

Множества. Операции над множествами



*«Множество есть
многое, мыслимое нами
как единое»*

(основатель теории множеств –
Георг Кантор).



Примерами множеств могут служить:

- а) множество всех натуральных чисел,
- б) множество всех целых чисел (положительных, отрицательных и нуля),
- в) множество всех рациональных чисел,
- г) множество всех действительных чисел,
- д) множество площадей треугольников,
- е) множество четырехугольников,

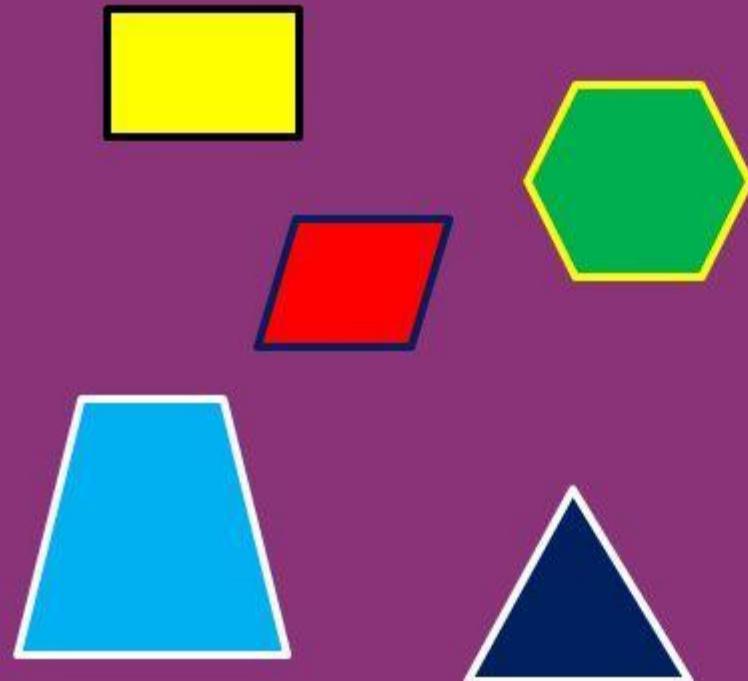


«Парадокс брадобрея»

Одному солдату было приказано брить тех и только тех солдат его взвода, которые сами себя не бреют. Неисполнение приказа в армии, как известно, тягчайшее преступление. Однако возник вопрос, брить ли этому солдату самого себя. Если он побреется, то его следует отнести к множеству солдат, которые сами себя бреют, а таких брить он не имеет права. Если же он себя брить не будет, то попадёт во множество солдат, которые сами себя не бреют, а таких солдат согласно приказу он обязан брить. **Парадокс.**

