

Теорема

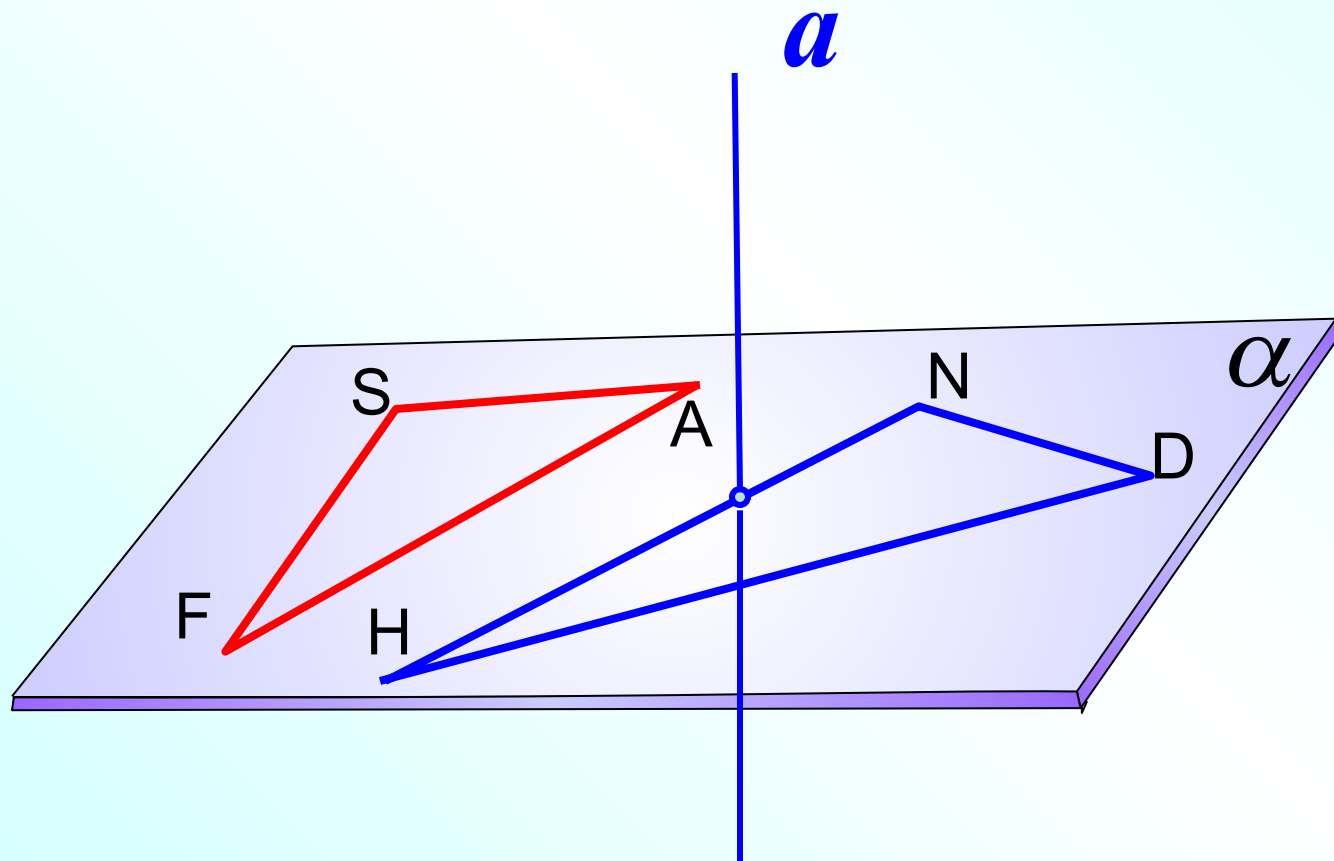
Геометрия 10

о трех перпендикулярах

Методическая разработка Савченко Е.М. МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Повторение

Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



$$a \perp \alpha$$

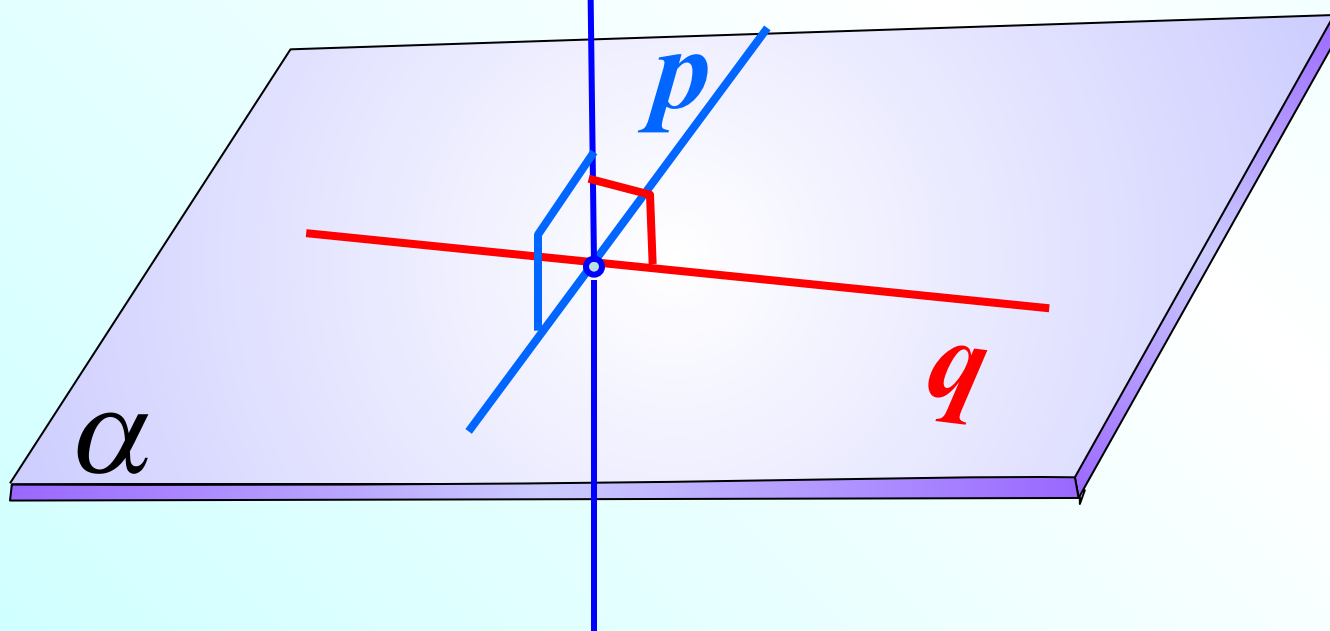
$$a \perp AS, a \perp AF, a \perp FS, a \perp ND, a \perp DH, a \perp HN$$

Повторение

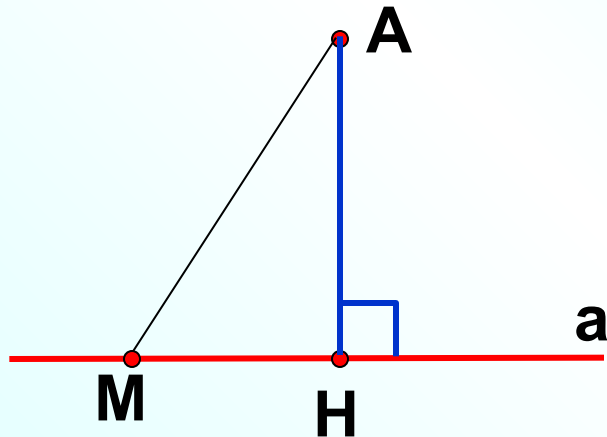
Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

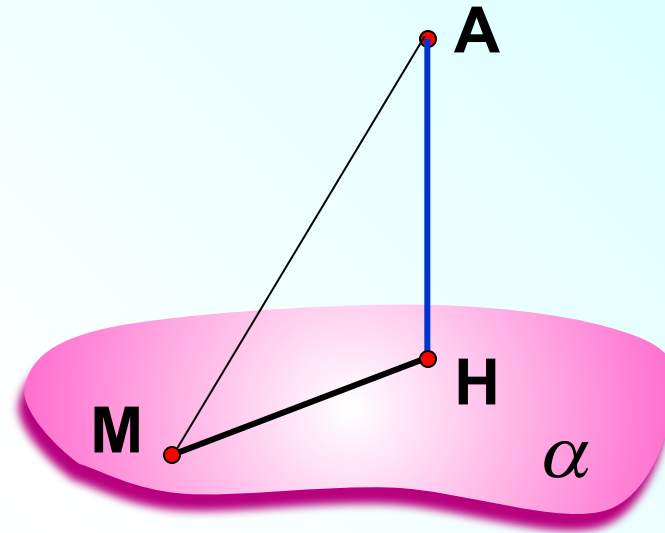
$$\left. \begin{array}{l} p \subset \alpha, a \perp p, \\ q \subset \alpha, a \perp q, \end{array} \right\} a \perp \alpha$$



