

Тема урока: «Исследование функций»



ЭПИГРАФ К УРОКУ:

«НАЧИНАТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ МОЖНО ПО-РАЗНОМУ... Все равно начало почти всегда оказывается весьма несовершенной, нередко безуспешной попыткой. *ЕСТЬ ИСТИНЫ*, как страны, *НАИБОЛЕЕ УДОБНЫЙ ПУТЬ К КОТОРЫМ СТАНОВИТСЯ ИЗВЕСТНЫМ ЛИШЬ ПОСЛЕ ТОГО, КАК МЫ ИСПРОБУЕМ ВСЕ ПУТИ*. Кому-то приходится, рискуя собой, сходить с проторенной дороги, чтобы указать другим правильный путь... *НА ПУТИ К ИСТИНЕ МЫ ПОЧТИ ВСЕГДА ОБРЕЧЕНЫ СОВЕРШАТЬ ОШИБКИ*».

Дени Дидро



Вопросы:

1. Что называется числовой функцией?

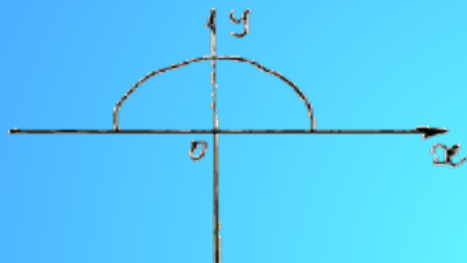
Числовой функцией с областью определения D называется соответствие, при котором каждому числу x из множества D сопоставляется по некоторому правилу число y , зависящее от x .

2. Что называется графиком функции?

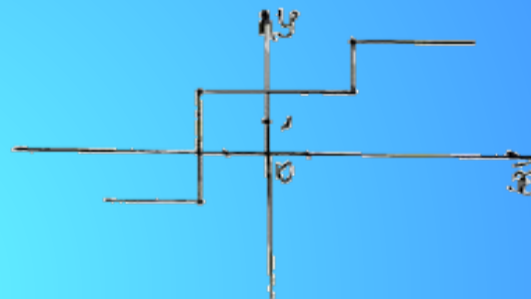
Графиком функции f называется множество всех точек $(x; y)$ координатной плоскости, где $y=f(x)$, а x «пробегаёт» всю область определения функции f .

3. Какие из линий, изображённых на рисунке являются графиками функций?

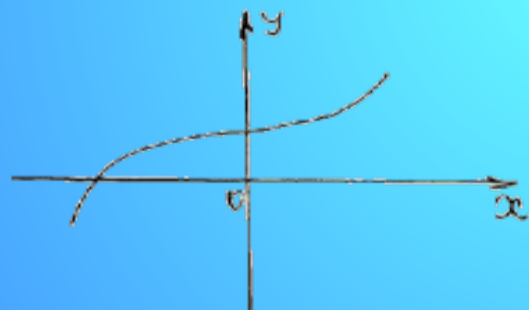
а)



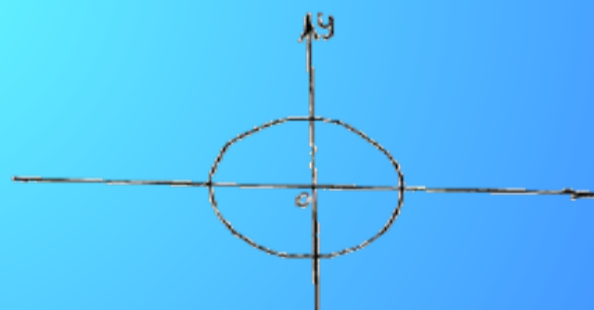
б)



в)



г)





1. Графиком функции $y = x^2$ является ...
2. Вертикальную координатную прямую на координатной плоскости называют осью...
3. Графиком функции $y = 1/x$ является ...
4. Зависимость, при которой каждому значению x ставится в соответствие единственное значение y называется ...
5. Множество всех точек $(x;y)$ координатной плоскости, где $y = f(x)$, а x «пробегаёт» всю область определения функции f .
6. Графиком функции $y = kx + b$ является ...
7. Горизонтальную координатную прямую на координатной плоскости называют осью...
8. Ось x и ось y называют осями ...

Ответы к тесту:

Вариант 1

- 1. Б
- 2. Б
- 3. А
- 4. Б
- 5. В

Вариант 2

- 1. А
- 2. Б
- 3. А
- 4. В
- 5. Б

Вариант 3

- 1. Б
- 2. Б
- 3. А
- 4. Б
- 5. В

Оценки:

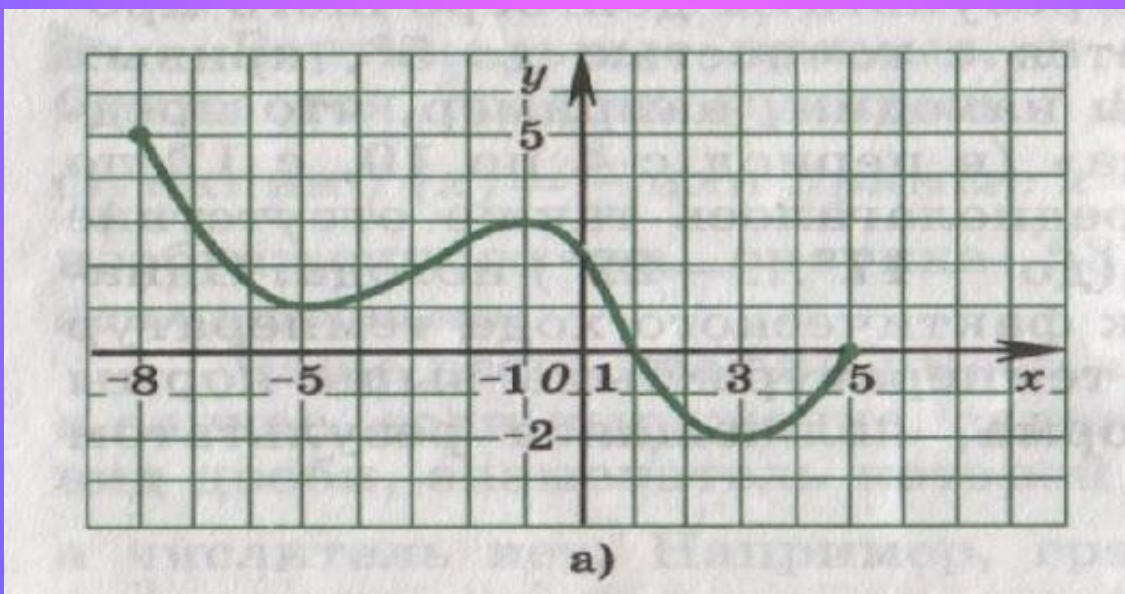
нет ошибок	«5»
1 ошибка	«4»
2 ошибки	«3»
3 и более	«2»

