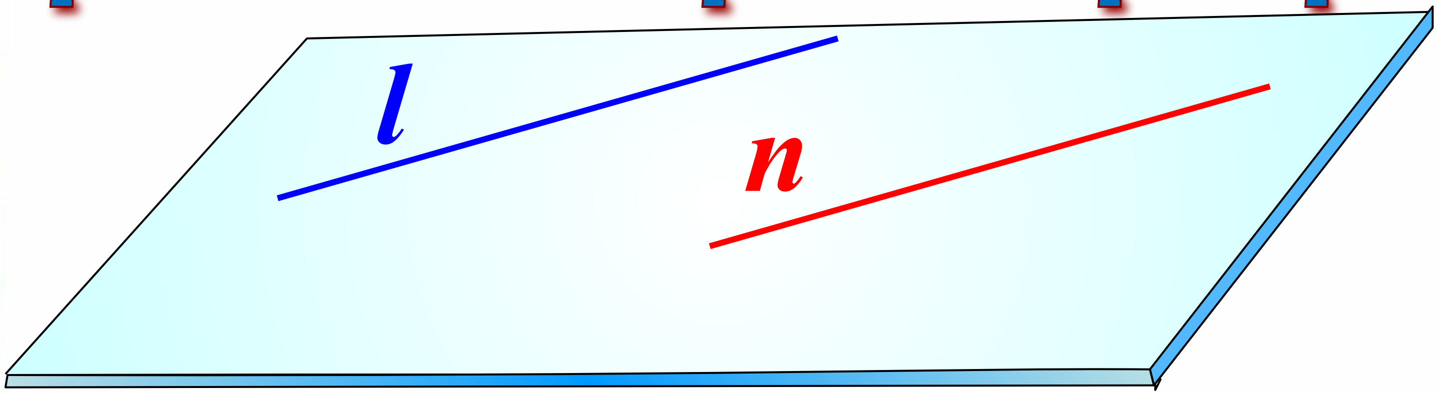
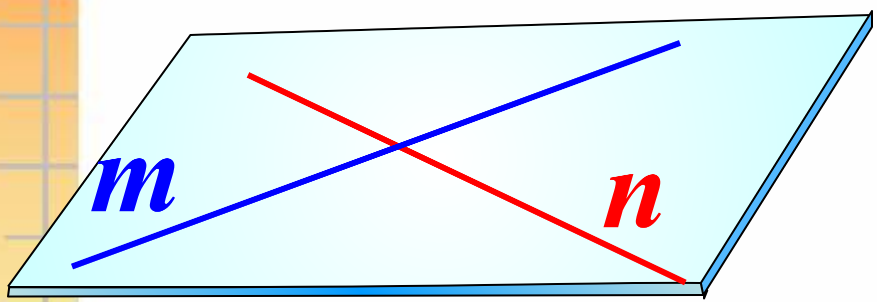
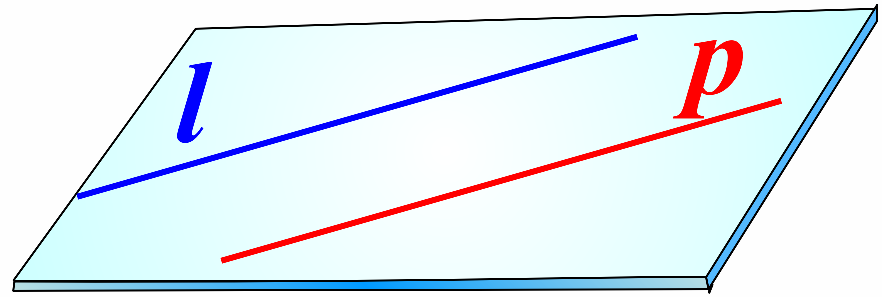
Параллельность прямых в пространстве



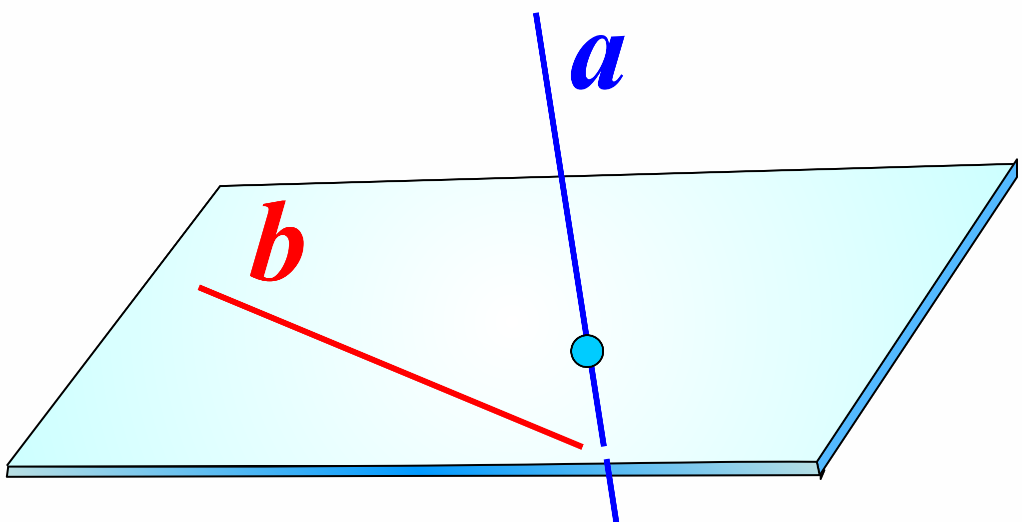
Три случая взаимного расположения прямых в пространстве



$n \cap m$



$l \parallel p$

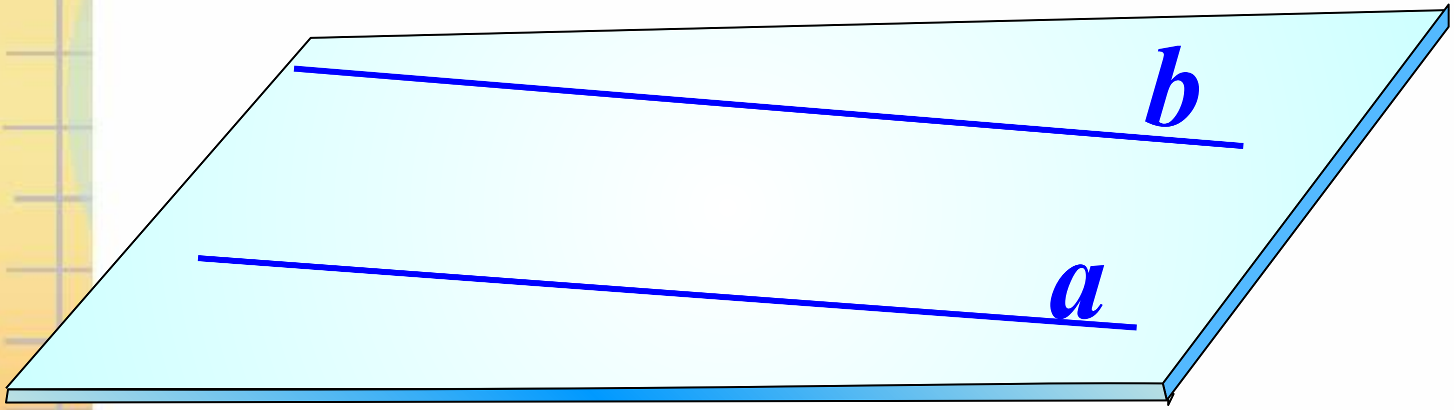


$a \;\dot{-}\; b$

Планиметрия	Стереометрия
Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются. $a \parallel b$	Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются. $a \parallel b$