Планиметрия



Стереометрия



Отрезок $АН$ – перпендикуляр

Точка $Н$ – основание перпендикуляра

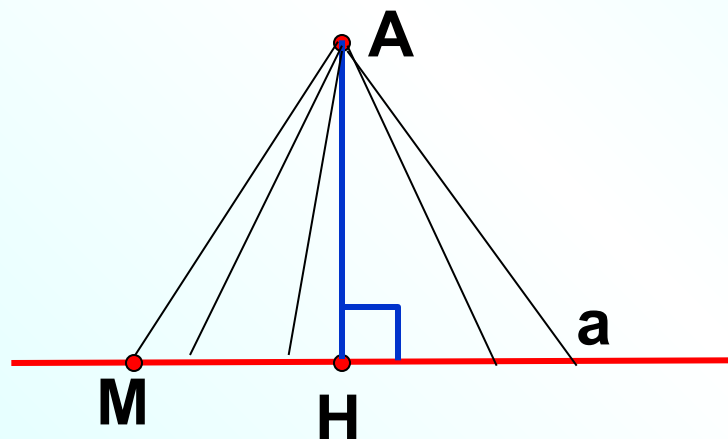
Отрезок $АМ$ – наклонная

Точка $М$ – основание наклонной

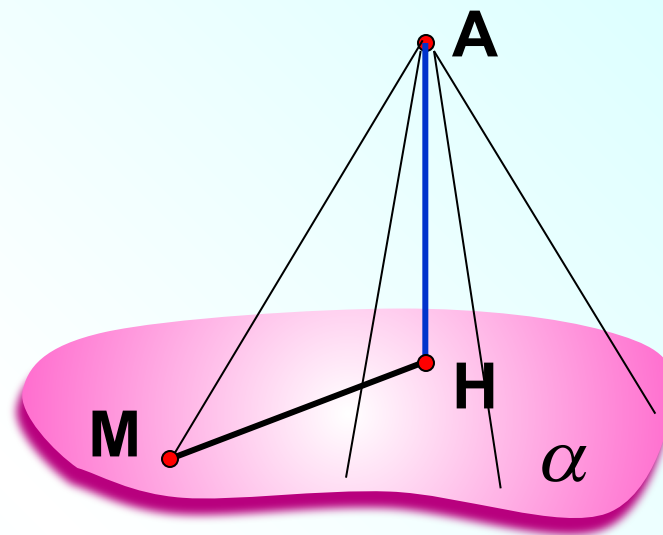
Отрезок $МН$ – проекция
наклонной на прямую a