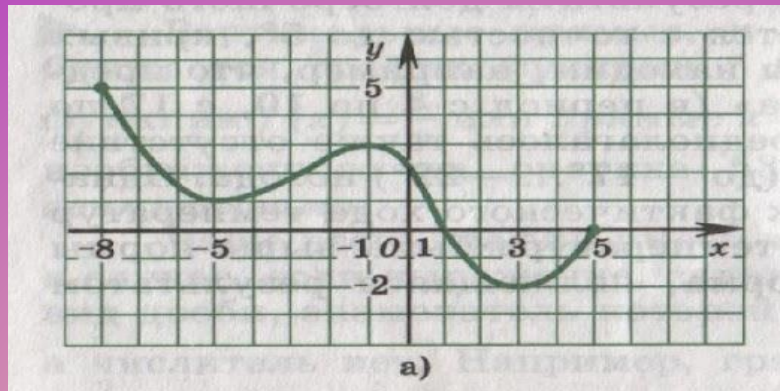
Схема исследования функций:

1. Найти область определения функции.
2. Определить чётность или нечётность функции, периодичность.
3. Найти координаты точек пересечения графика с осями координат.
 1. Найти промежутки знакопостоянства функции.
5. Определить промежутки возрастания или убывания функции.
6. Найти точки экстремума функции, вид экстремума (максимум или минимум) и значения функции в этих точках.
7. Найти область значений функции.
8. Построить график функции.

Задание 1.

Проведите по общей схеме исследование функции, заданной графиком.





1. Область определения функции $D(y) = [-8; 5]$.
2. Функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.
3. Пересечение с осью OX : $(1; 0)$, $(5; 0)$.
с осью OY : $(0; 2)$.

1. Промежутки знакопостоянства:
 $f(x) > 0$, при x принадлежащем промежутку $[-8; 1)$.
 $f(x) < 0$, при x принадлежащем промежутку $(1; 5]$.

5. Функция возрастает на промежутке $[-5; -1] \cup [3; 5]$.
Функция убывает на промежутке $[-8; -5] \cup [-1; 3]$.

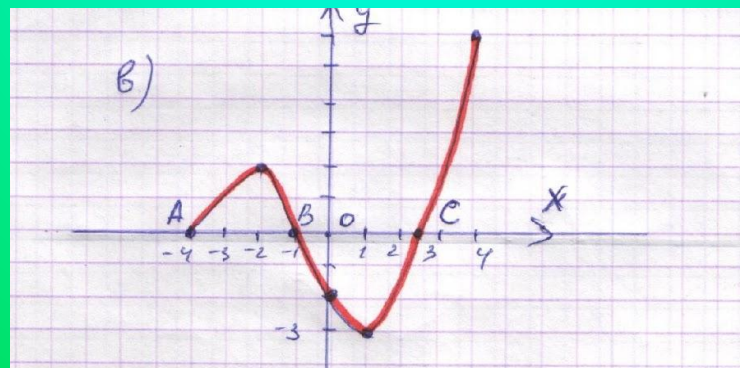
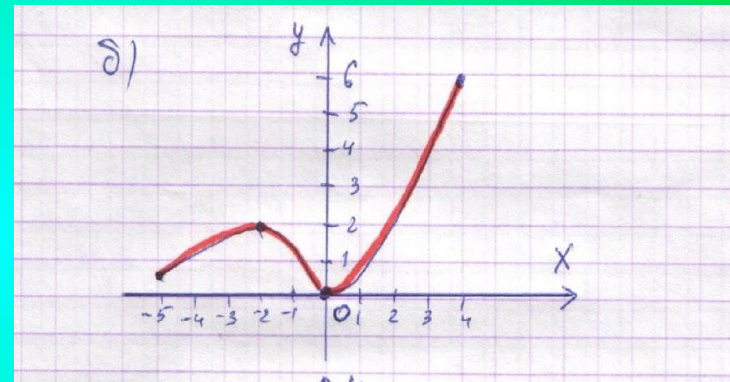
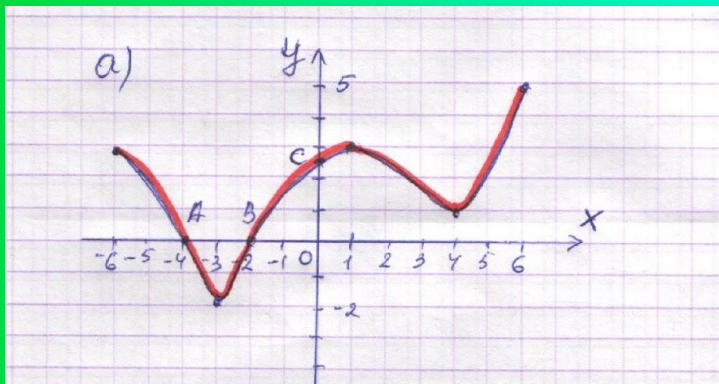
6. Точки экстремума: $x_{\max} = -1, y_{\max} = 3, x_{\min} = -5, y_{\min} = 1,$
 $x_{\min} = 3, y_{\min} = -2.$

7. Область значений $E(y) = [-2; 5]$.

Задание 2.

Постройте график функции f , если известны её свойства.

