

Симплекс-решетчатое планирование. Диаграммы «состав-свойство» Шеффе

В рассмотренных ранее планах экспериментов одним из основных требований к независимым переменным (факторам) было отсутствие линейных корреляционных связей. На практике часто встречаются задачи, когда необходимо исследовать влияние состава композиции на свойства продукции. Переменные в таких системах не являются независимыми.

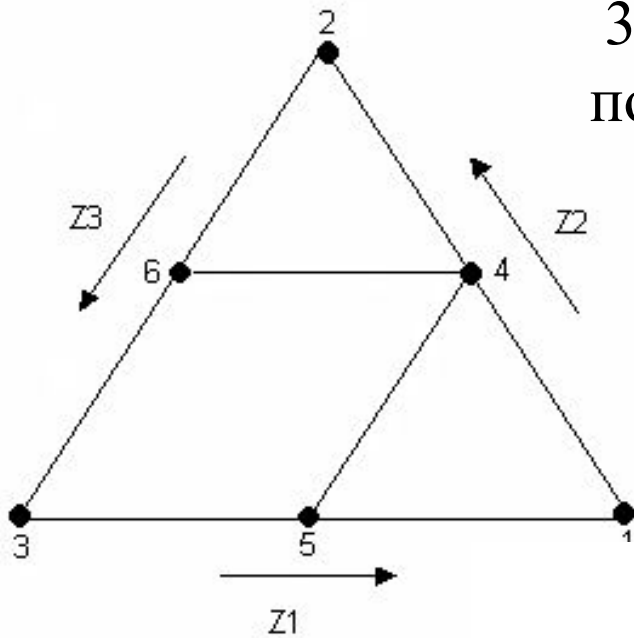
Сумма компонентов смеси (композиции) всегда нормируется.

$$\sum_{i=1}^n Z_i = \text{const}$$

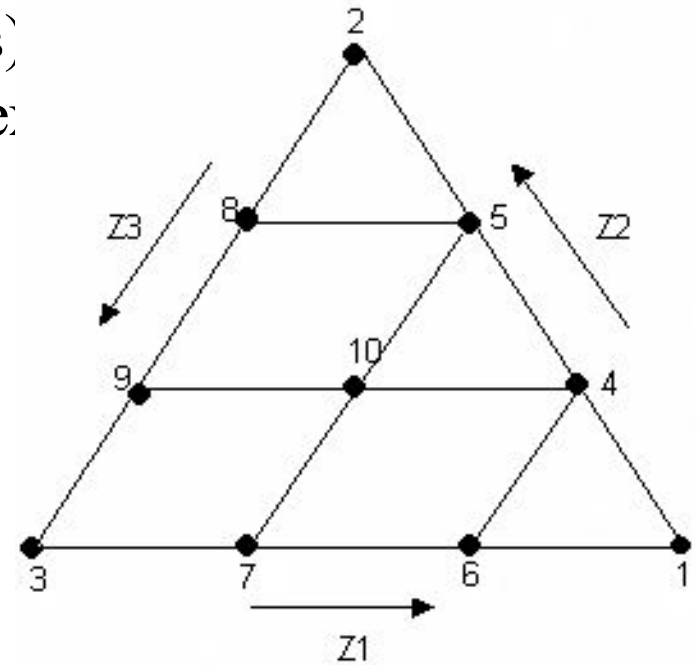
Константой может быть единица или 100%, тонна, 1000 м³, т.е. надо знать, сколько и каких компонентов, в каком количестве необходимо для производства, например, одной тонны бумаги или 1000 м³ древесных плит.

Для решения таких задач используются ***симплекс-решетчатые планы (планы Шеффе)***. Им предложены простые планы эксперимента, позволяющие при малом количестве опытов получить для описания влияния соотношения компонентов на свойства продукции уравнения 1-го, 2-го и более высоких порядков. Экспериментальные точки располагаются в узлах сетчатой структуры в ***барицентрической системе координат***.

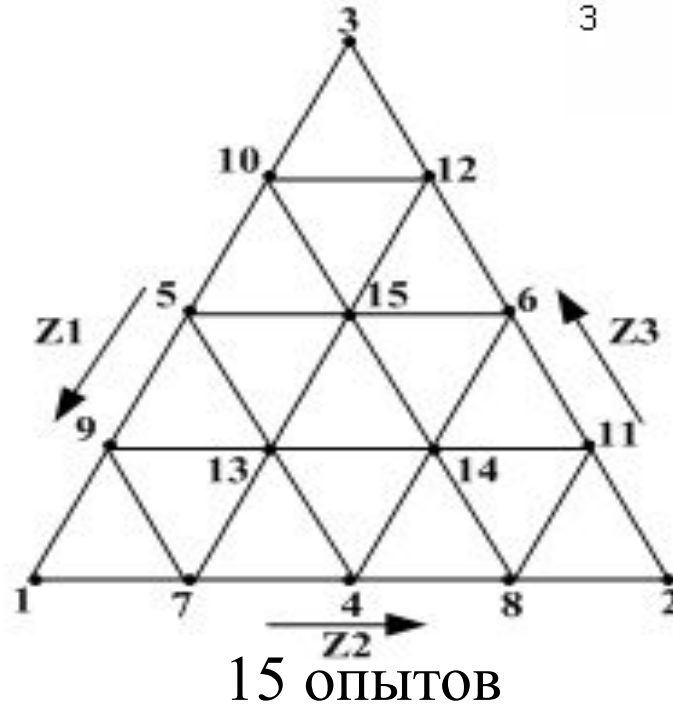
Планы Шеффе 2-го (а),
3-го (б) и 4-го (в)
порядков для трех
факторов