Отрезок $МН$ – проекция
наклонной на плоскость α

Планиметрия



Стереометрия

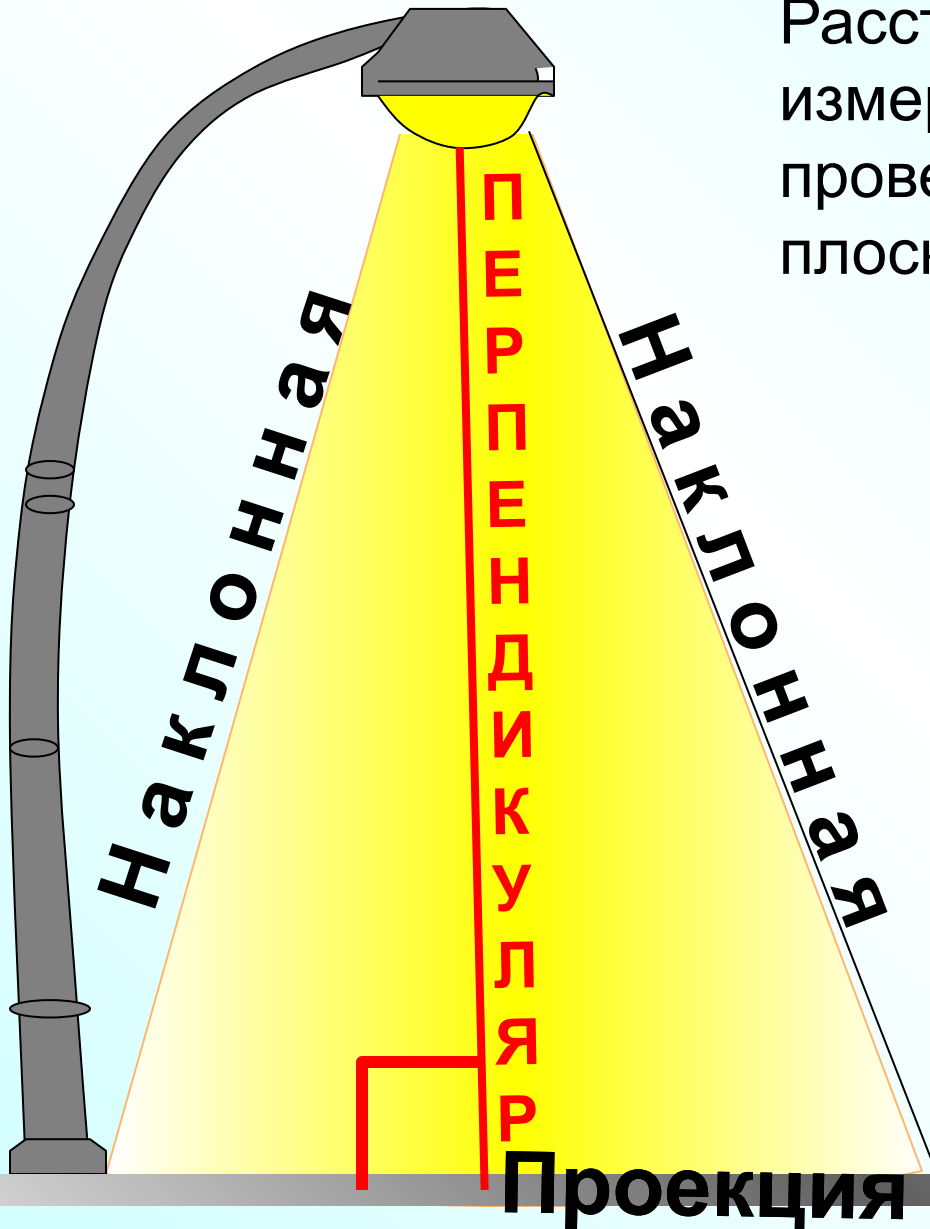


Из всех расстояний от точки A до различных точек **плоскости** α наименьшим является длина перпендикуляра.

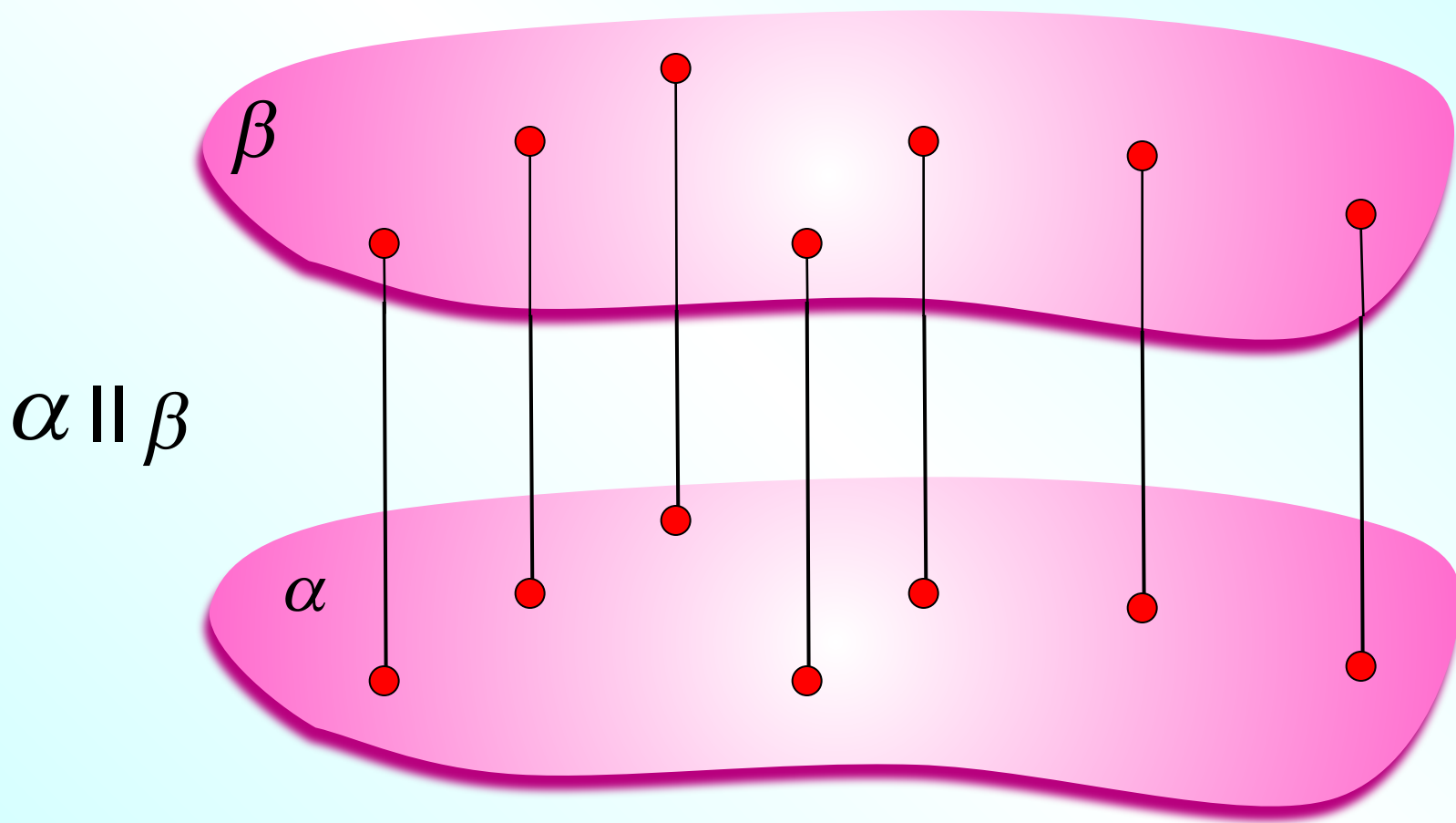
Расстояние от точки до прямой – длина перпендикуляра