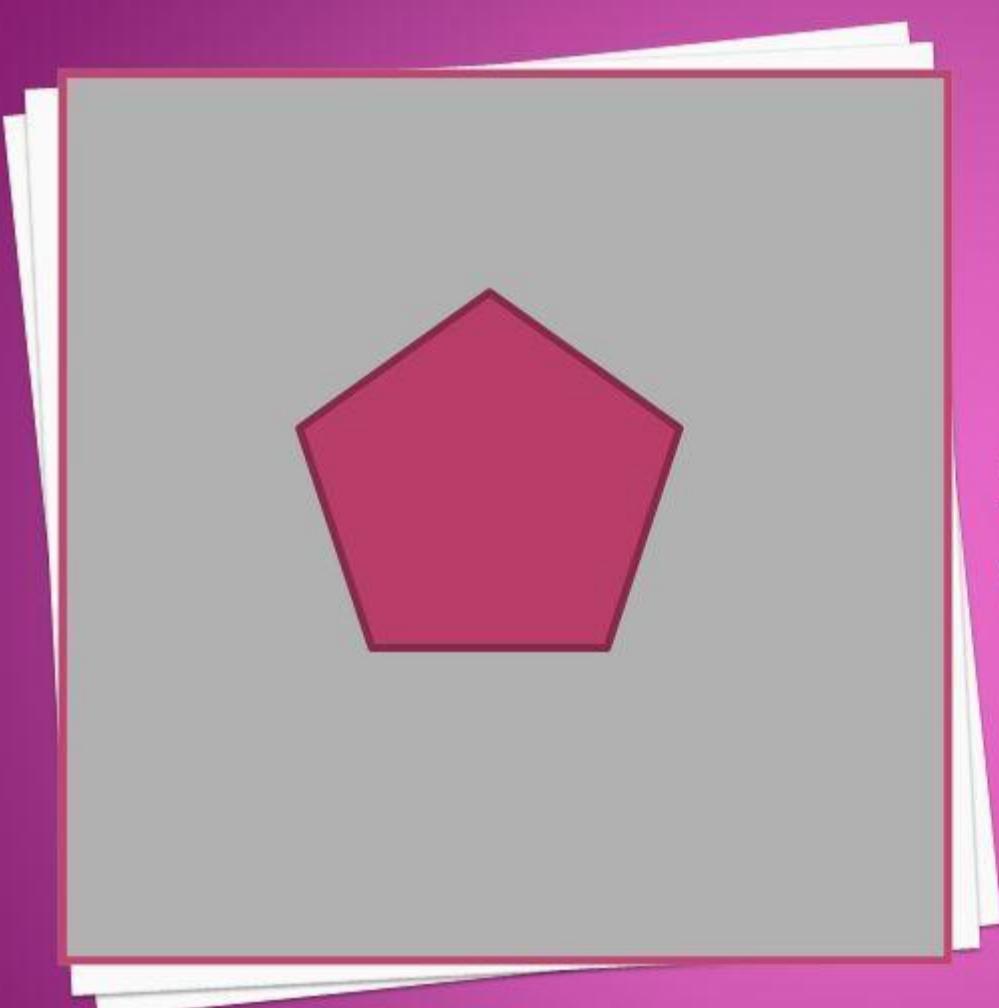


МНОЖЕСТВА

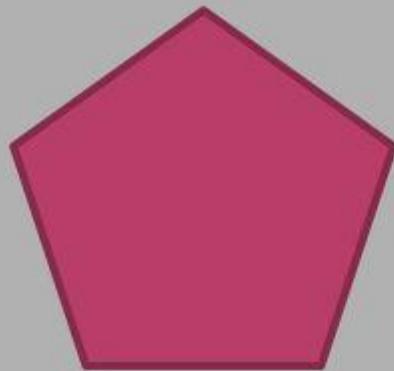


Термин множество применяется для обозначения совокупностей.





ЭЛЕМЕНТ МНОЖЕСТВА



Элементы множества -
объекты или предметы,
составляющие
множество.



Пустое множество



ПУСТОЕ МНОЖЕСТВО

Пустое множество - это множество, не содержащее ни одного элемента.

$$A = \emptyset$$

1.ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

А- множество натуральных делителей числа 24,
В- множество натуральных делителей числа 18.

$$A=\{1,2,3,4,6,8,12,24\},$$

$$B=\{1,2,3,6,9,18\},$$

С- множество общих делителей чисел 24 и 18,
С={1,2,3,6}.

*Говорят, что множество С является
пересечением множеств А и В.*



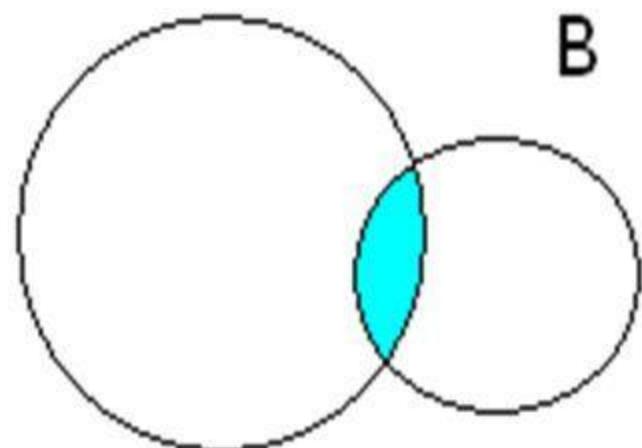
Пересечением двух множеств А и В называется множество $A \cap B$, которое состоит из всех элементов, лежащих одновременно в множестве А и в множестве В.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$



❖ Соотношение между множествами А, В и С можно проиллюстрировать с помощью специальных схем, называемых кругами Эйлера.

A



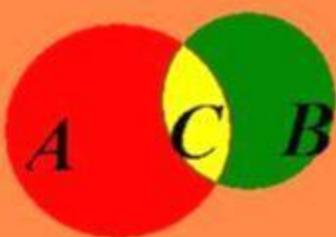
B

Множества А и В
изображены на рисунке
кругами.

Фигура, образовавшаяся
при пересечении кругов,
закрашенная на рисунке,
изображает множество С.