Стр. 55, № 91(а, б, в)



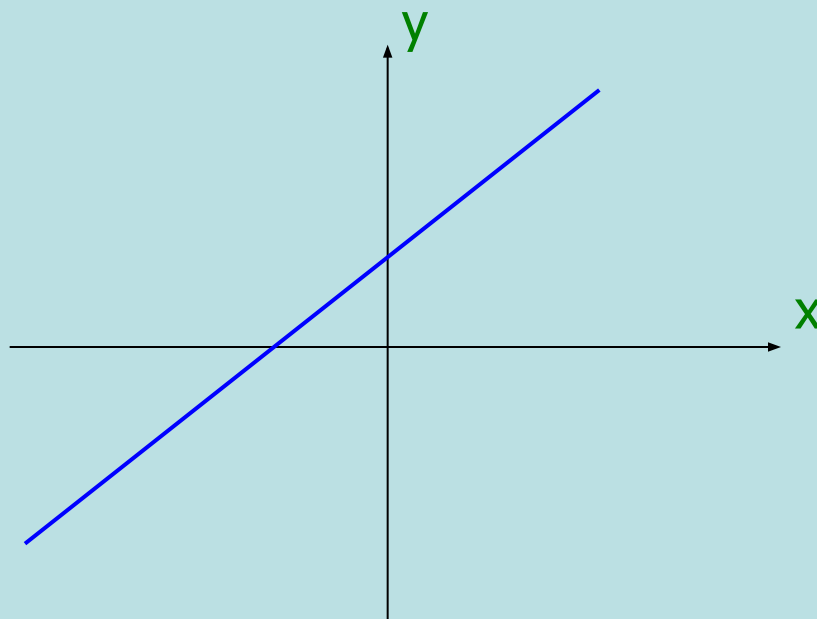
Защита проектов
по теме:

«Построение функций по
общей схеме исследования»



Задание группы 1. Построить график функции $f(x) = 2x - 6$, используя схему исследования.

Гипотеза. Графиком данной функции является прямая.

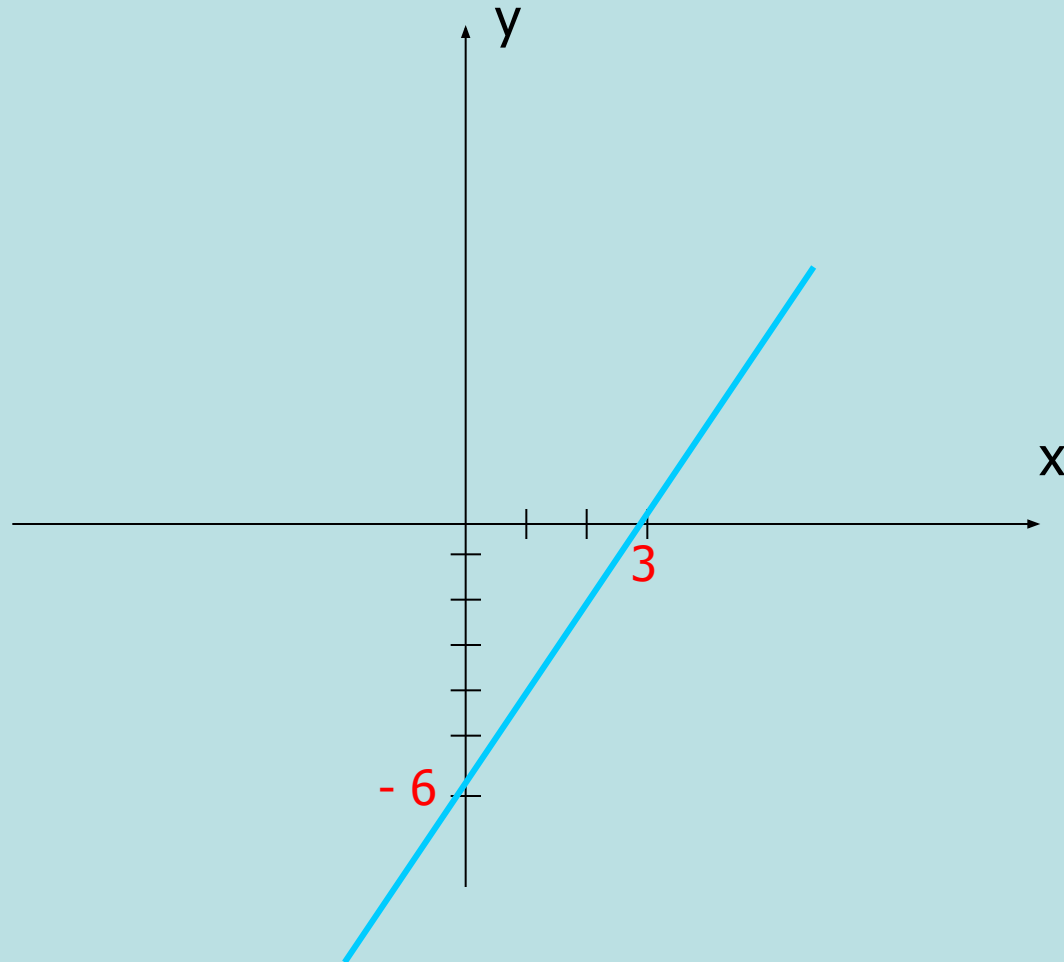


Проверим гипотезу, проведя исследование функции по общей схеме исследования.

Исследование функции $f(x) = 2x - 6$.

1. Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. $f(-x) = 2(-x) - 6 = -2x - 6 = -(2x + 6)$ – функция ни чётная, ни нечётная. Функция не периодическая.
3. Пересечение с осью:
 - а) с осью OX , $y = 0$.
$$2x - 6 = 0,$$
$$2x = 6,$$
$$x = 3$$
$$(3; 0).$$
 - б) с осью OY , $x = 0$.
$$2 \cdot 0 - 6 = y,$$
$$0 - 6 = y,$$
$$y = -6.$$
$$(0; -6).$$
4. Промежутки знакопостоянства:
$$f(x) > 0, \quad 2x - 6 > 0, \quad 2x > 6, \quad x > 3. \quad (3; +\infty).$$
$$f(x) < 0, \quad 2x - 6 < 0, \quad 2x < 6, \quad x < 3. \quad (-\infty; 3).$$
5. Функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, т. к. $k = 2$, $k > 0$.
6. Точек экстремума нет.
7. Область значений $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

Построим график функции $f(x) = 2x - 6$.



Вывод. Гипотеза подтвердилась.

Графиком данной функции является прямая.

Задание группы 2.