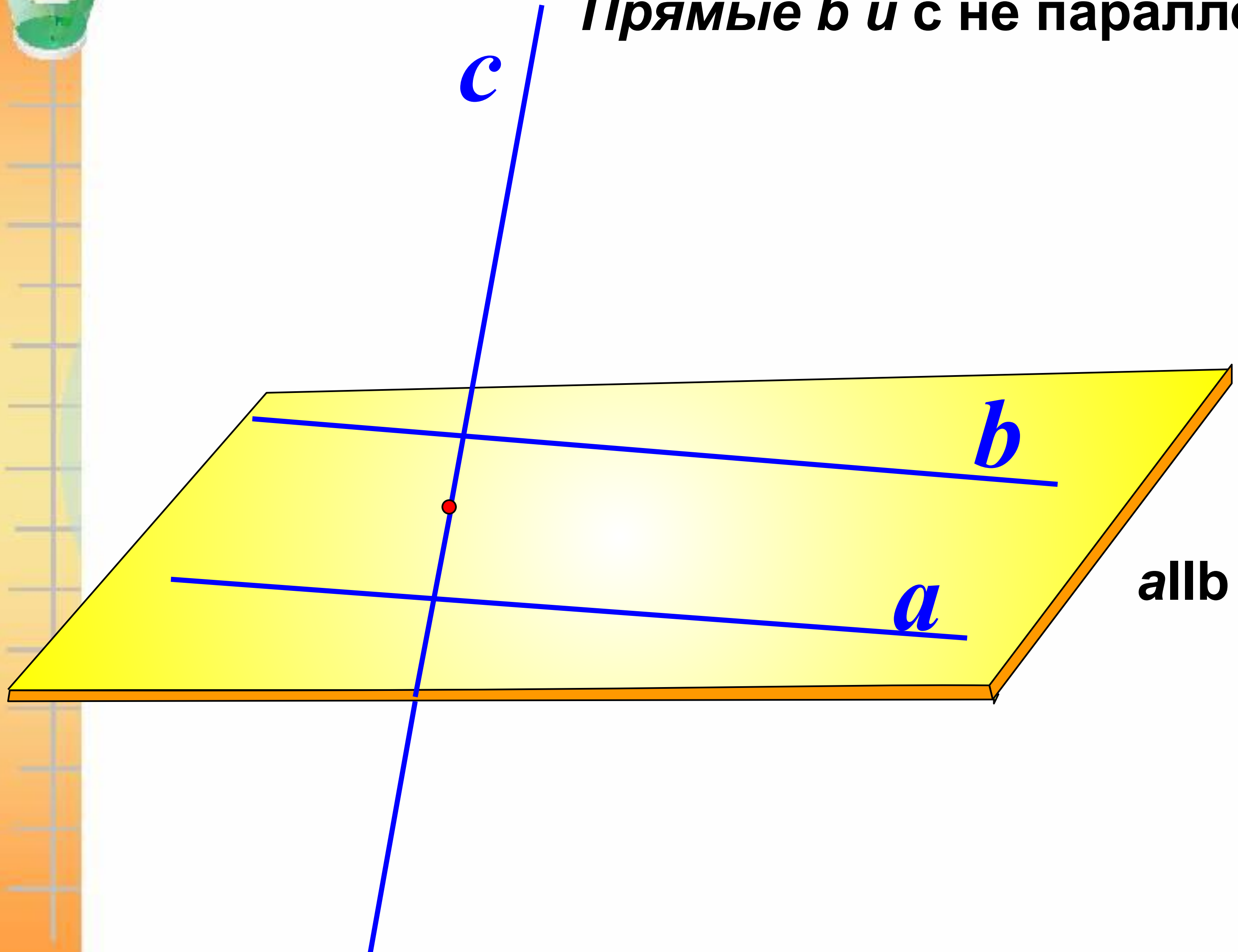
Определение

Две прямые в пространстве называются параллельными, если
1) они лежат в одной плоскости и
2) не пересекаются



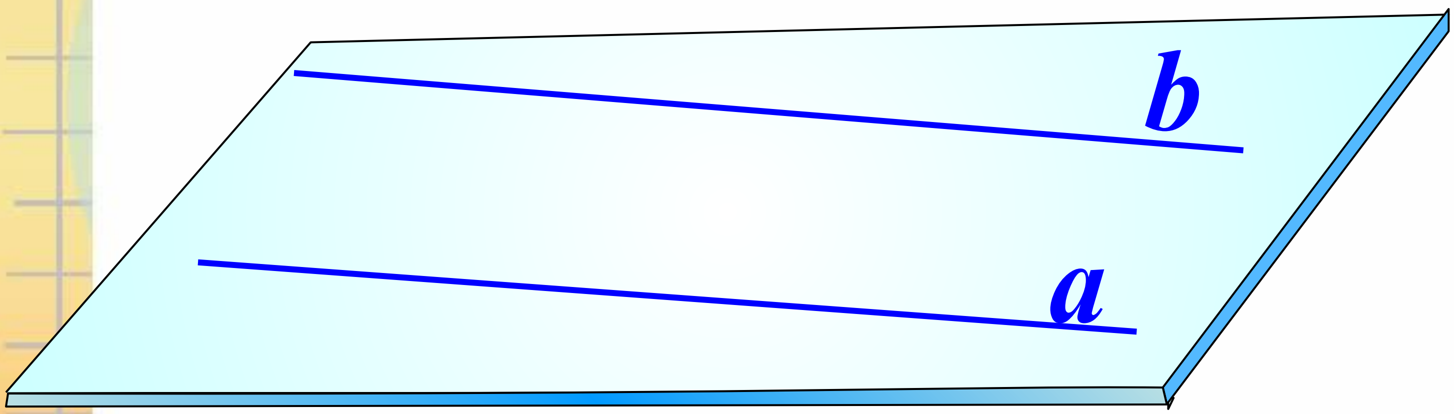
Прямые *а и* с не параллельны

Прямые *b и* с не параллельны



allb

Две параллельные прямые определяют плоскость. (определение параллельных прямых)