Расстояние от точки до плоскости – длина перпендикуляра

Расстояние от лампочки до земли
измеряется по перпендикуляру,
проведенному от лампочки к
плоскости земли

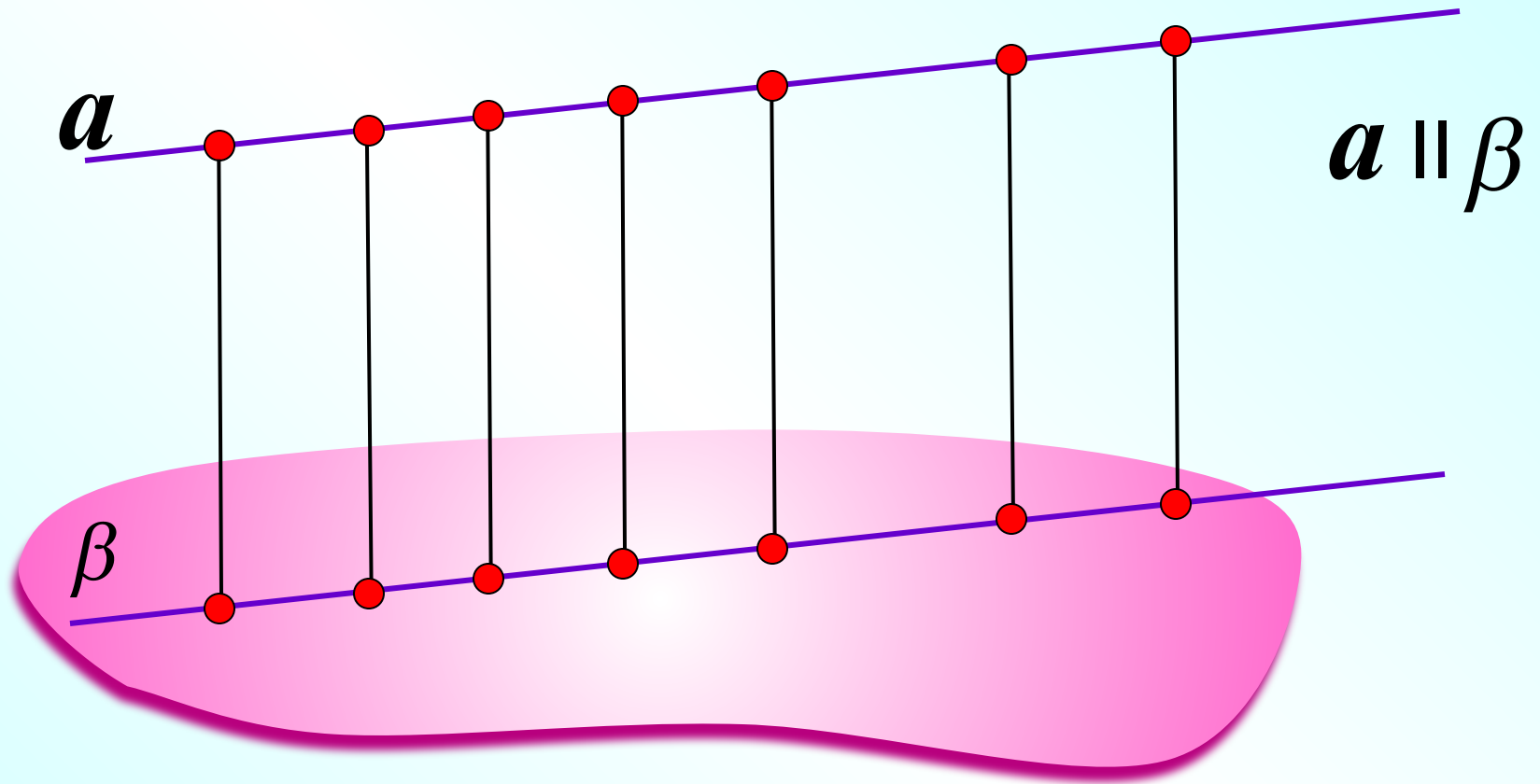


Если две плоскости