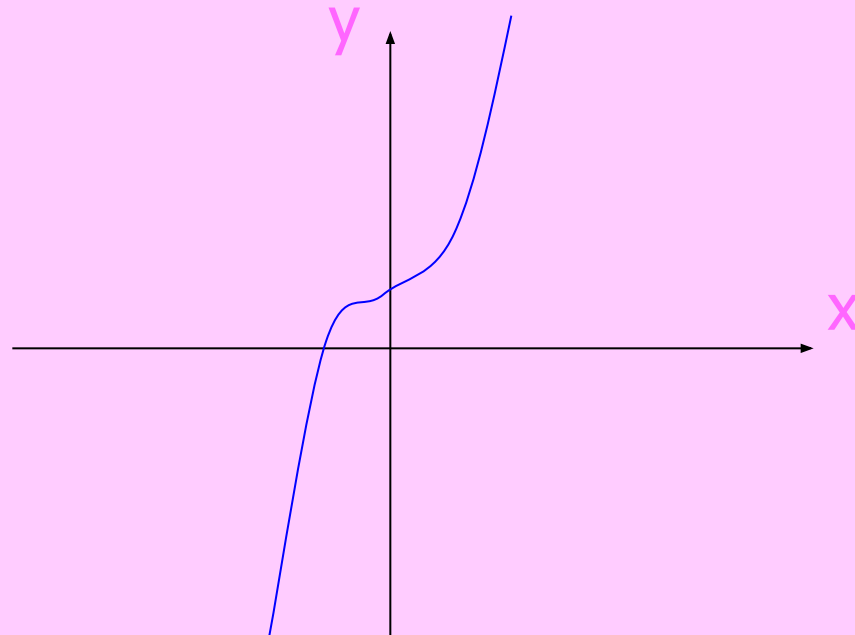
Построить график функции $f(x) = x^3 - 1$,
используя схему исследования.

Выдвигаем гипотезу:

Графиком функции $y = x^3 - 1$ является

кубическая парабола.

Построим схематический график.



Исследуем функцию $y = x^3 - 1$

1. Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = (-x)^3 - 1 = -x^3 - 1 = -(x^3 + 1)$ – функция ни чётная, ни нечетная. Функция не периодическая.

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

$$x^3 - 1 = 0,$$

$$x^3 = 1,$$

$$x = 1.$$

$$(1; 0).$$

б) с осью OY , $x = 0$.

$$y = 0^3 - 1,$$

$$y = -1.$$

$$(0; -1).$$

4. Промежутки знакопостоянства:

$$f(x) > 0, \quad x^3 - 1 > 0, \quad x^3 > 1, \quad x > 1. \quad (1; +\infty).$$

$$f(x) < 0, \quad x^3 - 1 < 0, \quad x^3 < 1, \quad x < 1. \quad (-\infty; 1).$$

5. $x_2 = 1, x_1 = 0.$

$$f(x_2) = f(1) = 1^3 - 1 = 0.$$

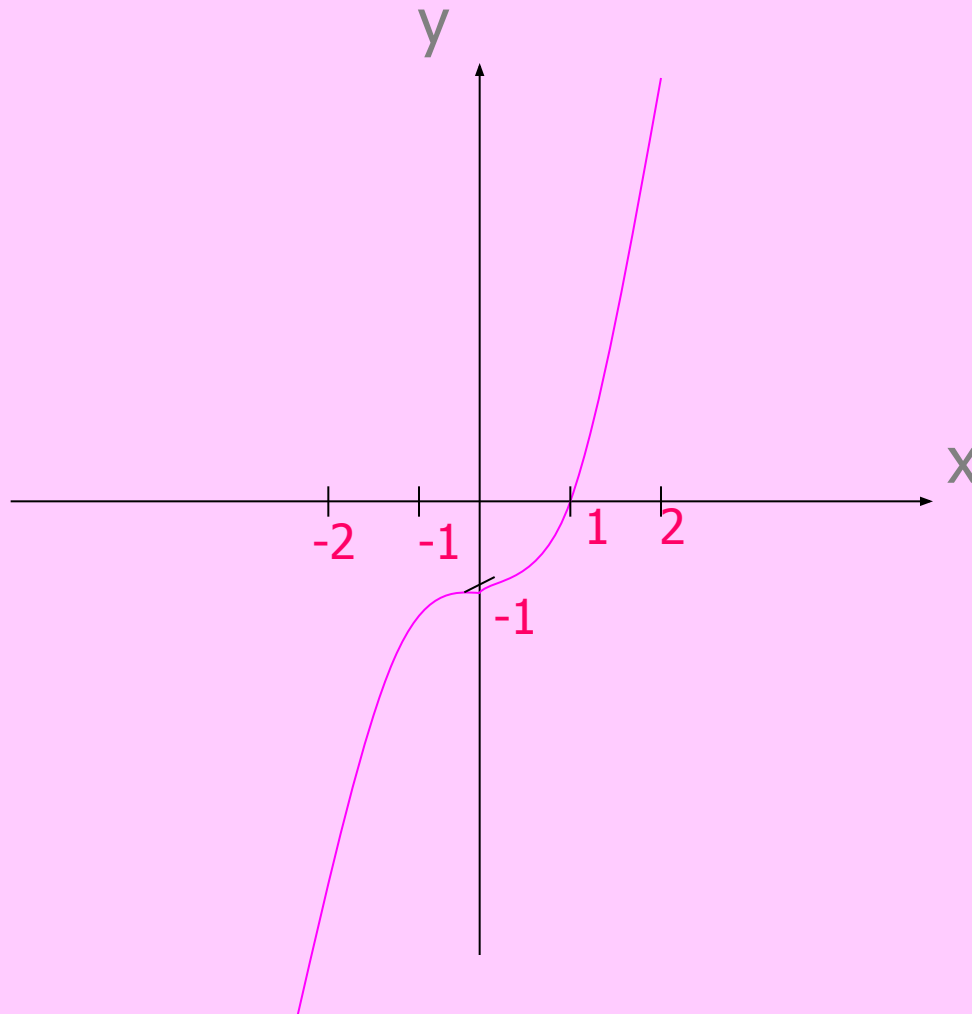
$$f(x_1) = f(0) = 0^3 - 1 = -1.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) > f(x_1)$ – функция возрастает.

6. Точек экстремума нет, т. к. функция возрастает на всей области определения.

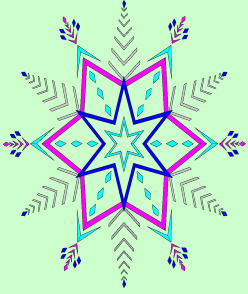
7. Область значений $E(y) = (-\infty; +\infty).$

Используя схему исследования функции $y = x^3 - 1$ строим её график.



Сделаем вывод.

Графиком функции $y = x^3 - 1$ является кубическая парабола, опущенная на 1 единицу вниз.



Задание группы 3.