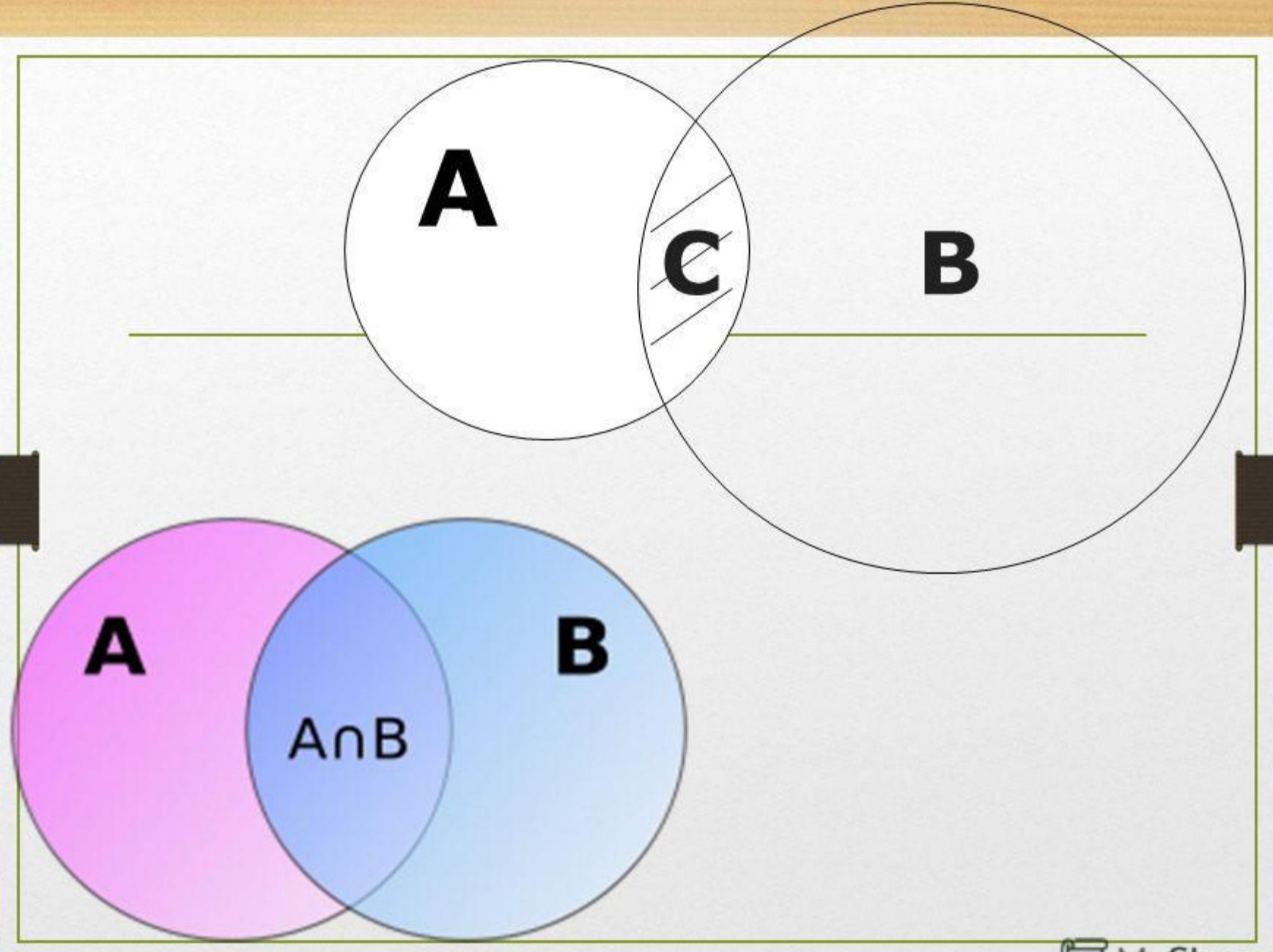


MyShared



ение
еств

$$A \cap B = C$$



Некоторые множества X и Y не имеют общих элементов. Тогда говорят, что пересечением множеств X и Y является пустое множество.

\emptyset - обозначение пустого множества.

И пишут тогда так: $X \cap Y = \emptyset$



Например:

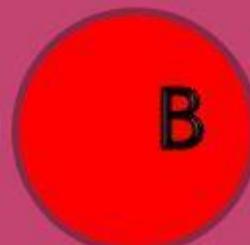
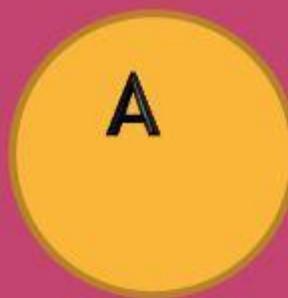
$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\},$$

