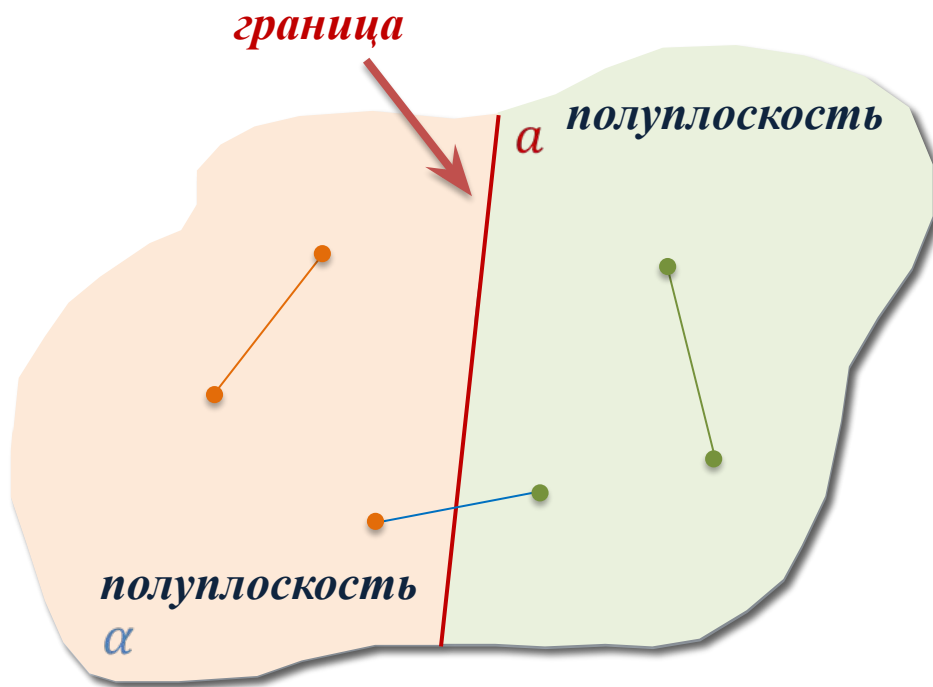


Углы с сонаправленными сторонами

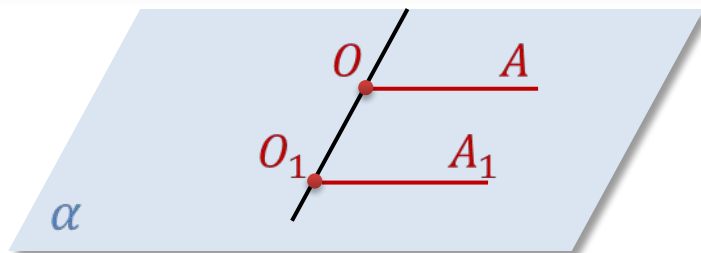
Сегодня на уроке:

- ✓ введем понятие сонаправленных лучей
- ✓ определение сонаправленных лучей
- ✓ докажем теорему о равенстве углов с сонаправленными сторонами

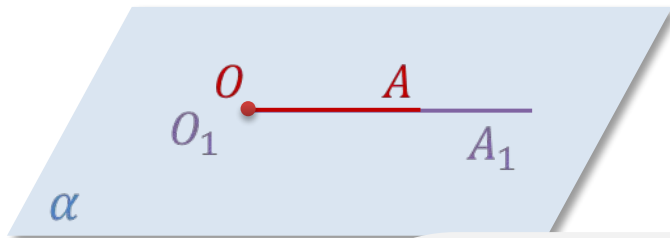
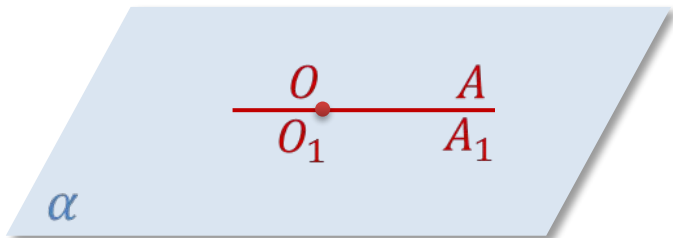
Аксиома планиметрии: *любая прямая разбивает плоскость на две полуплоскости.*



Определение. Два луча OA и O_1A_1 в пространстве, не лежащие на одной прямой, называются **сонаправленными**, если *они параллельны и лежат в одной полуплоскости с границей OO_1* .



Определение. Лучи OA и O_1A_1 , лежащие на одной прямой, называются **сонаправленными**, если *они совпадают или один из них содержит другой*.



Теорема. Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

Доказательство.

Пусть $OA \parallel O_1A_1$ и $OB \parallel O_1B_1$.

Докажем, что $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

$OA = O_1A_1$, $OB = O_1B_1$

Рассмотрим четырехугольник OAA_1O_1 .

Т. к. $OA \parallel O_1A_1$ и $OA = O_1A_1$, то OAA_1O_1 – параллелограмм.

Следовательно, $AA_1 \parallel OO_1$ и $AA_1 = OO_1$.

Рассмотрим четырехугольник OBV_1O_1 .