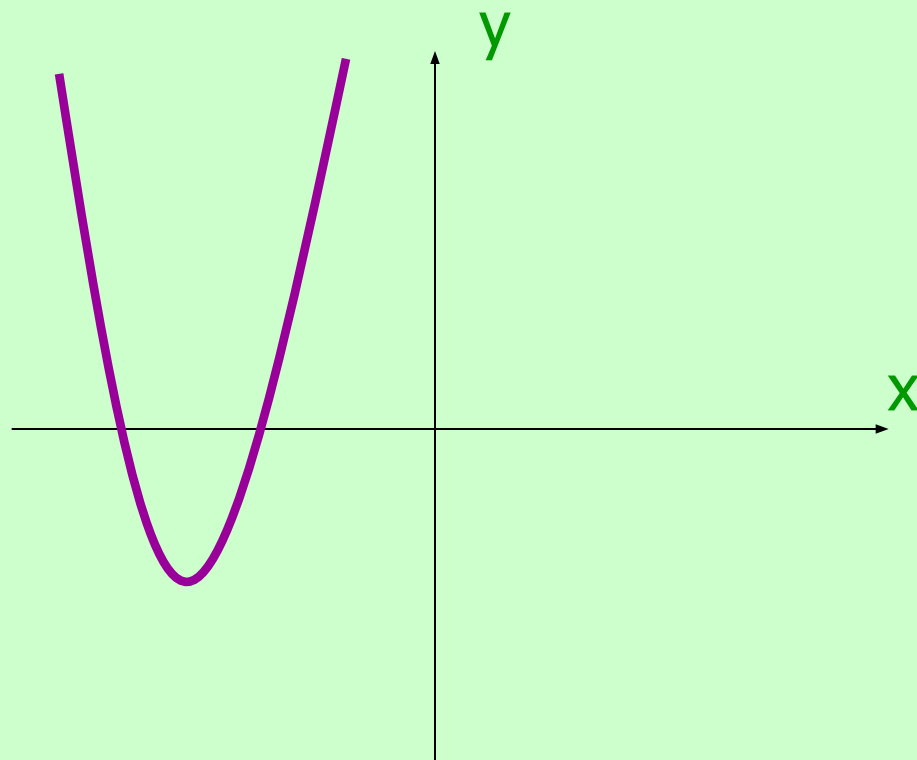
Построить график функции $f(x) = x^2 - 4x$,
используя схему исследования.

Гипотеза

**Графиком функции $y = x^2 - 4x$
является парабола.**



Предположили, что график проходит так:



Исследуем функцию $y = x^2 - 4x$

1. Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. $f(-x) = (-x)^2 - 4(-x) = x^2 + 4x = -(-x^2 - 4x)$ – функция ни чётная, ни нечётная. Функция не периодическая.

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

$$x^2 - 4x = 0,$$

$$x(x - 4) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x - 4 = 0$$

$$x = 4.$$

$(0; 0)$. $(4; 0)$.

б) с осью OY , $x = 0$.

$$y = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0,$$

$$y = 0.$$

$(0; 0)$

Найдём вершину параболы: $x = 4 : 2 = 2$;

$$y = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4.$$

$(2; -4)$ – вершина параболы.

4. Промежутки знакопостоянства:



$$f(x) > 0, \quad x^2 - 4x > 0, \quad x(x - 4) > 0,$$

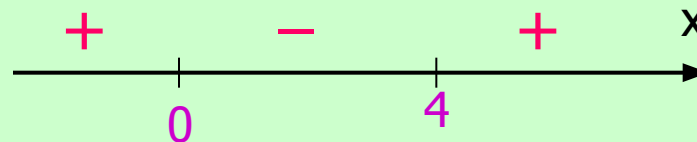
$$x^2 - 4x = 0, \quad x(x - 4) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x - 4 = 0.$$

$$x = 4.$$

$$f(x) > 0, \quad (-\infty; 0) \cup (4; +\infty).$$

$$f(x) < 0, \quad (0; 4).$$



5. Промежутки возрастания и убывания функции:

$$x_2 = 1, x_1 = 0.$$

$$f(x_2) = f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 = -3.$$

$$f(x_1) = f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) < f(x_1)$ – функция убывает на промежутке $(-\infty; 2)$.

$$x_1 = 3, x_2 = 4.$$

$$f(x_1) = f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3.$$

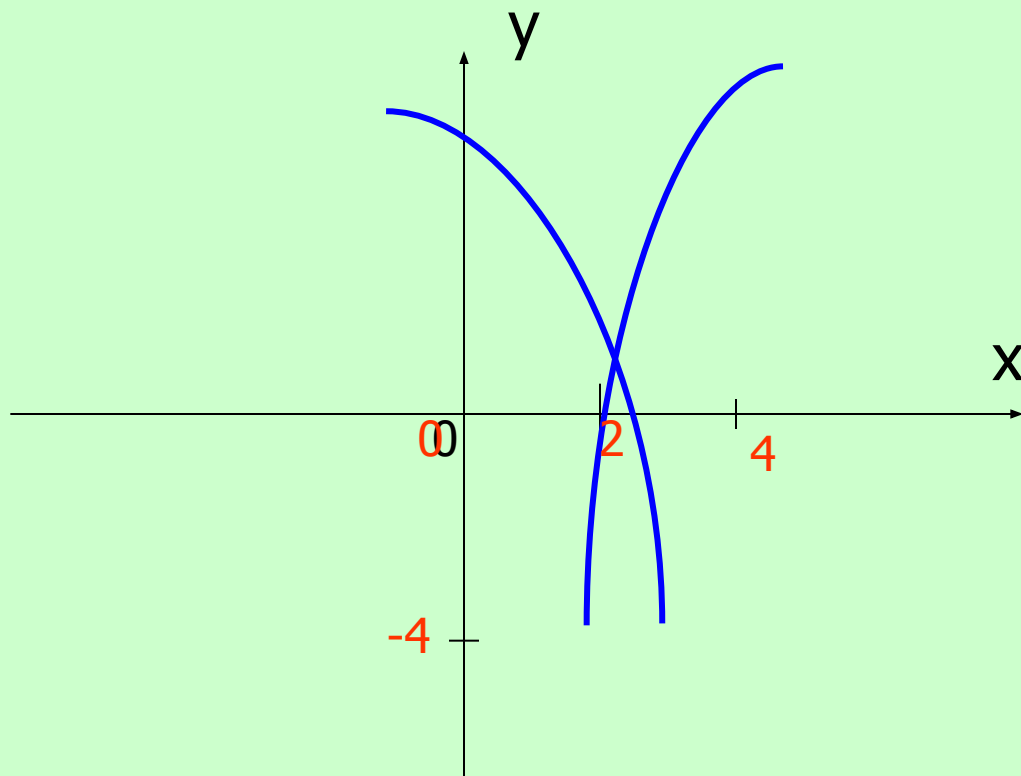
$$f(x_2) = f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 = 0.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) > f(x_1)$ – функция возрастает на промежутке $(2; +\infty)$.