$$A \cap B = \emptyset.$$



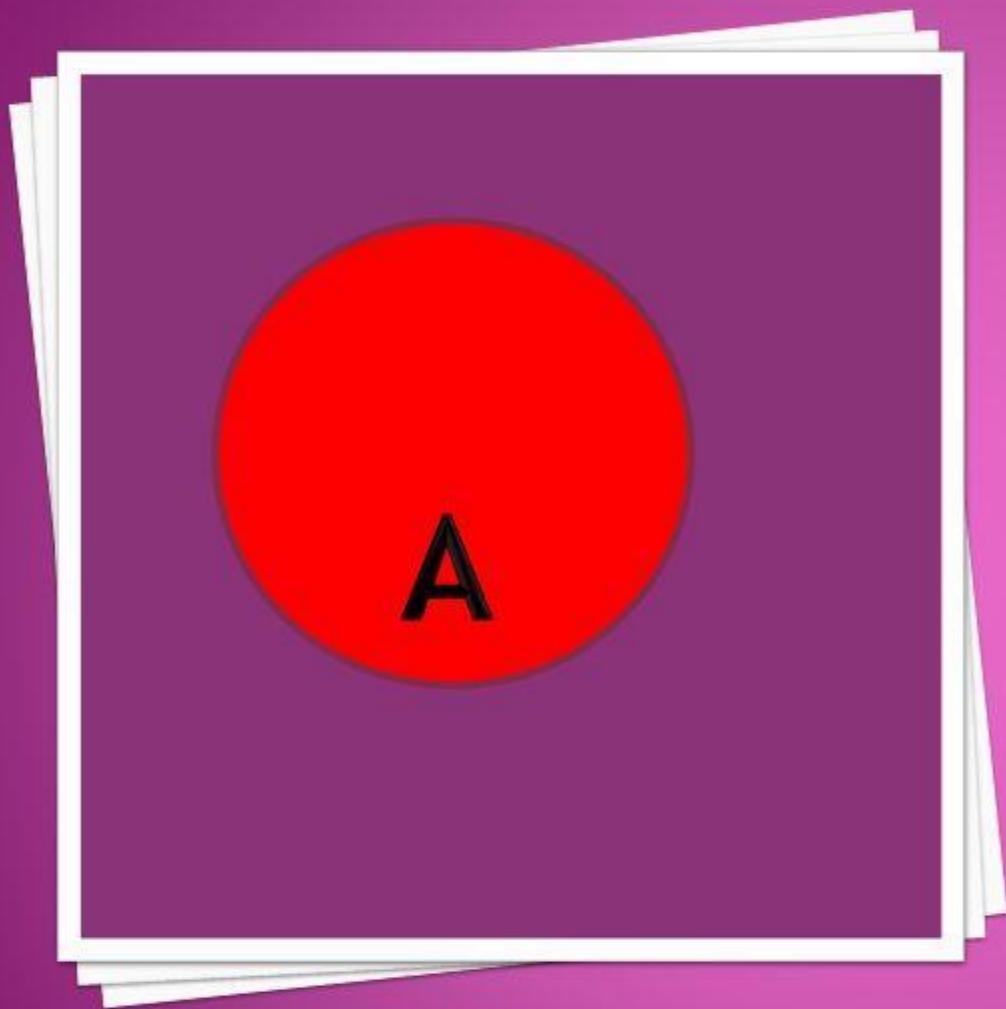
Пересечение множеств



$$A \cap B = \emptyset$$

Множество А не пересекается с множеством В, следовательно их пересечение будет равно пустому множеству.





ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

$$A \cap A = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$



2. ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

А- множество натуральных делителей числа 24,

В- множество натуральных делителей числа 18.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\},$$

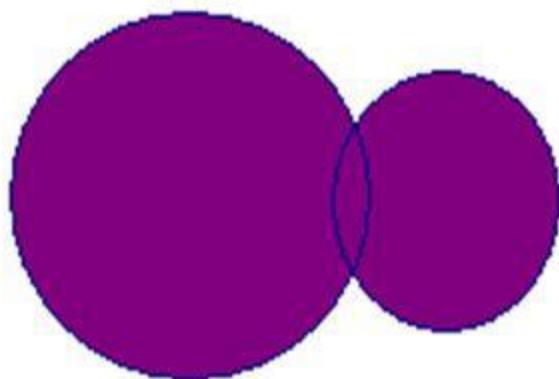
Д- множество, которому принадлежат все элементы множества А и все элементы множества В.

$$\text{Т.е. } D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}.$$

Говорят, что множество D является объединением множеств A и B.



- ❖ Множество, состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств А и В, называют объединением этих множеств и обозначают $A \cup B = D$.

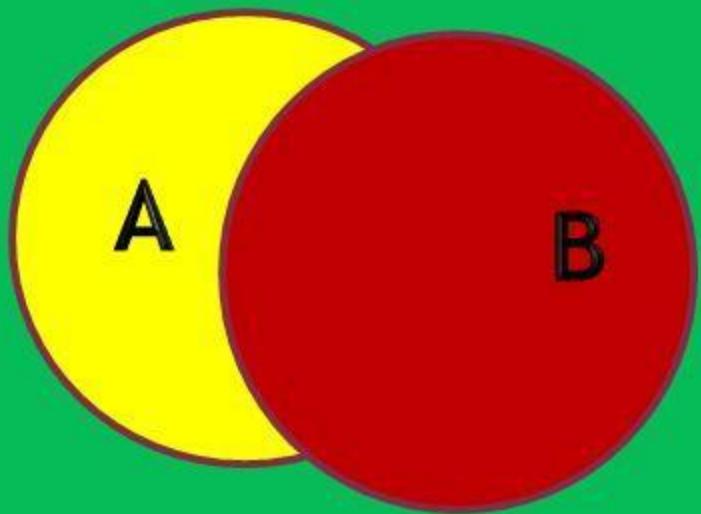


Множества А и В изображены на рисунке кругами.

