

Лекция №1(ОКОНЧАНИЕ)

МАТРИЦЫ

И

ДЕЙСТВИЯ С МАТРИЦАМИ

Летучка

(ПИШЕМ **ТОЛЬКО ОТВЕТЫ** НА ВОПРОСЫ!)

1) Матрица –

это...

2) Размерность матрицы –

это...

3) Диагонали квадратной матрицы

называются ...

4) Единичная матрица имеет вид:

...

5) Приведите пример матрицы-строки:

...

Летучка(ОТВЕТЫ)

1) Матрица – это прямоугольная таблица чисел.

2) Размерность матрицы – это число строк и столбцов в ней.

3) Диагонали квадратной матрицы называются
главная и побочная

4) Единичная матрица имеет вид:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

5) Приведите пример матрицы-строки :

$$A_{1 \times 3} = (0 \quad 1 \quad -1)$$

Арифметические операции над матрицами

1. Операция сравнения двух матриц.
2. Операция сложения и вычитания двух матриц.
3. Операция умножения матрицы на число.
4. Операция умножения двух матриц.
5. Операция транспонирования матрицы.
6. Операция возведения в степень матрицы.

Операция вычитания двух матриц

Операция вычитания равносильна комбинации двух операций:

1) умножения на (-1) матрицы B

2) сложения матрицы A с полученной - B.

$$A_{m \times n} - B_{m \times n} = A_{m \times n} + (-1) \cdot B_{m \times n} = C_{m \times n} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -5 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-6 & 5-2 \\ -2-5 & 3+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$$

4. Операция умножения двух матриц

матриц

Произведение двух матриц можно найти только для матриц, **согласованных** по размерности:

$$A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

У согласованных матриц **число столбцов первого сомножителя совпадает с числом строк второго сомножителя.**

Размерность матрицы, полученной в результате умножения, равна:

число строк - числу строк первого сомножителя;

число столбцов - числу столбцов второго сомножителя.

Правило умножения двух матриц

«Строка на столбец»:

$$c_{ij} = (a_{i1} \quad a_{i2} \quad \dots \quad a_{in}) \cdot \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} =$$
$$= a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{in} \cdot b_{nj}$$

Пример умножения двух матриц $A \cdot B$

Матрица A умножается на B слева;

или

матрица B умножается на A справа.

$$A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad B_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 6 & 5 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A_{3 \times 3} \cdot B_{3 \times 2} = C_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 7 + 0 \cdot 6 + (-1) \cdot 8 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot 5 + (-1) \cdot 9 \\ 4 \cdot 7 + (-5) \cdot 6 + 3 \cdot 8 & 4 \cdot 0 + (-5) \cdot 5 + 3 \cdot 9 \\ 0 \cdot 7 + 1 \cdot 6 + (-4) \cdot 8 & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 5 + (-4) \cdot 9 \end{pmatrix}$$

Можно ли найти произведение матриц $B \cdot A$?

Произведение матриц зависит от порядка сомножителей:

1. Если размерности матриц согласованы для вычисления $A \cdot B$, необязательно будут согласованы размерности для вычисления $B \cdot A$
2. Если размерности согласованы для обоих случаев, то результат может получиться разный:

$$A \cdot B \neq B \cdot A$$

В произведении матриц нельзя переставлять местами сомножители!!!

5. Операция транспонирования матрицы

Операция транспонирования состоит в замене строк исходной матрицы на столбцы:

$$B_{m \times n}^T = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & \dots & b_{m1} \\ b_{12} & b_{22} & \dots & b_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{1n} & b_{2n} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

6. Операция возведения в степень

$$A_{m \times m}^n = \underbrace{A \cdot A \cdot A \cdot \dots \cdot A \cdot A}_n$$

Умножаем n раз

В степень можно возводить
только квадратные матрицы.
(Почему?)
)