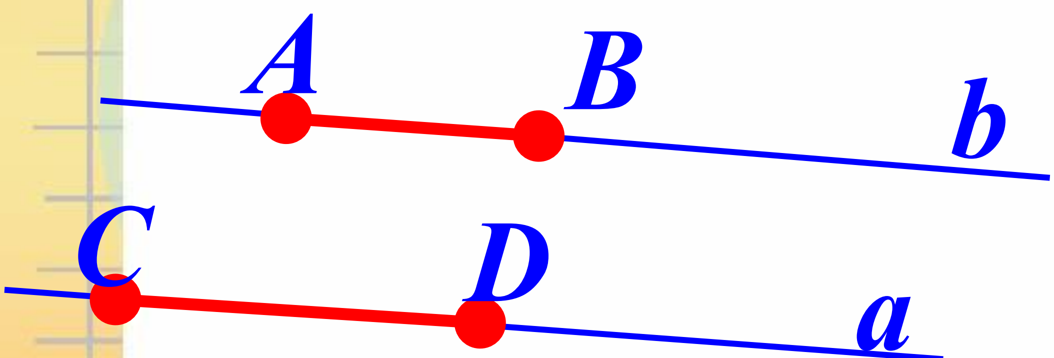


Показать (1)

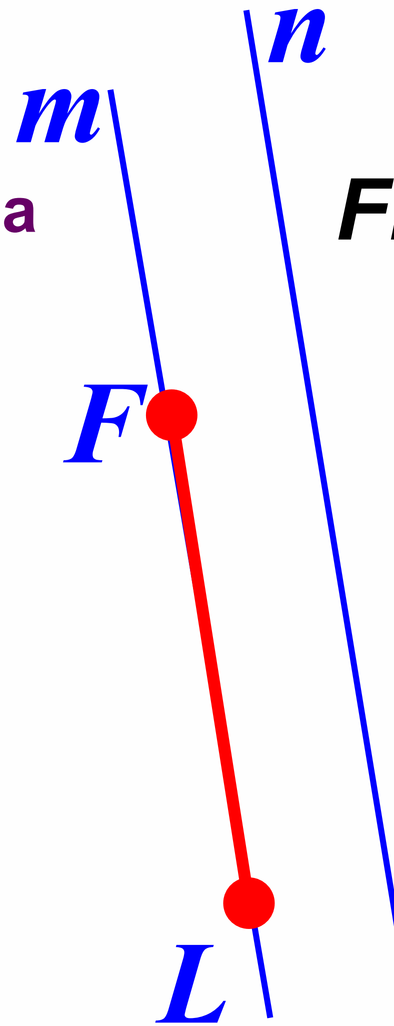
Определение

Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.