параллельны, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.



Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями.**

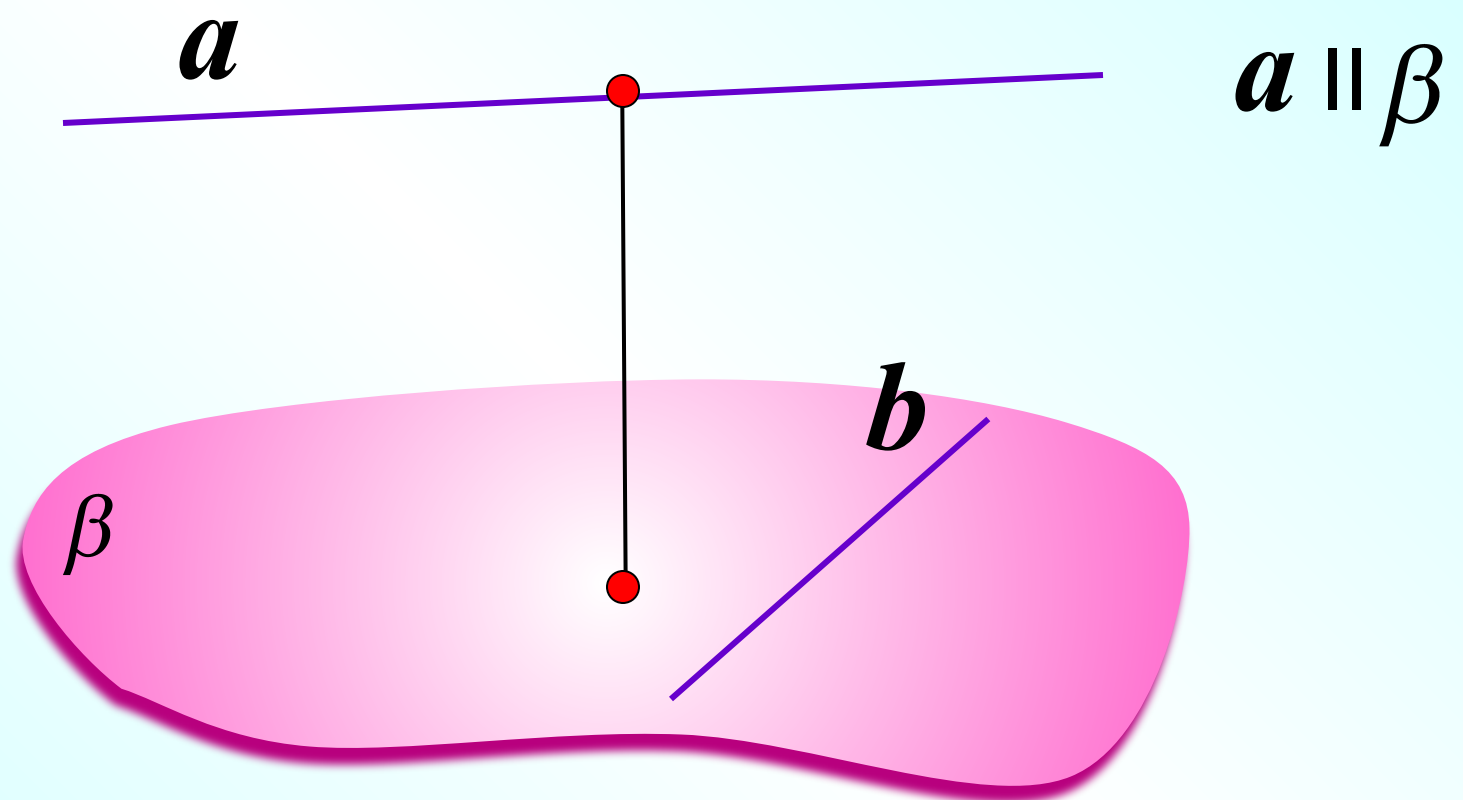
Если прямая параллельна плоскости, то все точки прямой равноудалены от этой плоскости.



Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**.

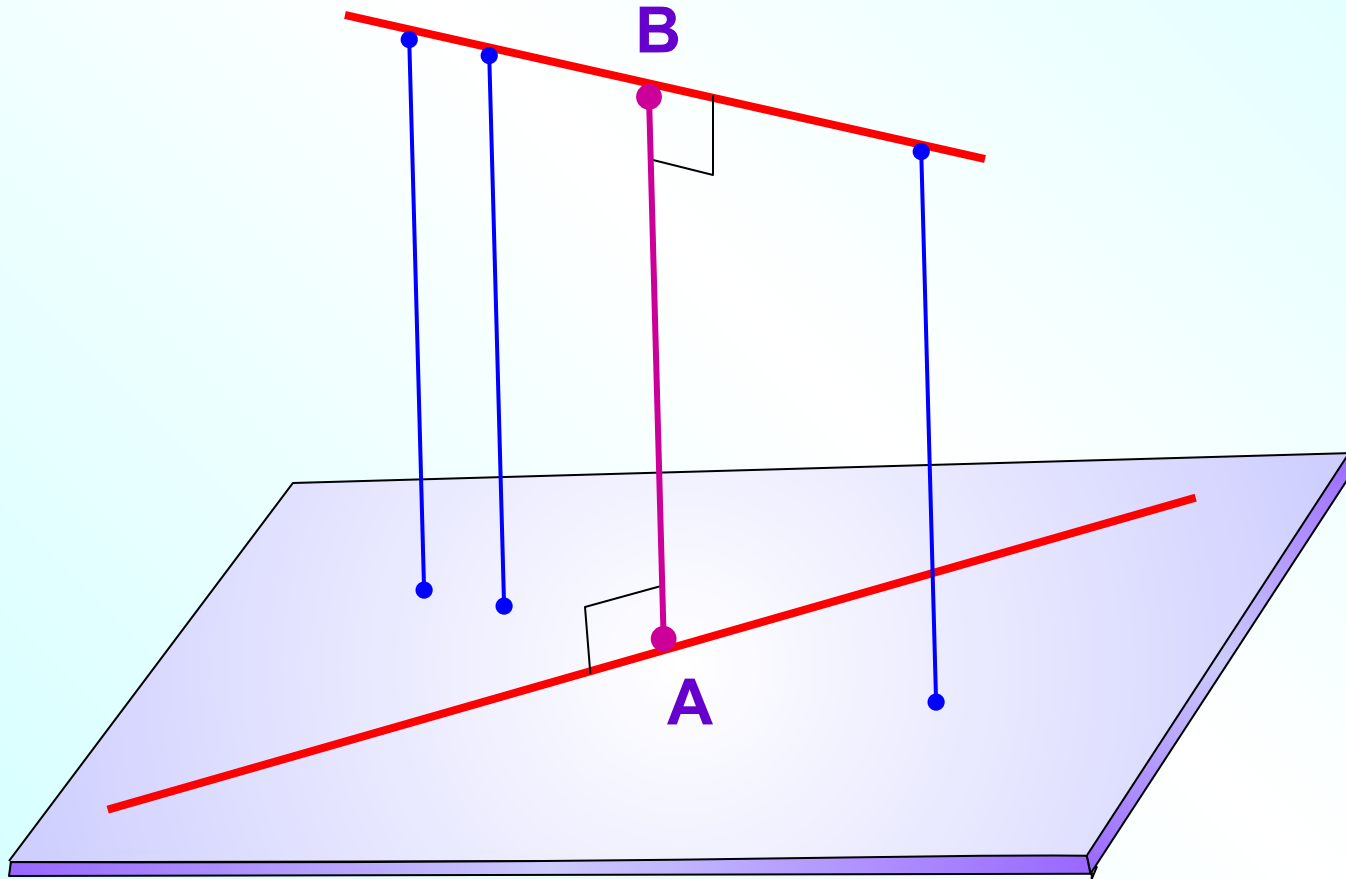
Если две прямые скрещиваются, то через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