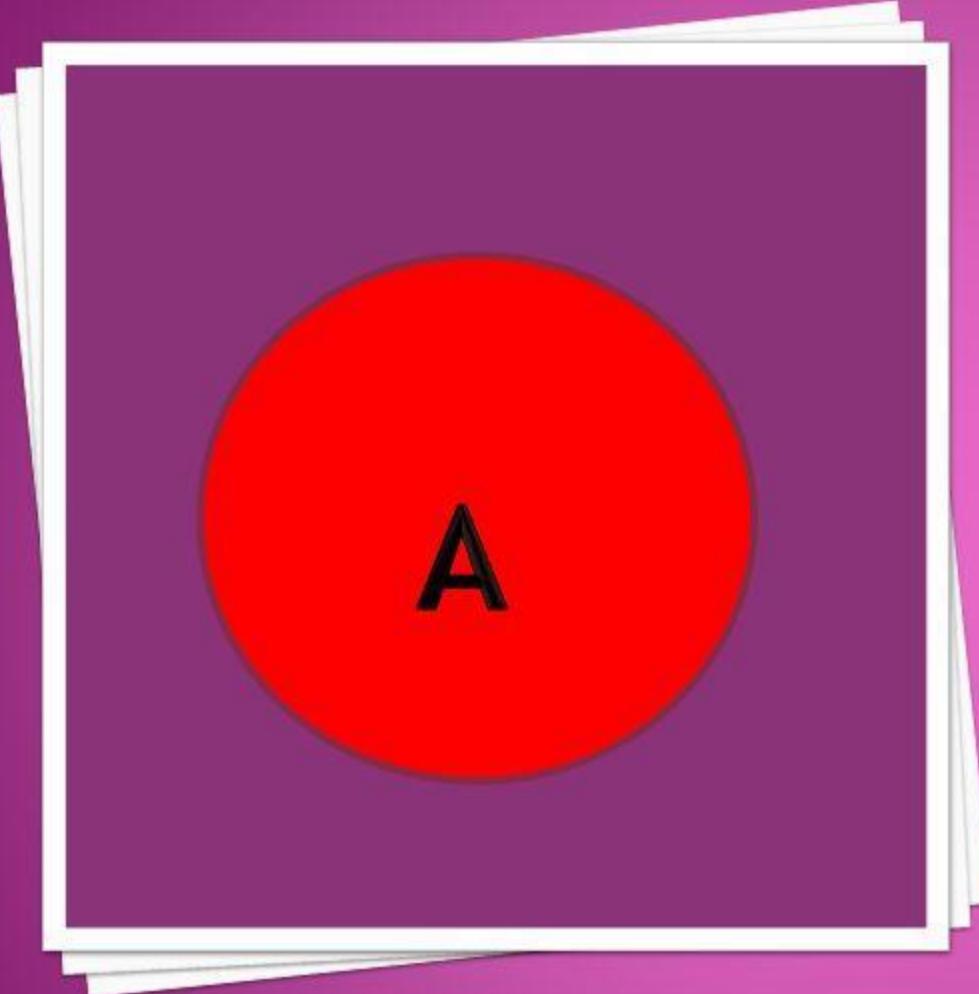
Фигура, закрашенная на рисунке, является объединением множеств А и В.

Объединением двух множеств А и В называется множество $A \cup B$, которое состоит из всех элементов, принадлежащих А или В. $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$.