6. Точка минимума $(2; -4)$.

7. Область значений $E(y) = (-4; +\infty)$.

Построим график функции $y = x^2 - 4x$



Вывод

**Графиком функции $y = x^2 - 4x$
является парабола,
ветви параболы направлены вверх.**

Задание группы 4.



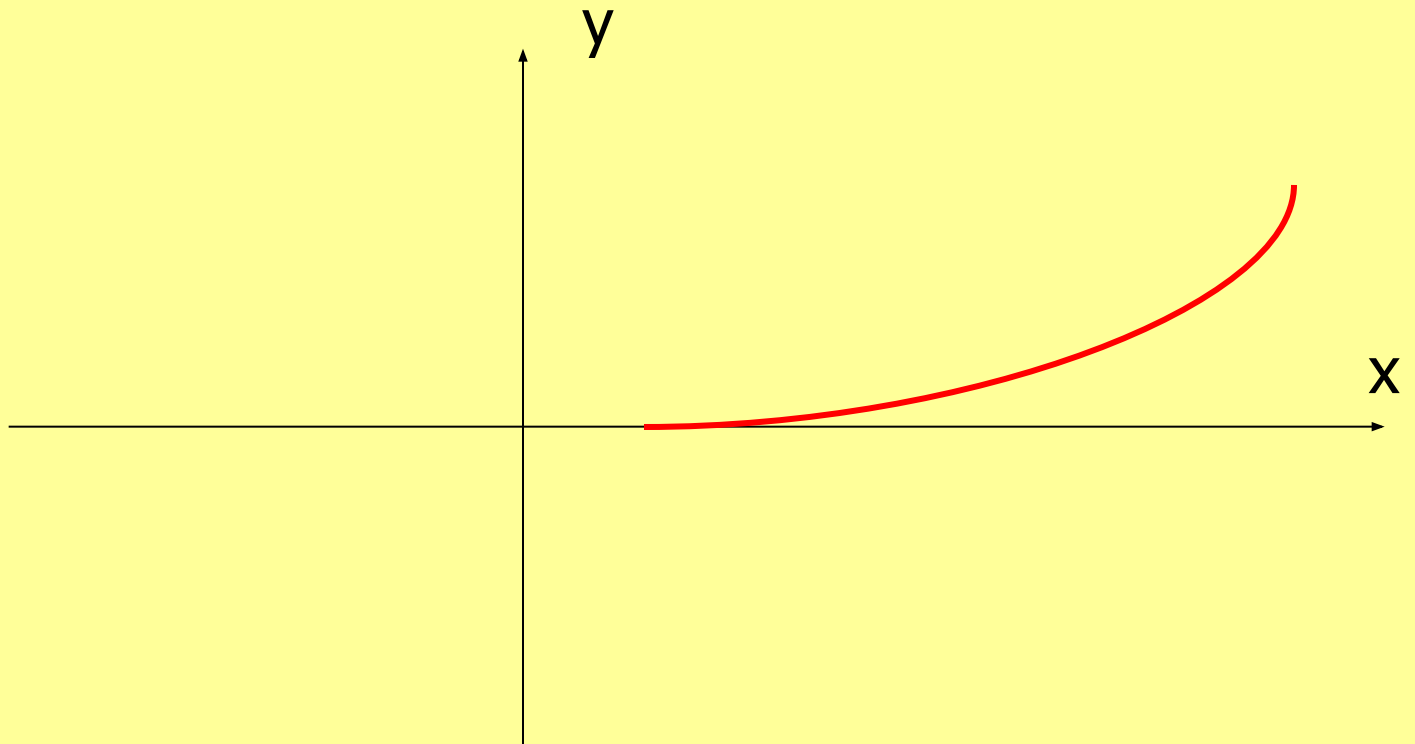
Построить график функции

$$f(x) = \sqrt{x - 3},$$

используя схему исследования.

Гипотеза

Предположим, что график функции $f(x) = \sqrt{x - 3}$ будет иметь вид:



Исследуем функцию $f(x) = \sqrt{x - 3}$ по схеме исследования.

1. Область определения функции $D(y) = [3; +\infty)$.

2. $f(-x) = \sqrt{(-x) - 3} = \sqrt{-x - 3}$ – функция ни чётная, ни нечётная. Функция не периодическая.

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

$$\sqrt{x - 3} = 0,$$

$$x - 3 = 0,$$

$$x = 3.$$

$$(3; 0).$$

б) с осью OY , $x = 0$.

$$y = \sqrt{0 - 3} = \sqrt{-3}.$$

точек пересечения нет.

4. Промежутки знакопостоянства:

$$f(x) > 0, \quad \sqrt{x - 3} > 0, \quad x - 3 > 0, \quad x > 3. \quad (3; +\infty).$$

5. Промежутки возрастания и убывания функции:

$$x_2 = 4, x_1 = 3.$$

$$f(x_2) = f(4) = \sqrt{4 - 3} = \sqrt{1} = 1, \quad 1 > 0.$$

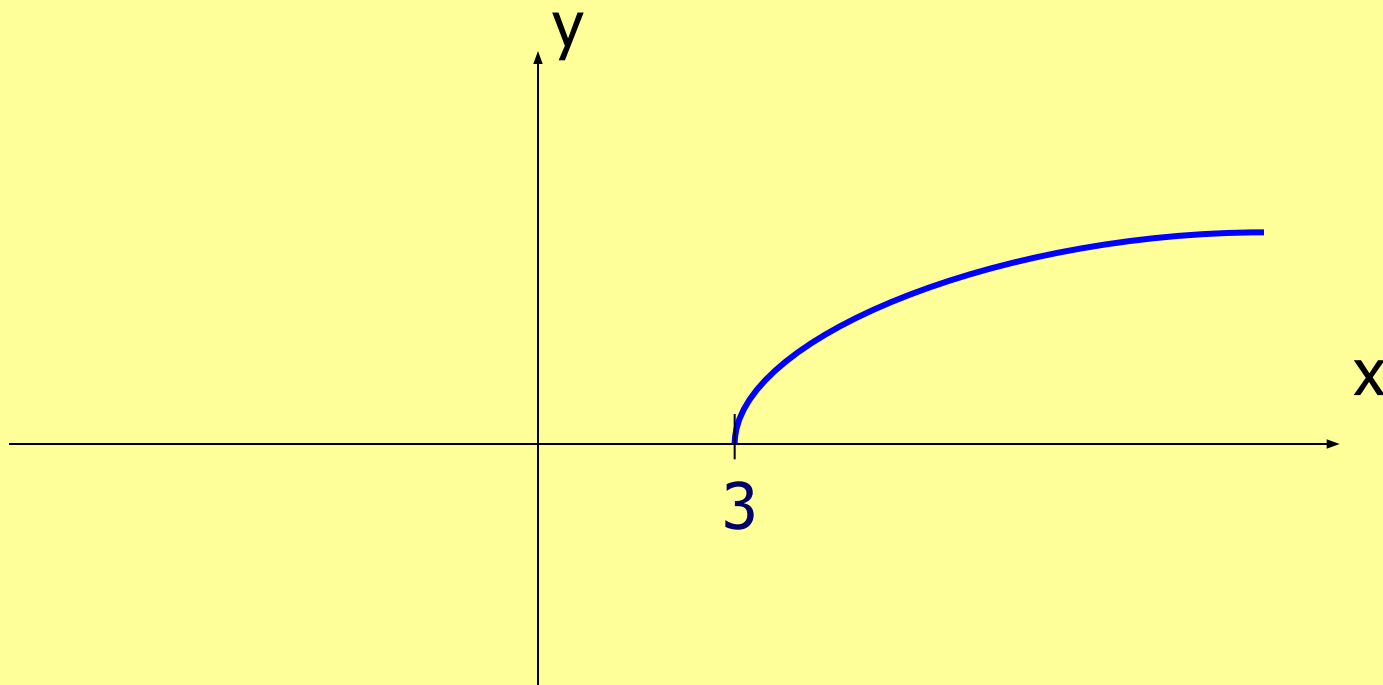
$$f(x_1) = f(3) = \sqrt{3 - 3} = 0.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) > f(x_1)$ – функция возрастает.

6. Точек экстремума нет, т.к. функция возрастает.

7. Область значений $E(y) = (0; +\infty)$.

Используя схему исследования функции $f(x) = \sqrt{x} - 3$ построим её график.



Вывод:

Гипотеза подтвердилась.

Мы построили график функции

$$f(x) = \sqrt{x - 3}.$$



Задание группы 5.

Построить график функции $f(x) = |x| + 1$,
используя схему исследования.

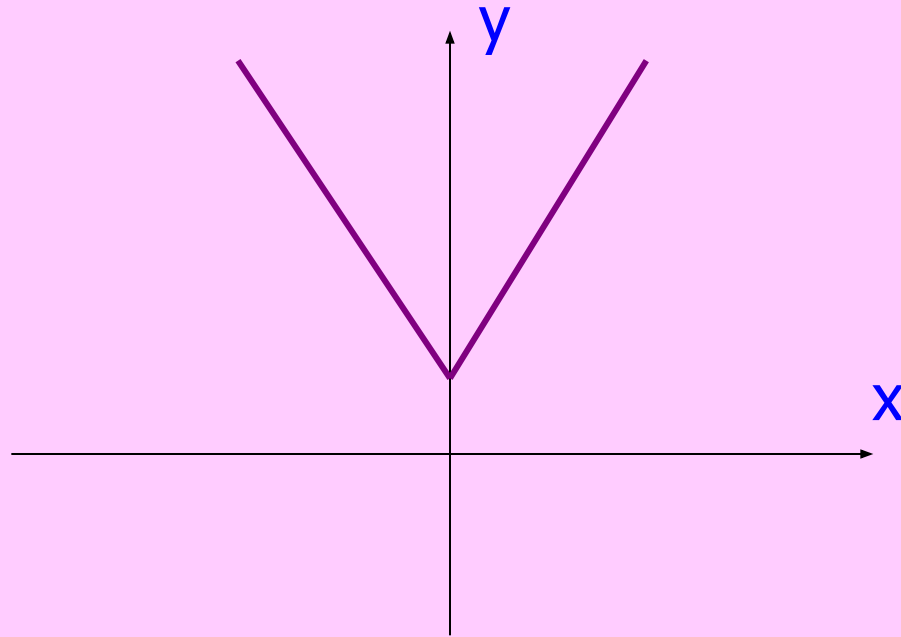




Гипотеза

Предположим, что график функции

$f(x) = |x| + 1$ будет иметь вид:



Исследуем функцию $f(x) = |x| + 1$

1. Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = |-x| + 1 = |x| + 1 = f(x)$ – функция чётная.
Функция не периодическая.

3. Пересечение с осью:

а) с осью OX , $y = 0$.

$$|x| + 1 = 0,$$

$$|x| = -1,$$

пересечений нет.

б) с осью OY , $x = 0$.

$$y = |0| + 1 = 1.$$

$(0; 1)$.

4. Промежутки знакопостоянства:

$f(x) > 0$, $|x| + 1 > 0$, при x принадлежащем промежутку $(-\infty; +\infty)$.



5. Промежутки возрастания и убывания функции:

$$x_2 = -1, x_1 = -2.$$

$$f(x_2) = f(-1) = |-1| + 1 = 2.$$

$$f(x_1) = f(-2) = |-2| + 1 = 3.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) < f(x_1)$ – функция убывает на промежутке $(-\infty; 0)$.