AB **II CD**



Отрезки ***AB и CD*** параллельны

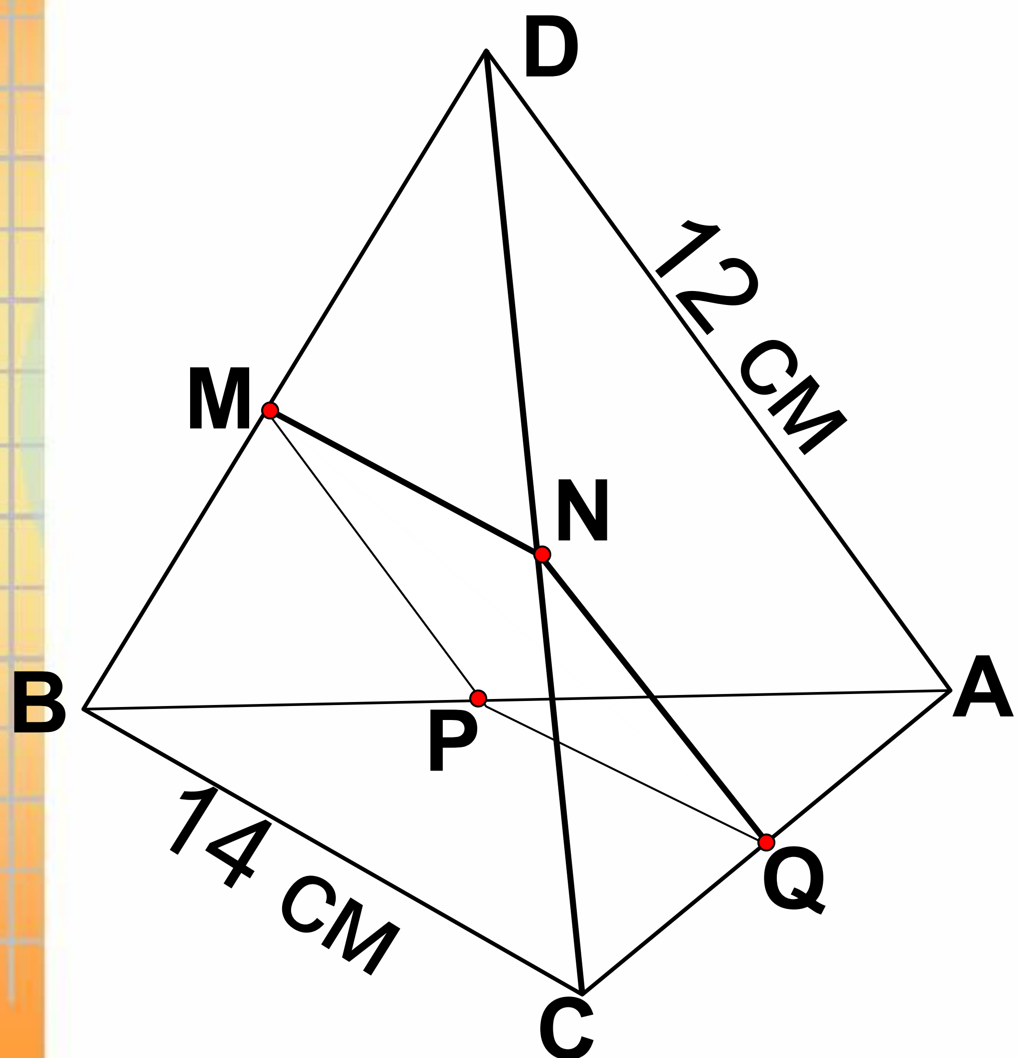


FL **II *n***

Отрезок ***FL*** параллелен прямой ***n***

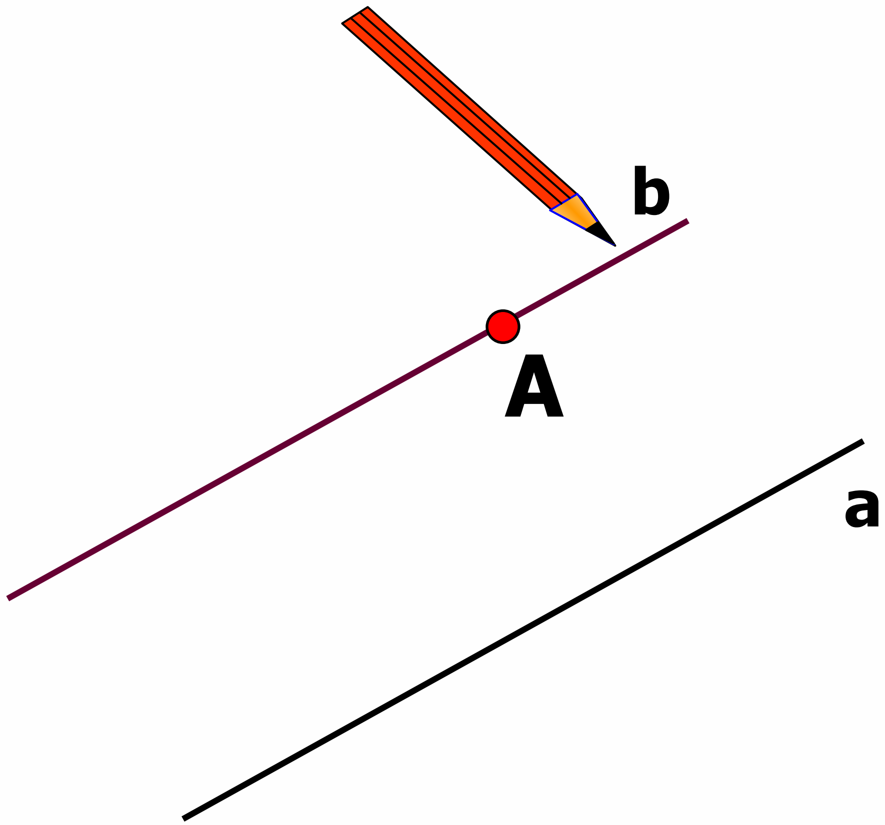
Точки M, N, P и Q – середины отрезков BD, CD, AB и AC.

P_{MNQP} - ?



Повторим. ПЛАНИМЕТРИЯ. Аксиома параллельности.

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.



Аксиома параллельности поможет доказать теорему о параллельных прямых

Теорема

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

Теорема

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

Доказательство

Рассмотрим прямую a и точку M, не лежащую на этой прямой (рис. 11). Через прямую a и точку M проходит плоскость, и притом только одна (п. 3). Обозначим эту плоскость буквой α. Прямая, проходящая через точку M параллельно прямой a, должна лежать в одной плоскости с точкой M и прямой a, т. е. должна лежать в плоскости α. Но в плоскости α, как известно из курса планиметрии, через точку M проходит прямая, параллельная прямой a, и притом только одна. На рисунке 11 эта прямая обозначена буквой b. Итак, b — единственная прямая, проходящая через точку M параллельно прямой a. Теорема доказана.

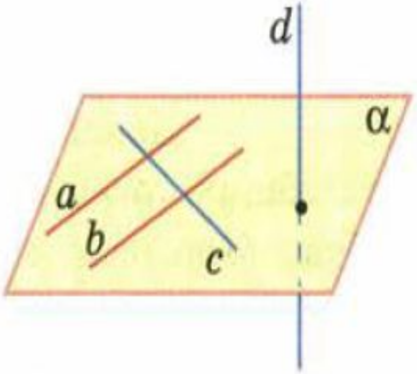
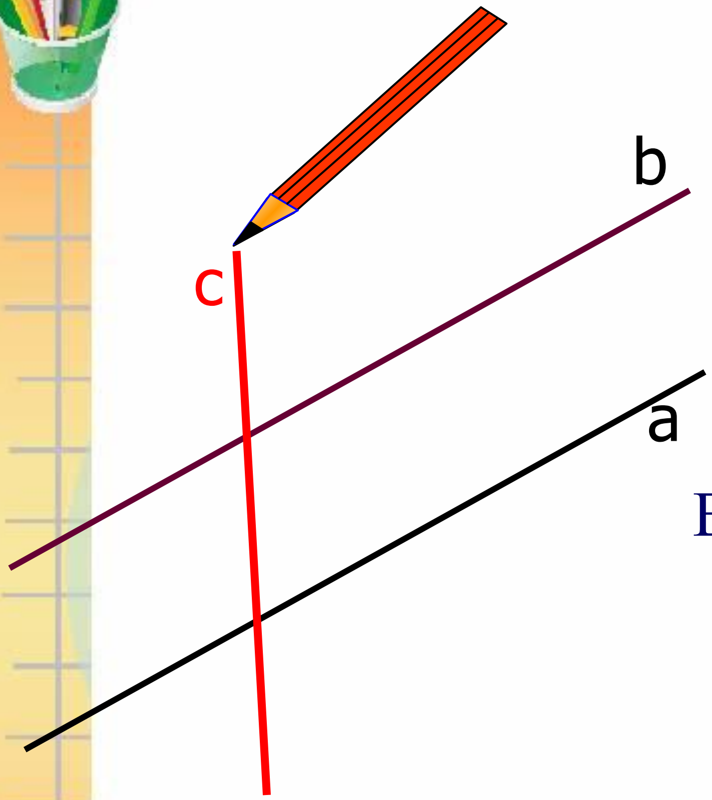


Рис. 10

Повторим. Следствие из аксиомы параллельности.