$A \cup B$



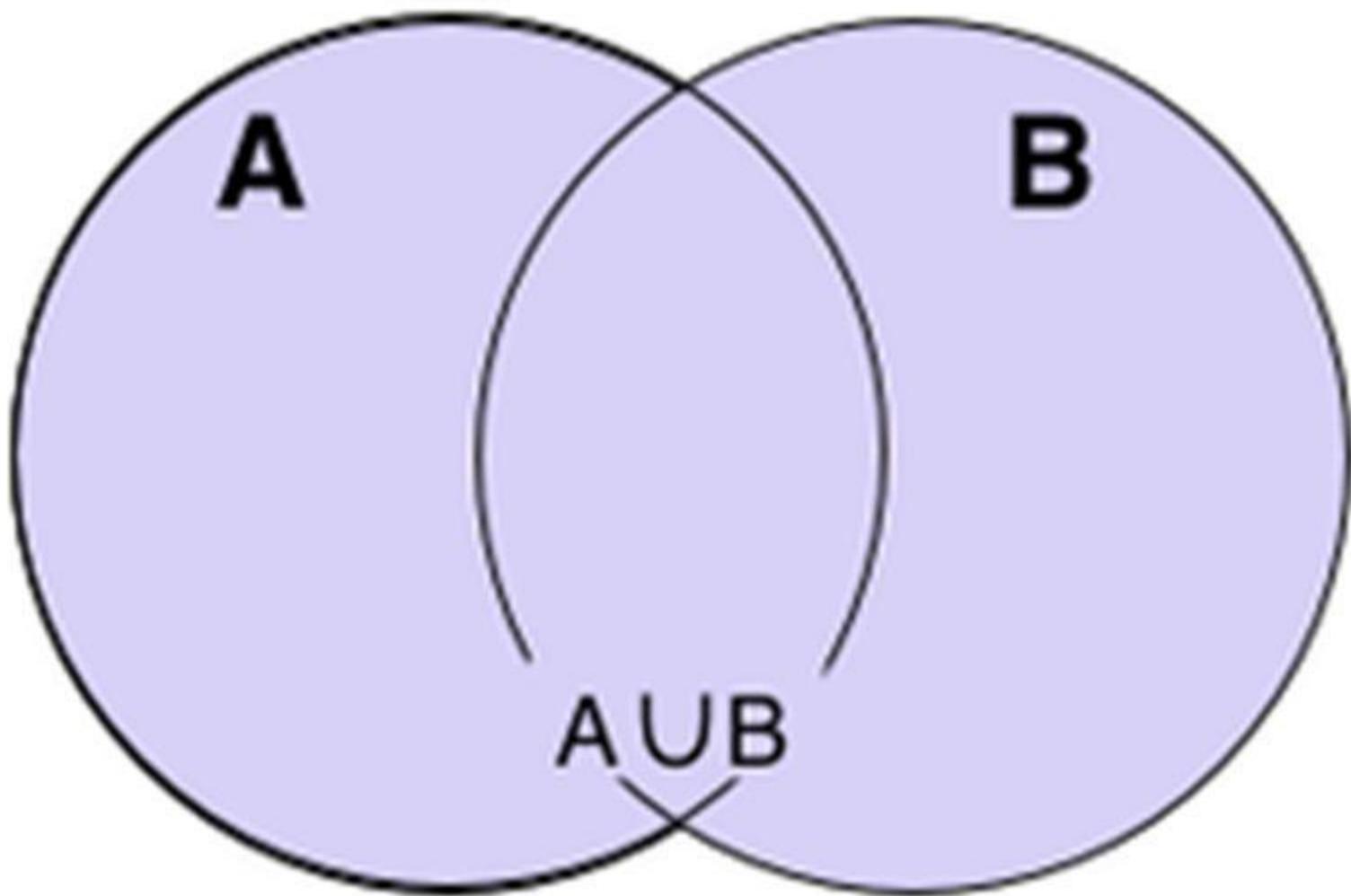
A

Объединение множеств

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$





Рассмотрим пример:

X-множество простых чисел, не превосходящих 25;

Y- множество двузначных чисел, не превосходящих 19.

Найдите пересечение и объединение множеств X и Y.

Решение:

$$X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\};$$

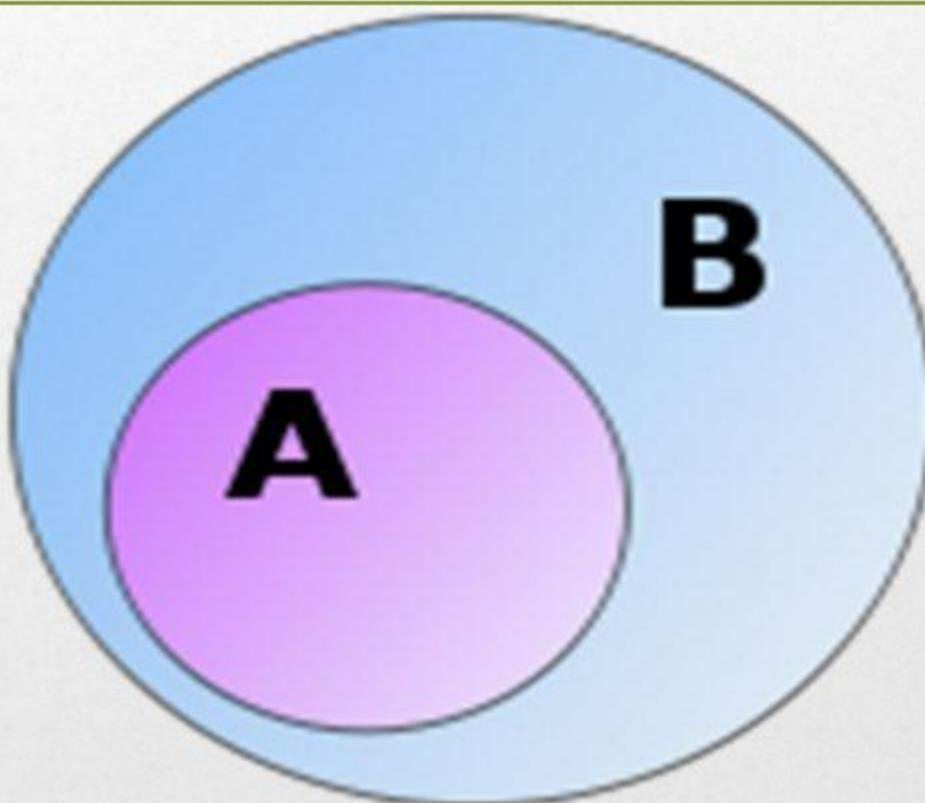
$$Y = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\};$$