6 ОПЫТОВ
а



10 ОПЫТОВ
б



15 ОПЫТОВ
в

В вершинах симплекса смеси как таковой нет, т.к. там 100%-ное содержание одного из компонентов, а экспериментальные точки на осях содержат не все компоненты. Следовательно, экспериментальные точки в вершинах *глобального симплекса* и на его осях не позволяют получить требуемую продукцию, т.к. композиция (смесь) не содержит всех необходимых компонентов.

На практике рассматриваются, как правило, *локальные симплексы*, которые располагаются внутри глобальных и содержат все компоненты в том или ином количестве.

Формулы для расчета координат экспериментальных точек в единицах *глобального симплекса*:

для оси **Z1**: $Z1 = Z1_A + (Z1_C - Z1_A)X1_I + (Z1_B - Z1_A)X2_I$;

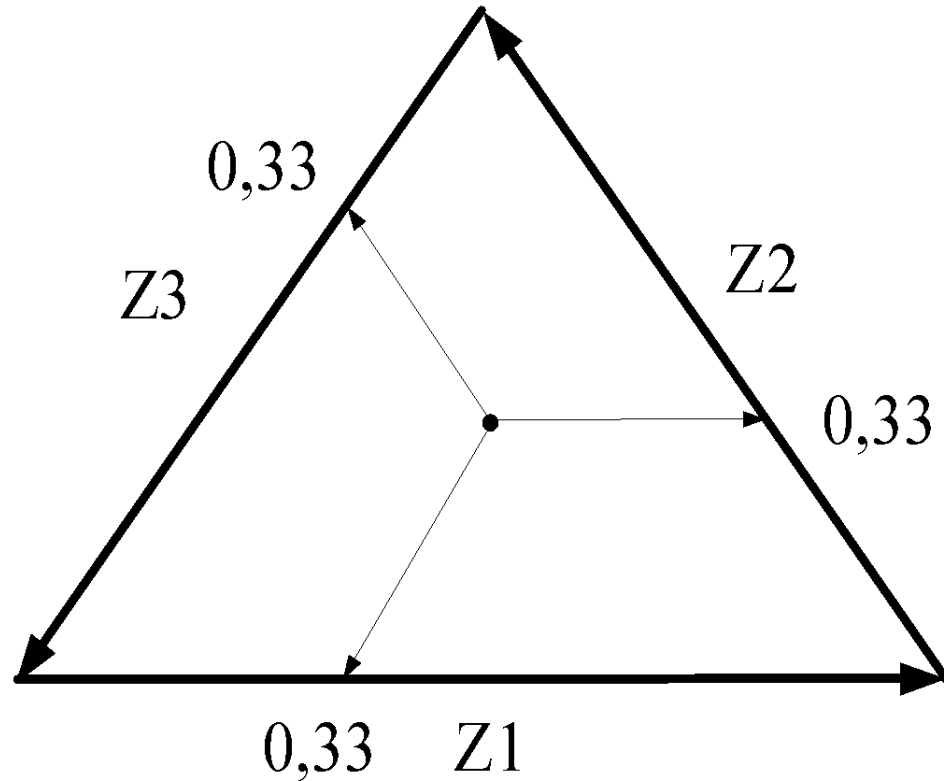
для оси **Z2**: $Z2 = Z2_C + (Z2_B - Z2_C)X2_I + (Z2_A - Z2_C)X3_I$;

для оси **Z3**: $Z3 = 100 - Z1 - Z2$

где $Z1_A, Z1_B, Z1_C, Z2_A, Z2_B, Z2_C$ – координаты точек вершин *локального симплекса* по оси, %;

$X1_I, X2_I, X3_I$ – координаты экспериментальных точек локального симплекса.

Правило определения координат точек в барицентрической системе координат:



Координаты точки определяются проведением линии к интересующей оси: для $Z_1 \parallel Z_3$, для оси $Z_2 \parallel Z_1$, для оси $Z_3 \parallel Z_2$.