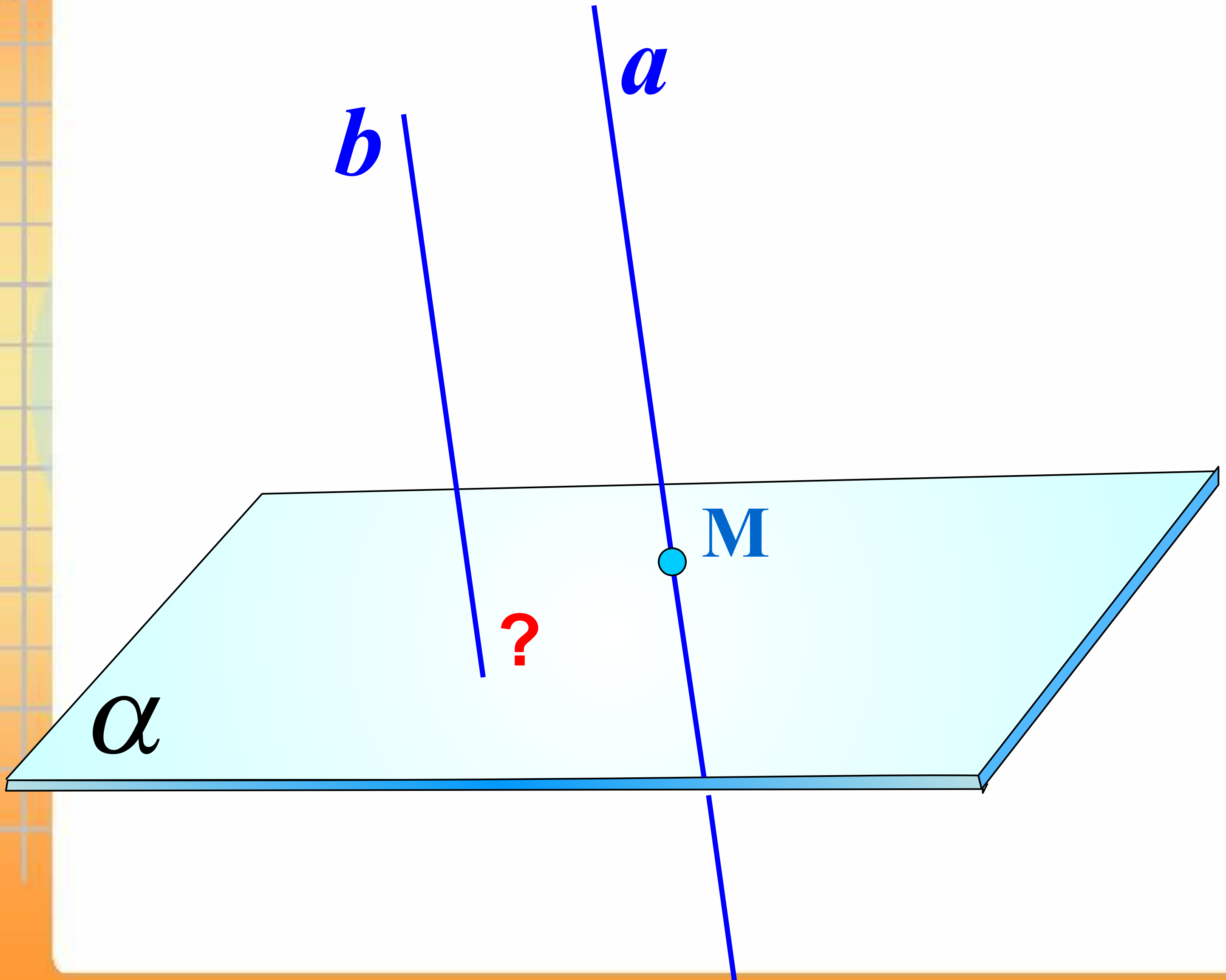


Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

$a \parallel b,\ c \cap b \Rightarrow c \cap a$

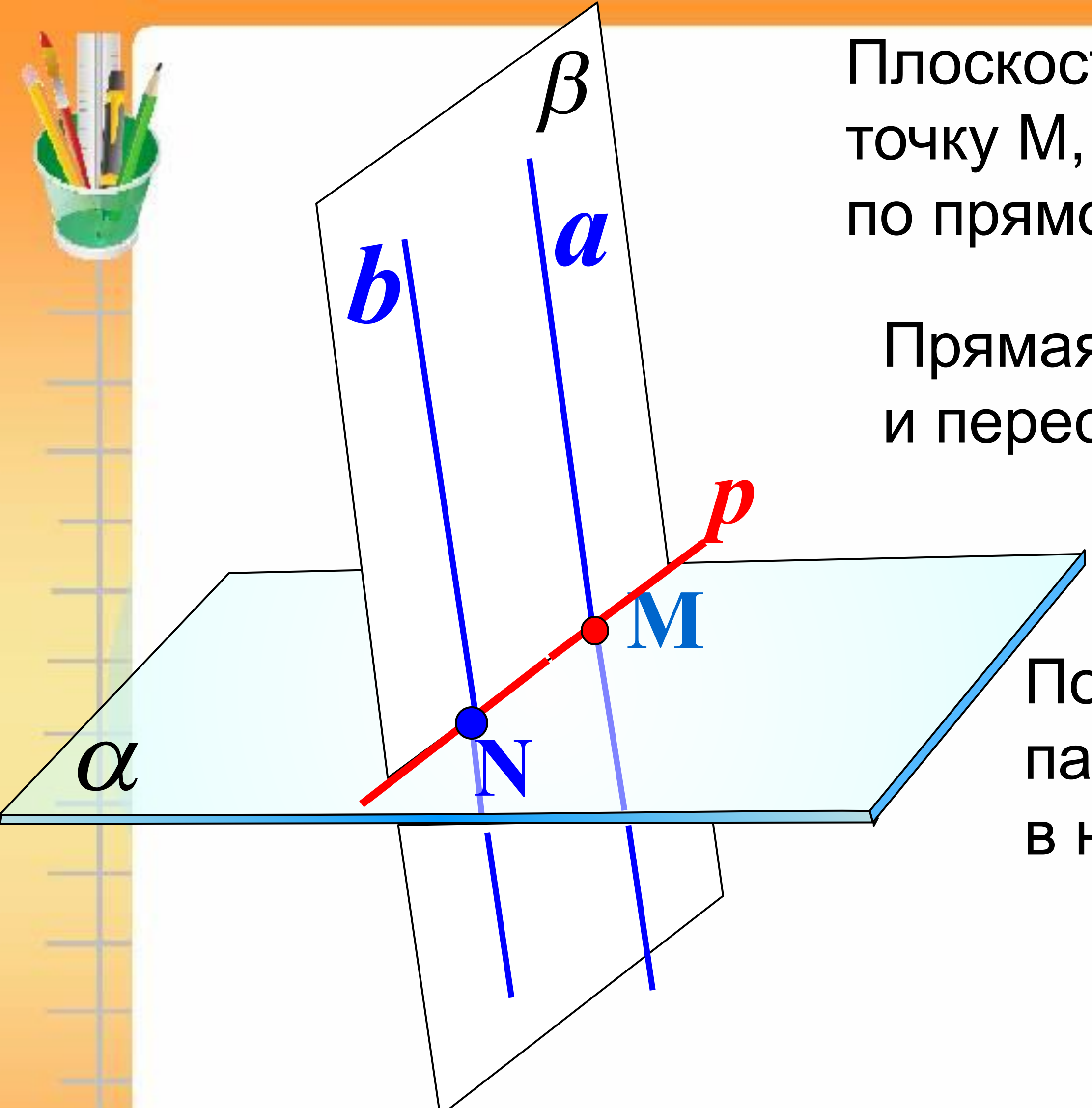
Это следствие из аксиомы параллельности поможет доказать лемму о параллельных прямых

Лемма Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает данную плоскость.



Плоскости α и β имеют общую точку М, значит они пересекаются по прямой ($А_3$)

Прямая р лежит в плоскости β и пересекает прямую а в т. М.