Общие элементы: 11, 13, 17, значит,

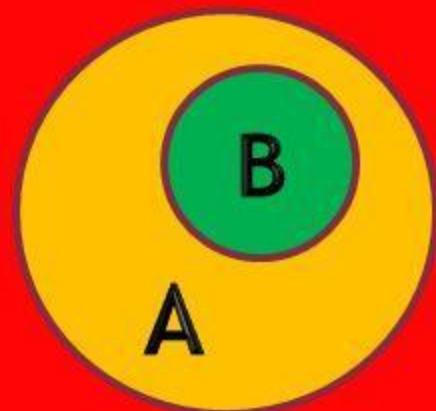
$$X \cap Y = \{11, 13, 17\};$$

$$X \cup Y = \{2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 23\}.$$

Подмножество



ПОДМНОЖЕСТВО



$$B \subset A$$

Множество В называют
подмножеством

множества А, если каждый
элемент множества В
является элементом
множества А.



Приведите свои
примеры
подмножеств



**Рассмотрим
примеры
решения задач
на множества:**



№ 1

Какое множество
задано путем
перечисления его
элементов?

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



№ 2

Задайте
множество лошадей,
пасущихся, на Луне.



№ 3

Даны множества

$$A = \{0, 3, 5, 11, 12, 19\},$$

$$B = \{0, 2, 4, 8, 12, 18\}.$$

Найдите множества

$$A \cup B, A \cap B$$



№4.

Составьте не менее
семи слов, буквы
которых образуют
подмножества
множества

$$A = \{к, а, р, у, с, е, л, ъ\}.$$



1. Ус
2. Ель
3. Рука
4. Русь
5. Руль
6. Лак
7. Лес



№ 5.

В классе 30 человек, каждый из которых поёт или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек поёт и танцует одновременно?



Решение 1

Пусть А - это множество учеников, умеющих петь.

Количество элементов в нём по условию равно $n = 17$.

Пусть В - множество учеников, умеющих танцевать.

Количество элементов в нём - $m = 18$. Множество $A \cup B$ совпадает со всем классом, т.к. каждый ученик в классе поёт или танцует. $A \cap B$ - это множество тех учеников класса, которые поют и танцуют одновременно. Пусть их количество равно k .

Согласно формуле доказанной выше

$$n + m - k = 17 + 19 - k = 30 \quad k = 6.$$

Ответ: 6 учеников в классе поют и танцуют одновременно.

Решение 2

Сначала заметим, что из 30 человек не умеют петь $30 - 17 = 13$ человек. Все они умеют танцевать, т.к. по условию каждый ученик класса поёт или танцует. Всего умеют танцевать 19 человек, из них 13 не умеют петь, значит, танцевать и петь одновременно умеют $19 - 13 = 6$ человек.



№6

На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек в фирме не знают ни английского, ни немецкого языков?



Решение

$n(A) = 47$ – знают английский язык

$n(B) = 35$ – знают немецкий язык

$n(C) = x$ – не знают ни английский, ни немецкий язык

$n(A \cap B) = 23$ – знают английский и немецкий языки

$n(A \cup B \cup C) = 67$ – работники фирмы

$$67 = 47 + 35 - 23 + x \Rightarrow x = 8$$

Ответ: 8 человек не знают ни английский, ни немецкий язык.