$$x_1 = 1, x_2 = 2.$$

$$f(x_1) = f(1) = |1| + 1 = 2.$$

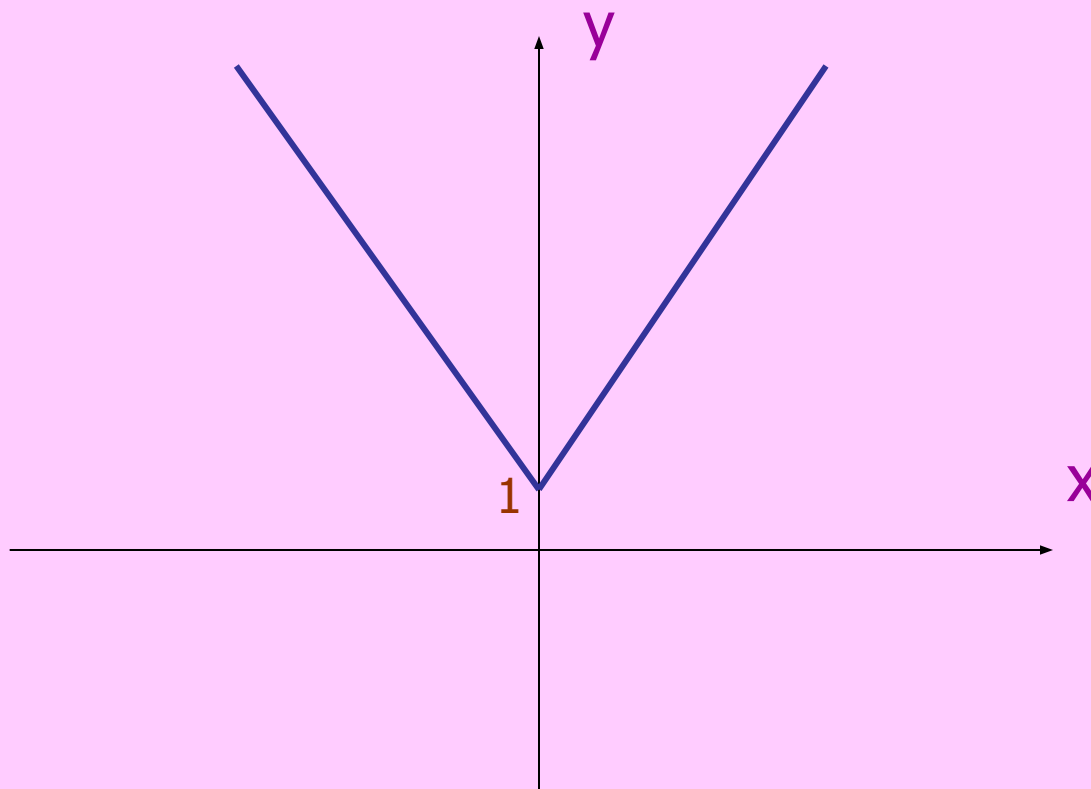
$$f(x_2) = f(2) = |2| + 1 = 3.$$

$x_2 > x_1, f(x_2) > f(x_1)$ – функция возрастает на промежутке $(0; +\infty)$.

6. Точка минимума $(0; 1)$.

7. Область значений $E(y) = (1; +\infty)$.

Построим график функции $f(x) = |x| + 1$



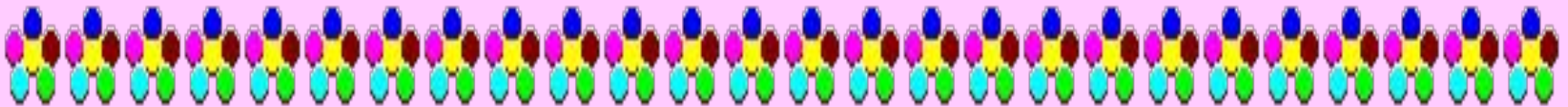
Вывод:



Гипотеза подтвердилась.

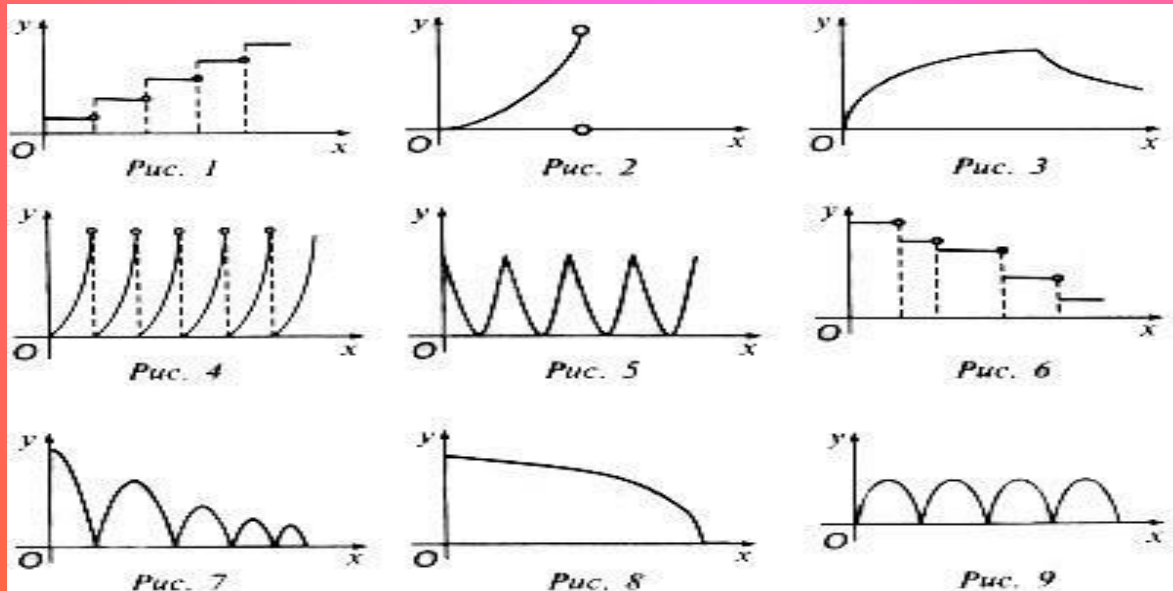
Мы построили график функции

$$f(x) = |x| + 1.$$



Работа по таблице

Среди данных графиков найти тот, который соответствует следующему описанию: яблоко растёт, затем его срывают и сушат. На весь этот процесс уходит x дней. Найдите в таблице график, описывающий зависимость массы яблока y от x .



Рефлексия

Я доволен своей работой на уроке –
поднять красную карточку.

Я хорошо работал, но умею ещё лучше –
поднять зелёную карточку.

Работа не получилась, я не доволен собой –
поднять синюю карточку.



Домашнее задание

На оценку «3» исследовать функцию
$$f(x) = x + 5$$

На оценку «4» исследовать функцию
$$f(x) = x^2 - 5x + 6.$$

На оценку «5» исследовать функцию
$$f(x) = \sqrt{(x-2)} - 2.$$