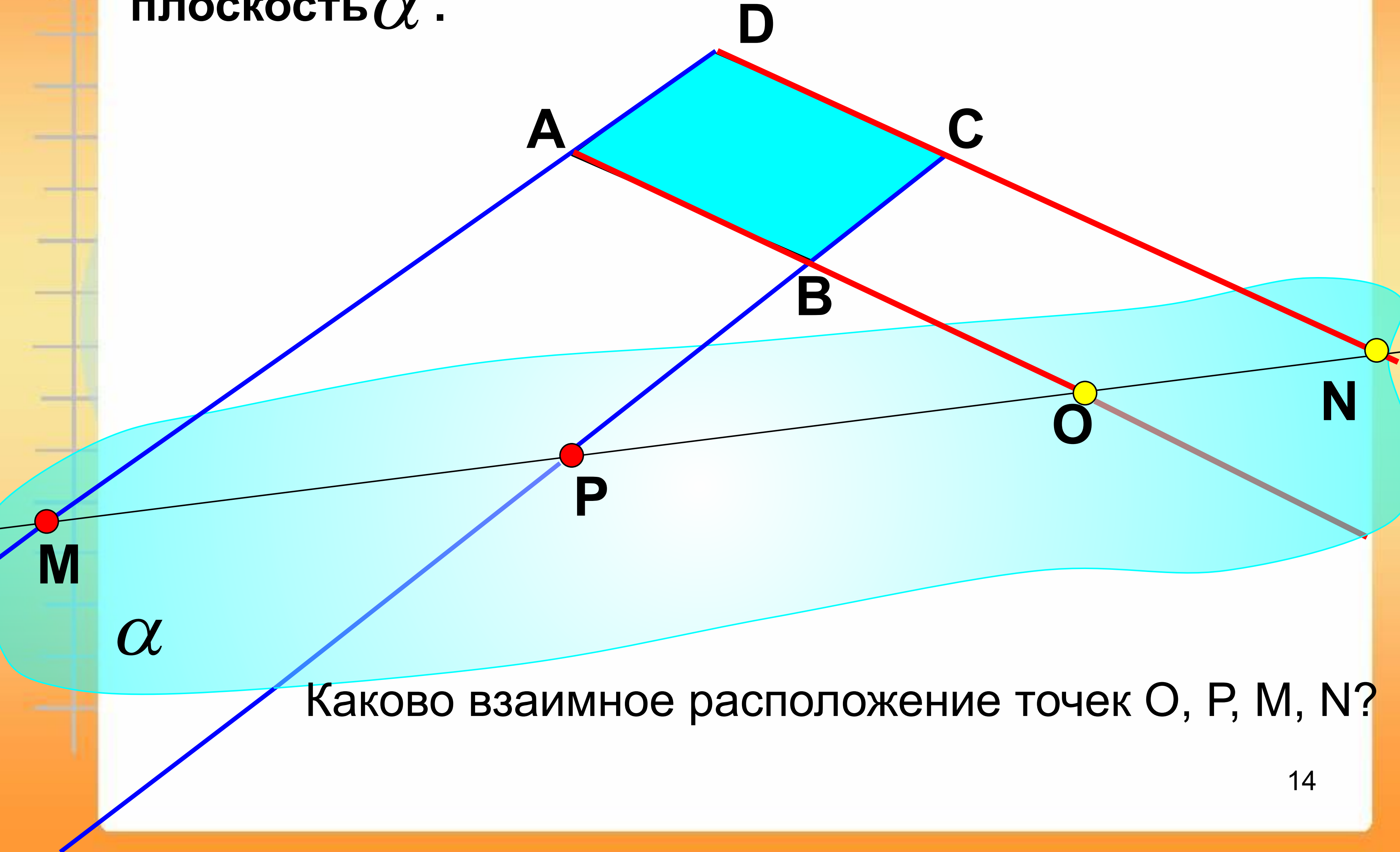


Поэтому она пересекает и параллельную ей прямую b в некоторой точке N.

Прямая р лежит также в плоскости α, поэтому N – точка плоскости α.

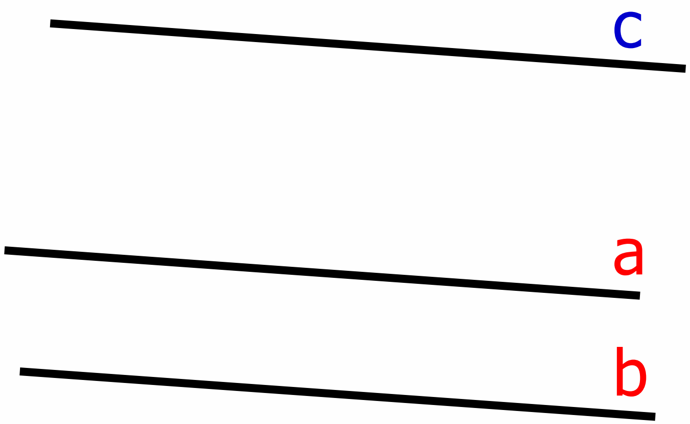
Значит, N – общая точка прямой b и плоскости α.

Прямые, содержащие стороны AB и BC параллелограмма ABCD пересекают плоскость α . Докажите, что прямые AD и DC также пересекают плоскость α .



Каково взаимное расположение точек O, P, M, N?

Повторим. Следствие из аксиомы параллельности.



Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

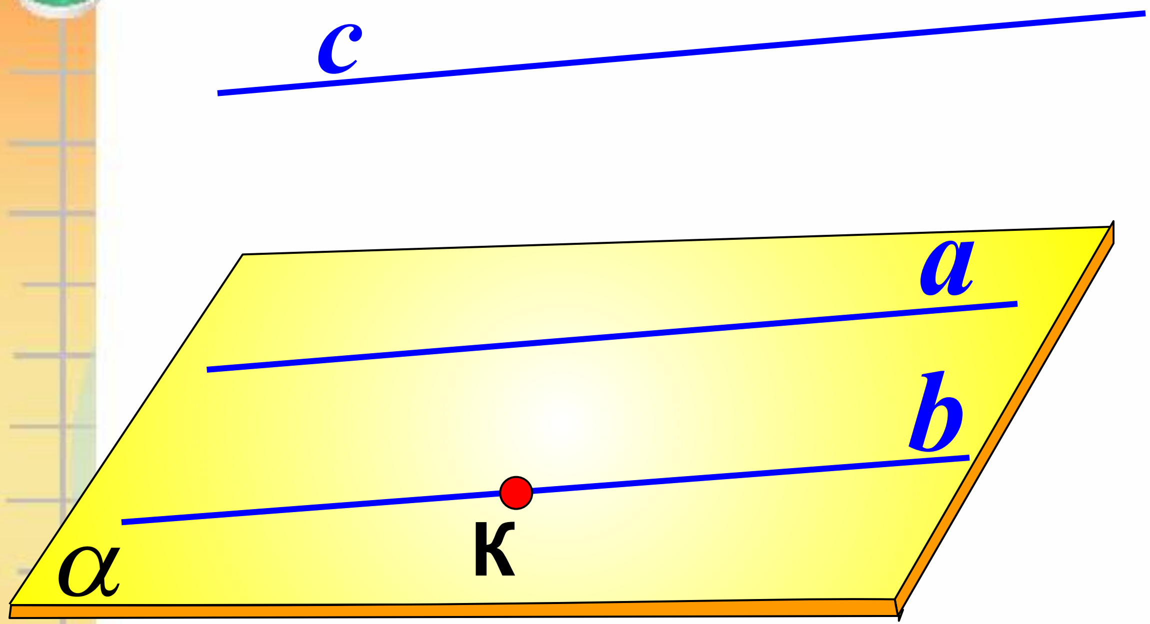
$a \parallel c,\ b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$

Аналогичное утверждение имеет место и для трех прямых в пространстве.