Расчет коэффициентов уравнения регрессии для локального симплекса производится по формулам:

$$b_1 = y_1;$$

$$b_2 = y_2;$$

$$b_3 = y_3;$$

$$b_{12} = 9/4(y_4 + y_5 - y_1 - y_2);$$

$$b_{13} = 9/4(y_6 + y_7 - y_1 - y_3);$$

$$b_{23} = 9/4(y_8 + y_9 - y_2 - y_3);$$

$$c_{12} = 9/4(3y_4 - 3y_5 - y_1 + y_2);$$

$$c_{13} = 9/4(3y_6 - 3y_7 - y_1 + y_3);$$

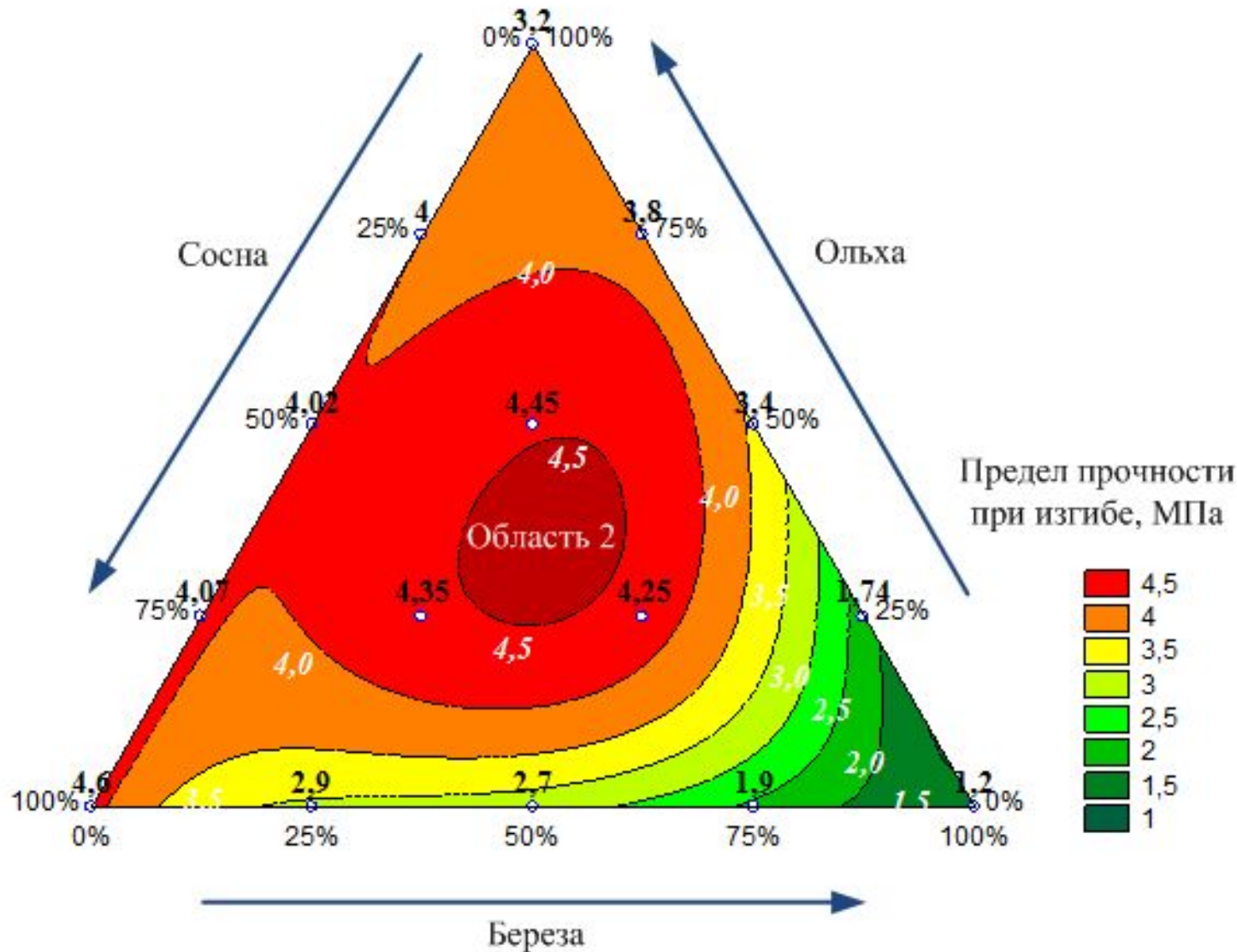
$$c_{23} = 9/4(3y_8 - 3y_9 - y_2 + y_3);$$

$$c_{123} = 27/4(y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9) + 9/2(y_1 + y_2 + y_3),$$

где $y_1 - y_{10}$ — значения показателя в экспериментальных точках.

После расчета коэффициентов уравнения регрессии решается задача оптимизации с помощью электронных таблиц (см. лабораторную работу №6), где помимо ограничений, отражающих область определения факторов, *вводится еще одно ограничение: сумма всех компонентов должна быть равна 1.*

Пример диаграммы «состав-свойство»



Влияние породного состава древесины на предел прочности при изгибе пеллет