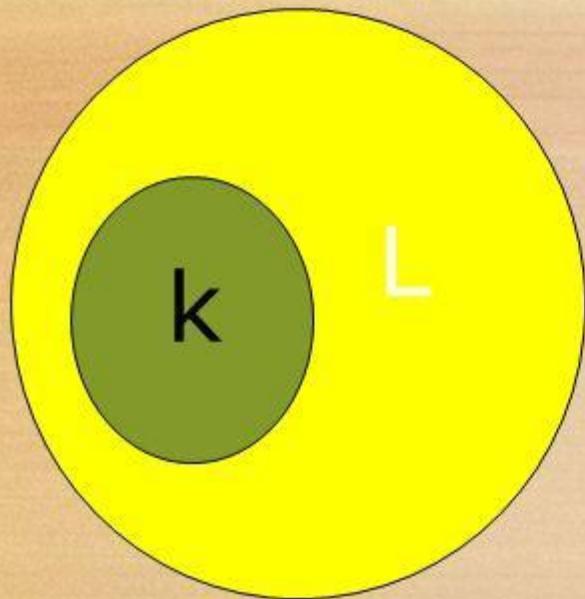
№ 7.

Изобразите с помощью кругов Эйлера пересечение множеств K и M , если:

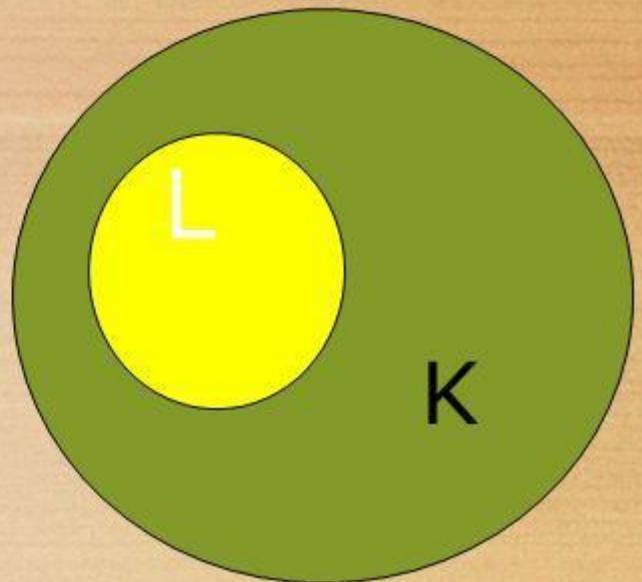
- a) $K \subset L$
- б) $L \subset K$
- в) $K = L$
- г) $K \cap L = \emptyset$

Решение задачи с помощью кругов Эйлера.

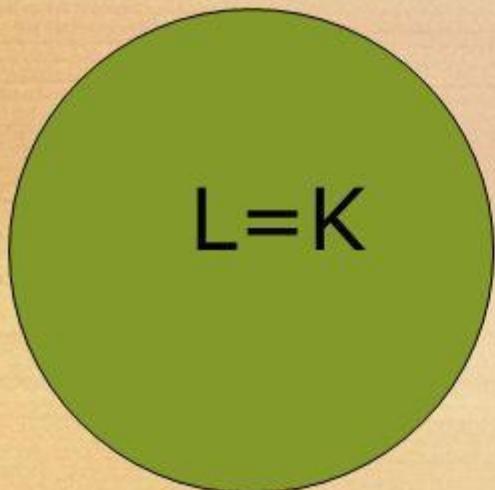
а)



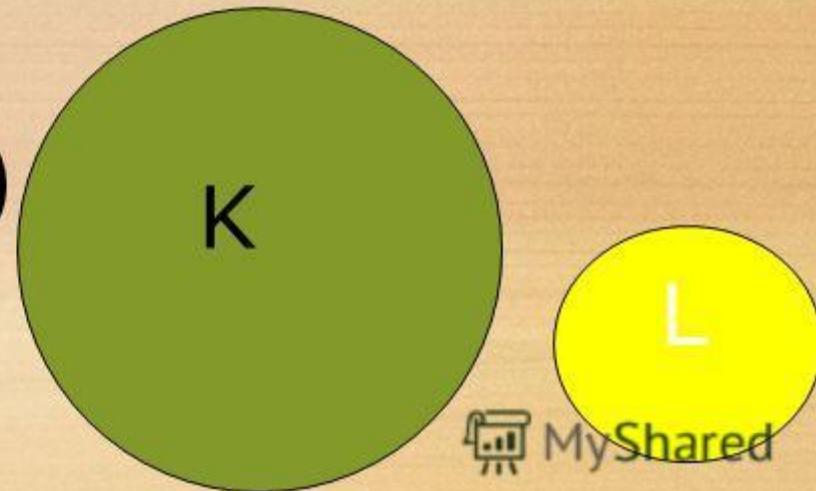
б)



в)



г)



**На языке мудрости ЗНАТЬ - это
значит УМЕТЬ, а ПОНИМАТЬ
- это значит ДЕЙСТВОВАТЬ**