Т. к. $OB \parallel O_1B_1$ и $OB = O_1B_1$, то OBV_1O_1 – параллелограмм.

Тогда $BB_1 \parallel OO_1$ и $BB_1 = OO_1$.

По признаку параллельности прямых в пространстве, $AA_1 \parallel BB_1$.

Рассмотрим четырехугольник BAA_1B_1 .

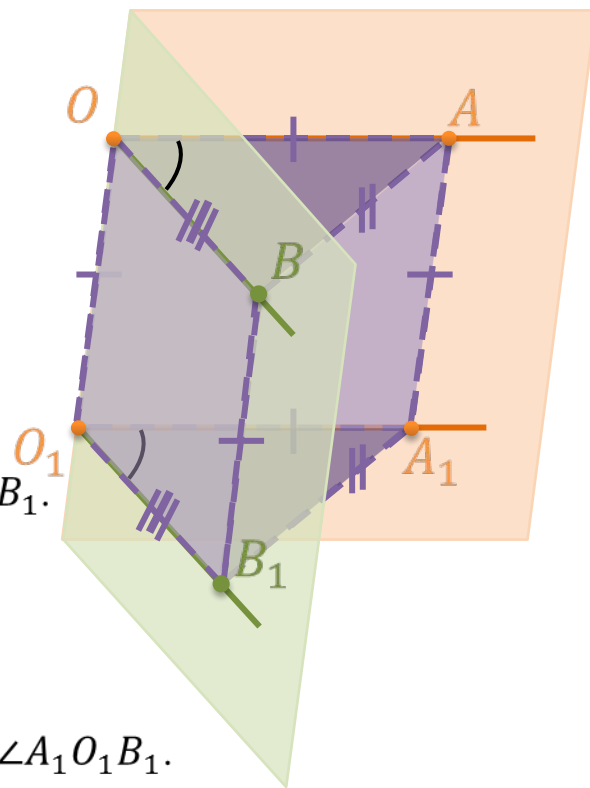
Т. к. $AA_1 \parallel BB_1$ и $AA_1 = BB_1$, то BAA_1B_1 – параллелограмм.

Следовательно, $AB \parallel A_1B_1$ и $AB = A_1B_1$.

Рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle A_1O_1B_1$.

Значит, $\triangle AOB = \triangle A_1O_1B_1$ по трем сторонам. Значит, $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

Теорема доказана.



Задание. Рассмотрите рисунок и

- укажите лучи, которые являются сонаправленными;
- укажите лучи, которые не являются сонаправленными.

Решение.

- Рассмотрим лучи OA и O_1A_1 .

Они лежат в одной полуплоскости и $OA \parallel O_1A_1$.

Значит, лучи OA и O_1A_1 сонаправлены.

Лучи OA и O_2B_2 , и O_1A_1 и O_2B_2 сонаправлены.

Лучи A_2B_2 и O_2B_2 сонаправлены, т. к. они лежат на одной прямой и луч A_2B_2 содержит луч O_2B_2 .

- Рассмотрим лучи: OA и O_2A_2 , OA и O_3A_3 , O_2A_2 и O_2B_2 .

Лучи $OA \parallel O_2A_2$, но лежат в разных полуплоскостях.

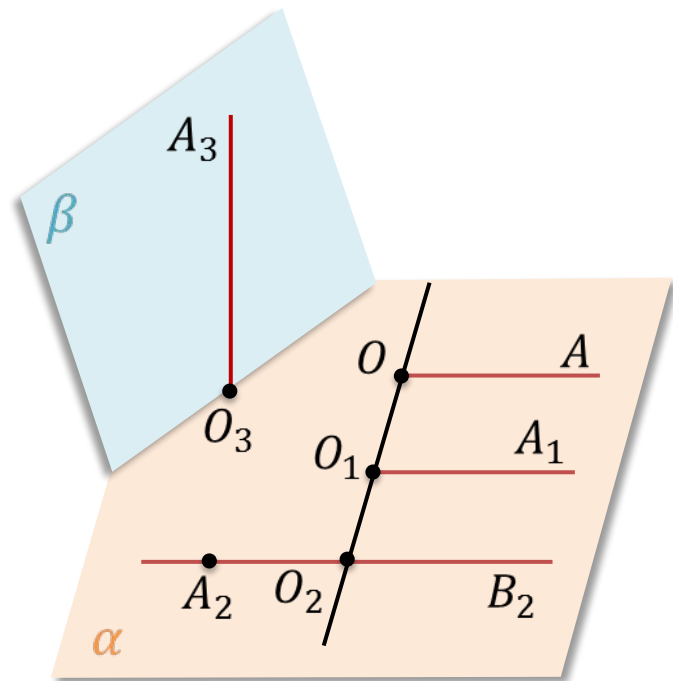
Значит, лучи OA и O_2A_2 не сонаправлены.

Лучи $OA \nparallel O_3A_3$ и лежат в разных полуплоскостях.

Следовательно, лучи OA и O_3A_3 не сонаправлены.

Лучи O_2A_2 и O_2B_2 лежат на одной прямой, но расположены в разных полуплоскостях.

Значит, лучи O_2A_2 и O_2B_2 не сонаправлены.



Углы с сонаправленными сторонами