Теорема Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

a||c, b||c

Докажем, что a||b



Докажем, что **a** и **b**

1) Лежат в одной плоскости
2) не пересекаются

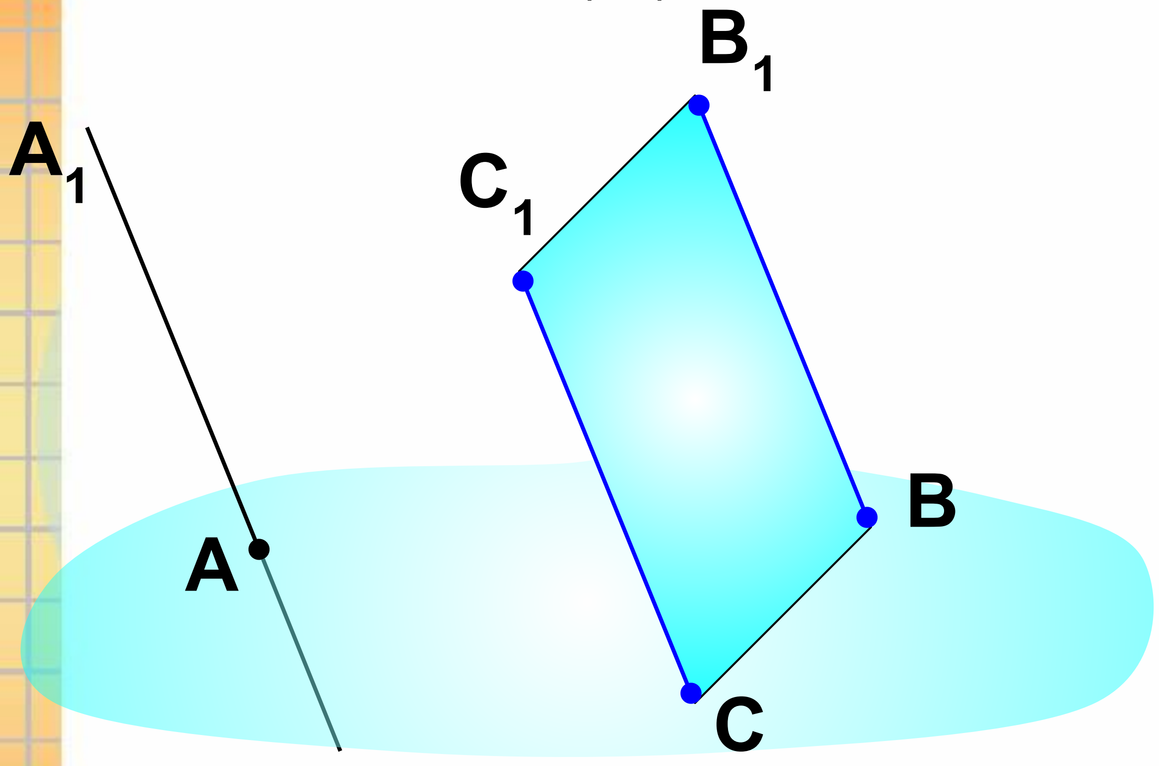
1) Точка К и прямая **a** определяют плоскость.

Докажем, что прямая ***b*** лежит в этой плоскости. Допустим, что прямая ***b*** пересекает плоскость α. Тогда по лемме ***c*** также пересекает α. По лемме и ***a*** также пересекает α . Это невозможно, т.к. ***a*** лежит в плоскости α

2) Используя метод от противного объясните почему прямые a и b не пересекаются.

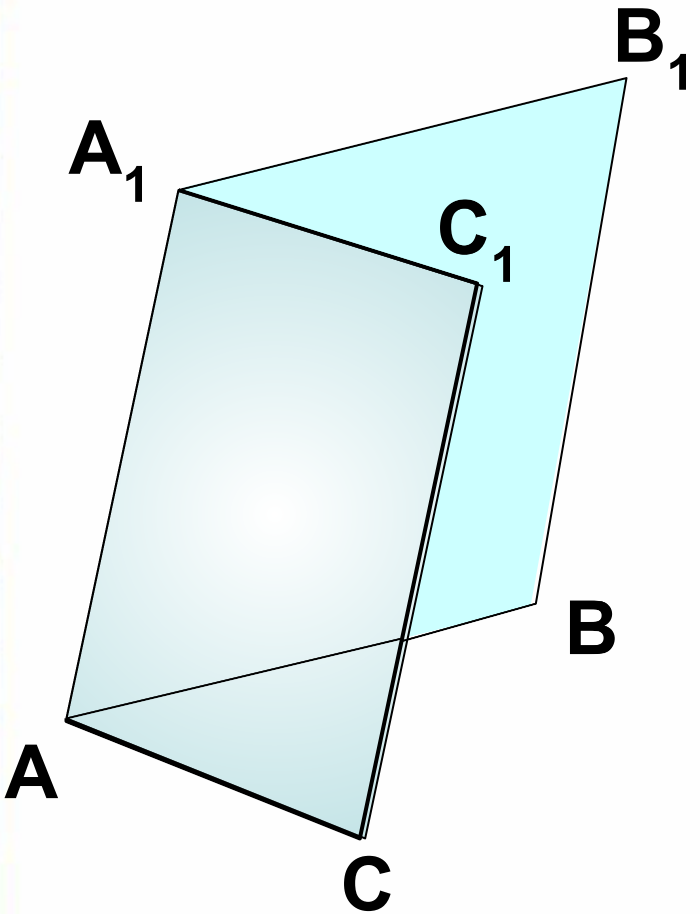
Дано: $AA_1 \parallel CC_1$, $AA_1 \parallel BB_1$, $BB_1 = CC_1$

