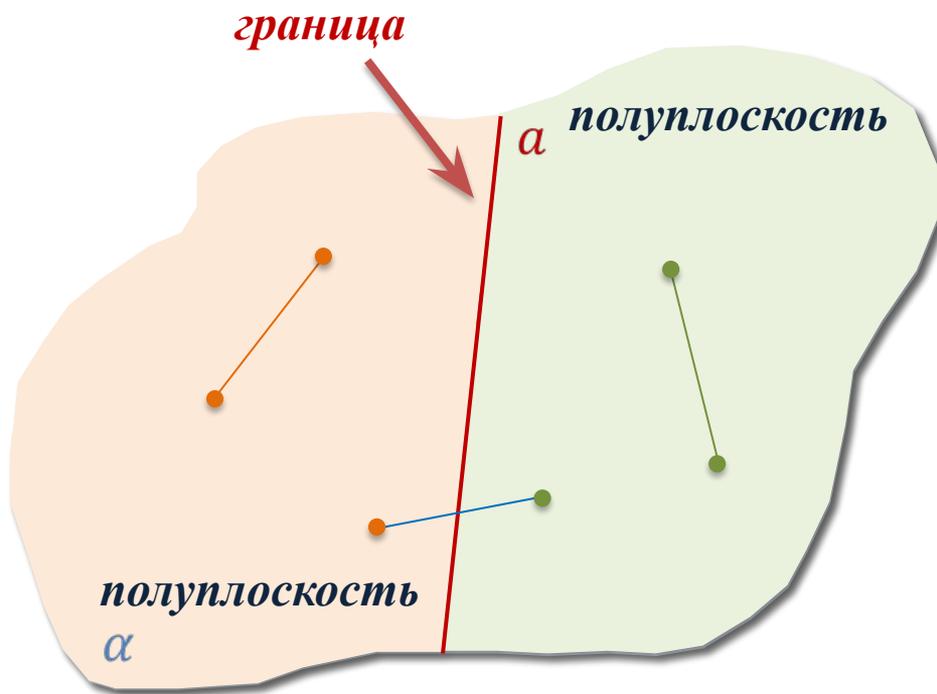


# Углы с сонаправленными сторонами

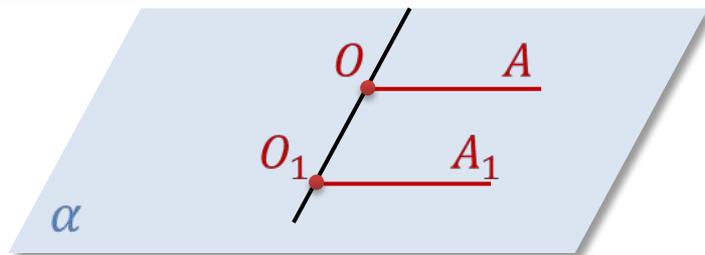
## Сегодня на уроке:

- ✓ введем понятие сонаправленных лучей
- ✓ определение сонаправленных лучей
- ✓ докажем теорему о равенстве углов с сонаправленными сторонами

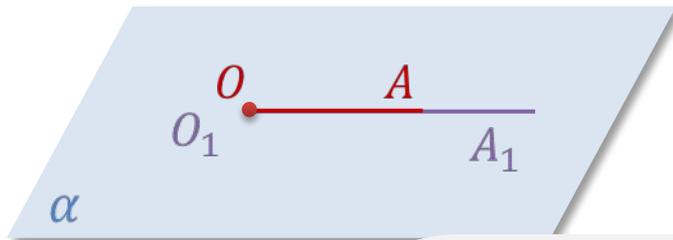
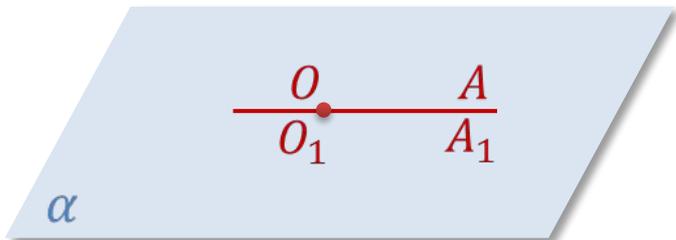
**Аксиома планиметрии:** *любая прямая разбивает плоскость на две полуплоскости.*



**Определение.** Два луча  $OA$  и  $O_1A_1$  в пространстве, не лежащие на одной прямой, называются **сонаправленными**, если *они параллельны и лежат в одной полуплоскости с границей  $OO_1$* .



**Определение.** Лучи  $OA$  и  $O_1A_1$ , лежащие на одной прямой, называются **сонаправленными**, если *они совпадают или один из них содержит другой*.



**Теорема.** Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

**Доказательство.**

Пусть  $OA \parallel O_1A_1$  и  $OB \parallel O_1B_1$ .

Докажем, что  $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$ .

$OA = O_1A_1$ ,  $OB = O_1B_1$

Рассмотрим четырехугольник  $OAA_1O_1$ .

Т. к.  $OA \parallel O_1A_1$  и  $OA = O_1A_1$ , то  $OAA_1O_1$  – параллелограмм.

Следовательно,  $AA_1 \parallel OO_1$  и  $AA_1 = OO_1$ .

Рассмотрим четырехугольник  $OBV_1O_1$ .

Т. к.  $OB \parallel O_1B_1$  и  $OB = O_1B_1$ , то  $OBV_1O_1$  – параллелограмм.

