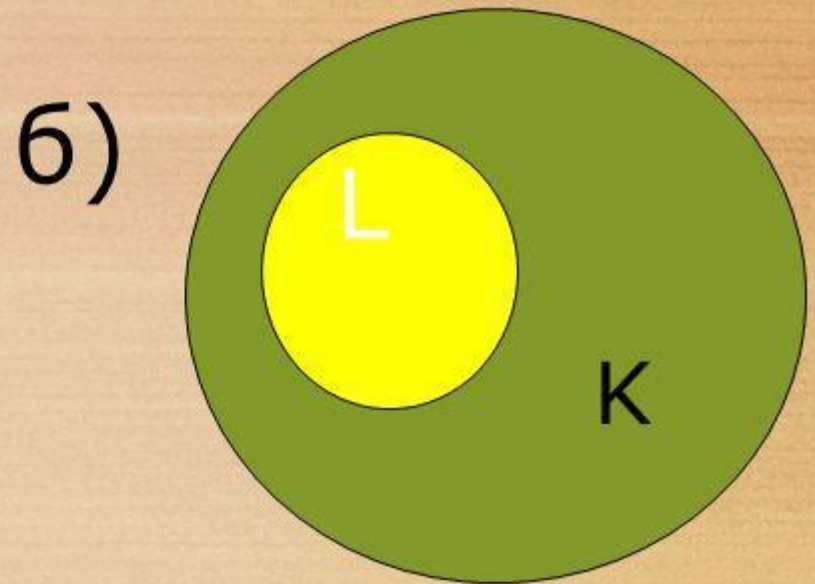
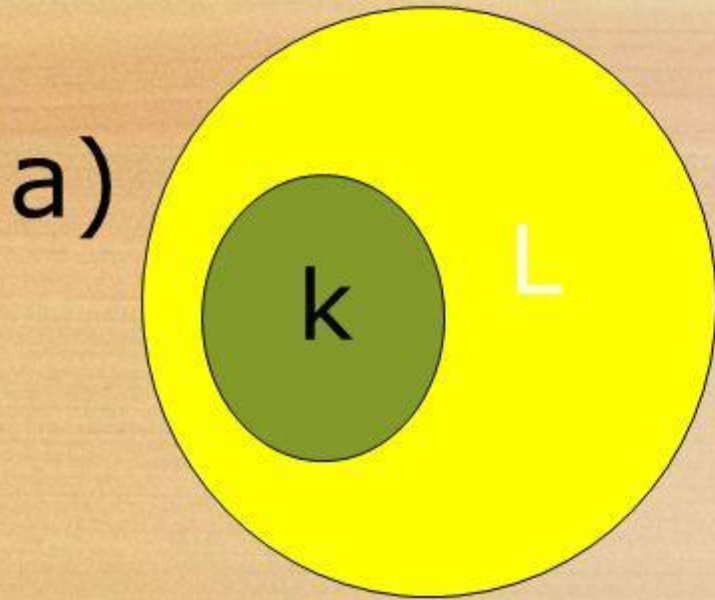
а) $K \subset L$

б) $L \subset K$

в) $K = L$

г) $K \cap L = \emptyset$

Решение задачи с помощью кругов Эйлера.



На языке мудрости ЗНАТЬ - это
значит УМЕТЬ, а ПОНИМАТЬ
- это значит ДЕЙСТВОВАТЬ