Доказать, что $B_1C_1 = BC$



Дано: $A_1C_1 = AC$, $A_1C_1 \parallel AC$, $A_1B_1 = AB$, $A_1B_1 \parallel AB$

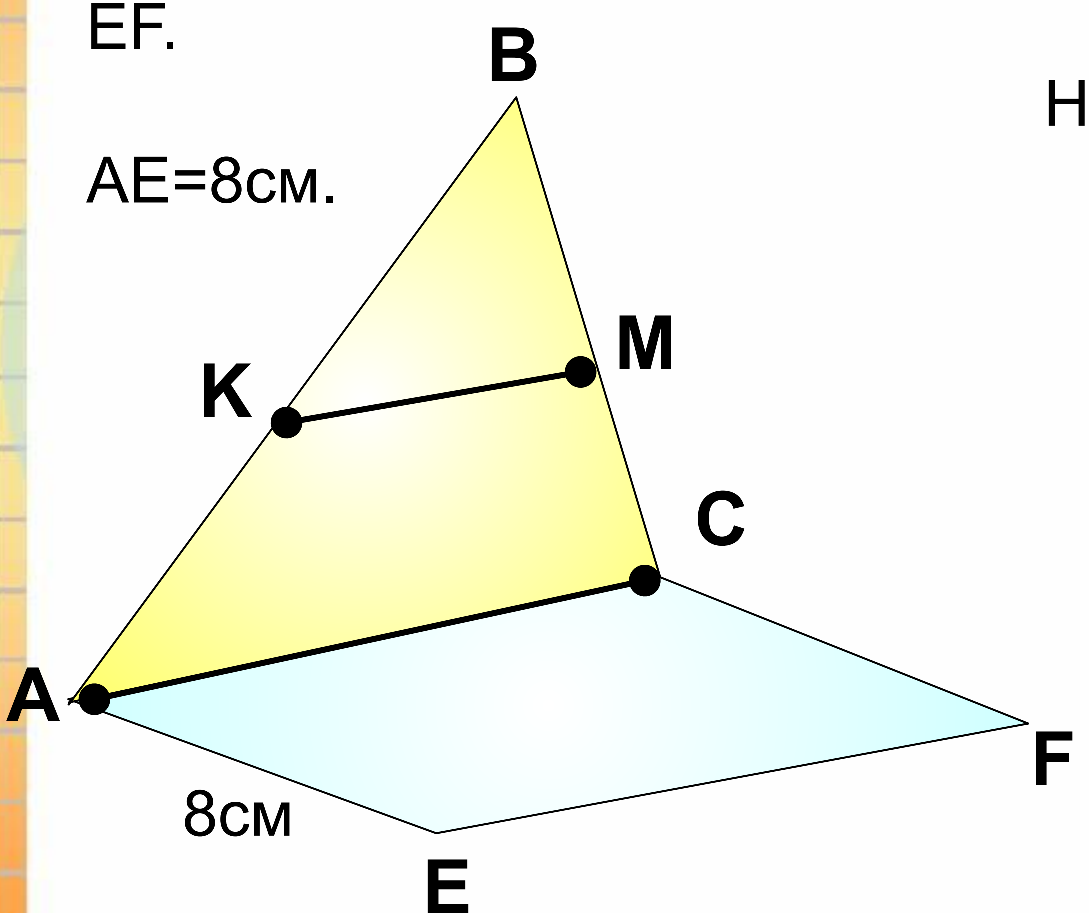
Доказать, что $CC_1 = BB_1$



Проверка

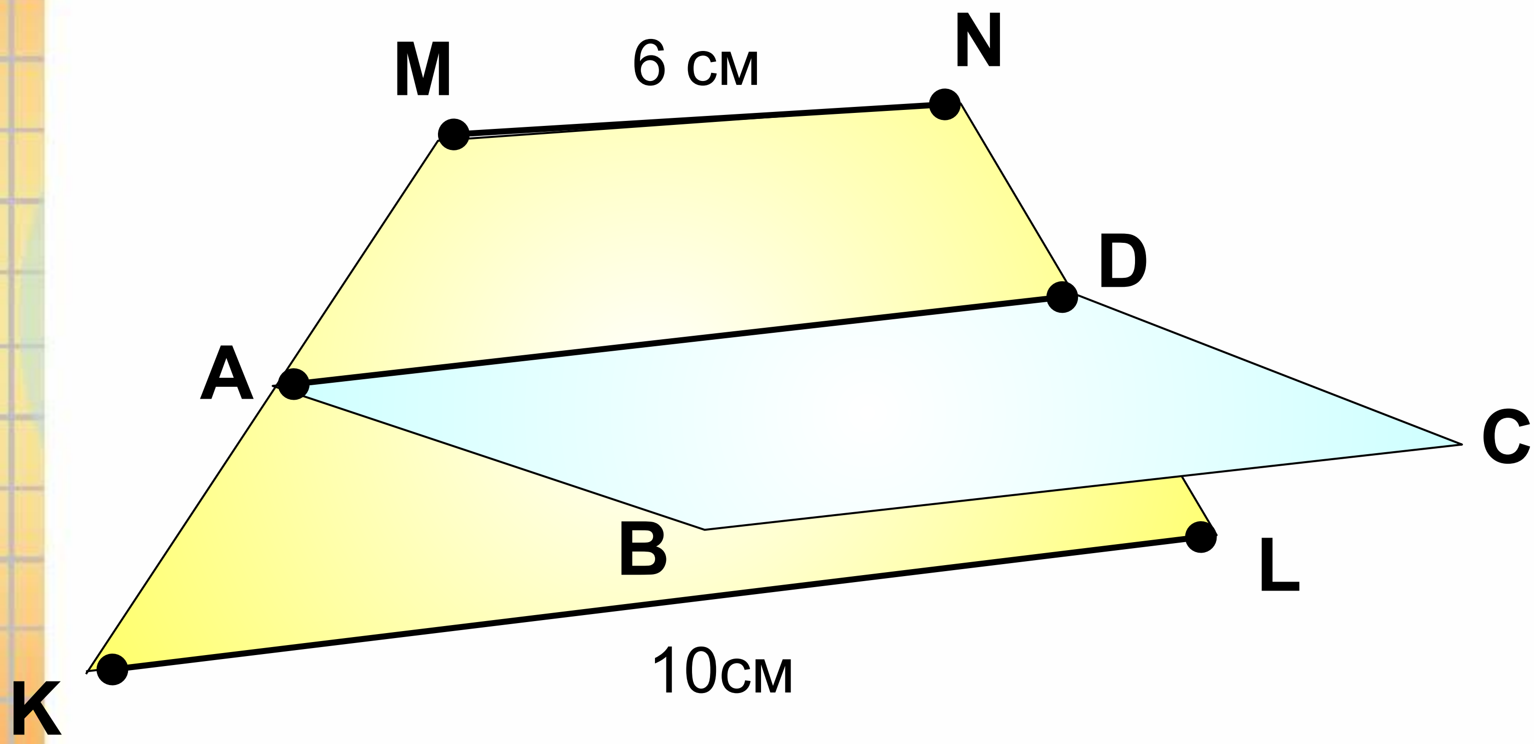
Треугольник АВС и квадрат АЕFC не лежат в одной плоскости. Точки К и М – середины отрезков АВ и ВС соответственно. Докажите, что КМ II EF.

Найдите КМ, если АЕ=8см.



Квадрат ABCD и трапеция KMNL не лежат в одной плоскости. Точки A и D – середины отрезков KM и NL соответственно. Докажите, что KL II BC.

Найдите BC, если KL=10см, MN= 6 см.



Отрезок AB не пересекается с плоскостью α. Через концы отрезка AB и его середину (точку M) проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1. а) Докажите, что точки A_1, B_1 и M_1 лежат на одной прямой. б) Найдите AA_1, если BB_1 = 12см, MM_1=8см.