Тогда  $BB_1 \parallel OO_1$  и  $BB_1 = OO_1$ .

По признаку параллельности прямых в пространстве,  $AA_1 \parallel BB_1$ .

Рассмотрим четырехугольник  $BAA_1B_1$ .

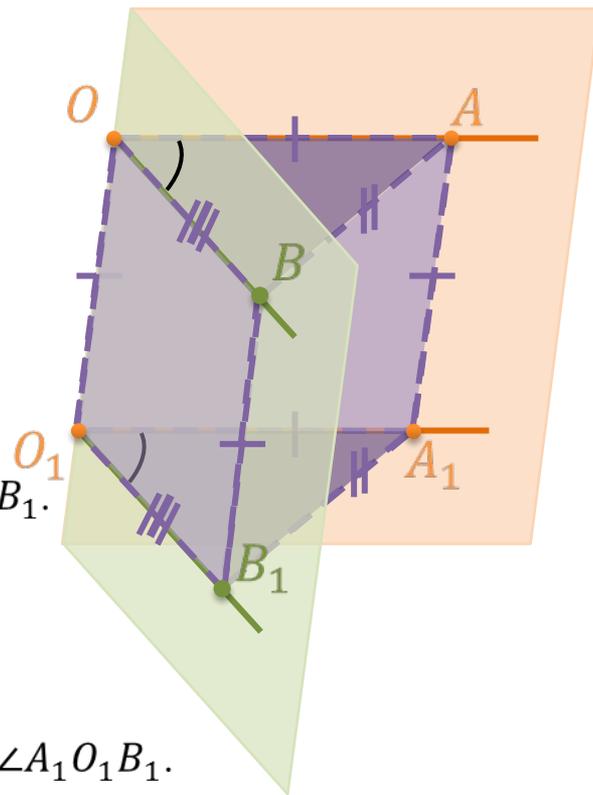
Т. к.  $AA_1 \parallel BB_1$  и  $AA_1 = BB_1$ , то  $BAA_1B_1$  – параллелограмм.

Следовательно,  $AB \parallel A_1B_1$  и  $AB = A_1B_1$ .

Рассмотрим  $\triangle AOB$  и  $\triangle A_1O_1B_1$ .

Значит,  $\triangle AOB = \triangle A_1O_1B_1$  по трем сторонам. Значит,  $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$ .

**Теорема доказана.**



**Задание.** Рассмотрите рисунок и

- укажите лучи, которые являются сонаправленными;
- укажите лучи, которые не являются сонаправленными.

**Решение.**

- Рассмотрим лучи  $OA$  и  $O_1A_1$ .

Они лежат в одной полуплоскости и  $OA \parallel O_1A_1$ .

Значит, лучи  $OA$  и  $O_1A_1$  сонаправлены.

Лучи  $OA$  и  $O_2B_2$ , и  $O_1A_1$  и  $O_2B_2$  сонаправлены.

Лучи  $A_2B_2$  и  $O_2B_2$  сонаправлены, т. к. они лежат на одной прямой и луч  $A_2B_2$  содержит луч  $O_2B_2$ .

- Рассмотрим лучи:  $OA$  и  $O_2A_2$ ,  $OA$  и  $O_3A_3$ ,  $O_2A_2$  и  $O_2B_2$ .

Лучи  $OA \parallel O_2A_2$ , но лежат в разных полуплоскостях.

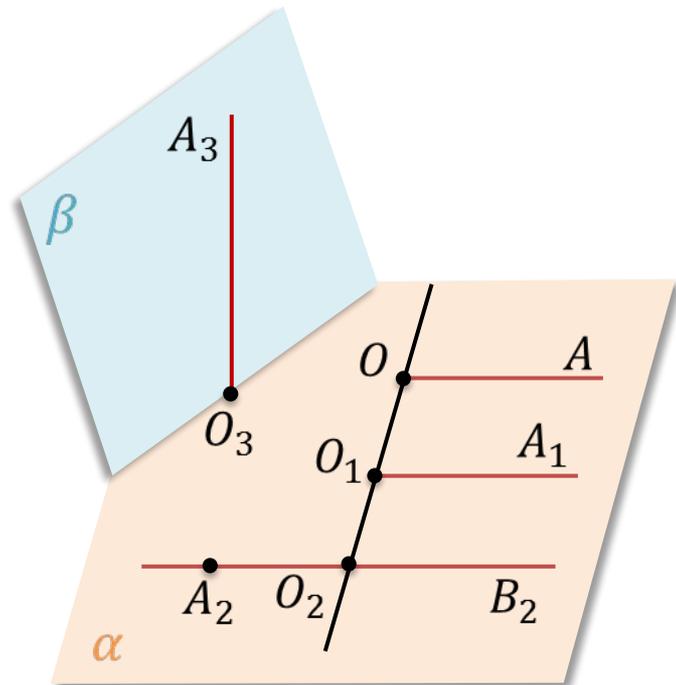
Значит, лучи  $OA$  и  $O_2A_2$  не сонаправлены.

Лучи  $OA \nparallel O_3A_3$  и лежат в разных полуплоскостях.

Следовательно, лучи  $OA$  и  $O_3A_3$  не сонаправлены.

Лучи  $O_2A_2$  и  $O_2B_2$  лежат на одной прямой, но расположены в разных полуплоскостях.

Значит, лучи  $O_2A_2$  и  $O_2B_2$  не сонаправлены.



# Углы с сонаправленными сторонами