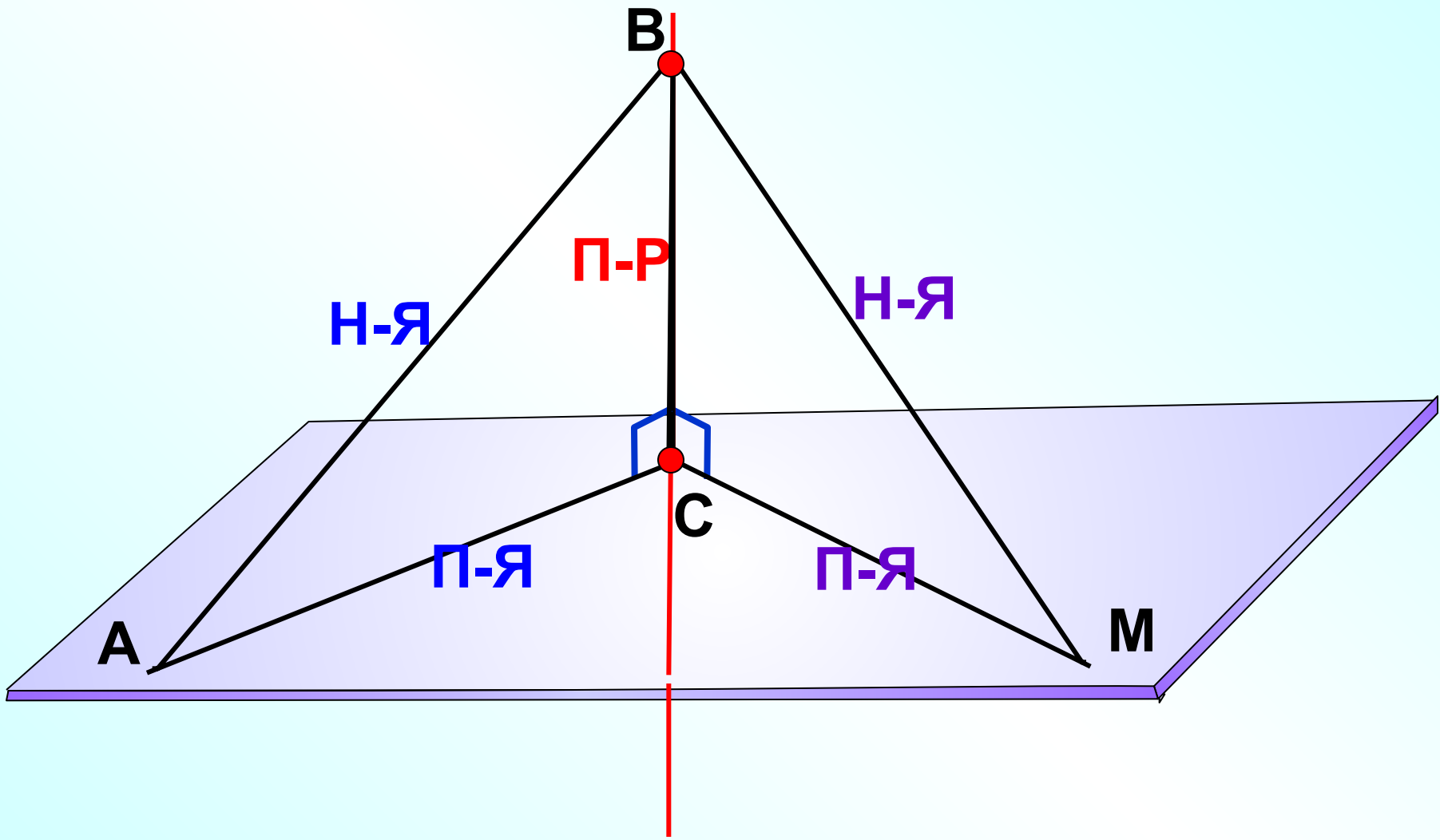
$a \perp b$



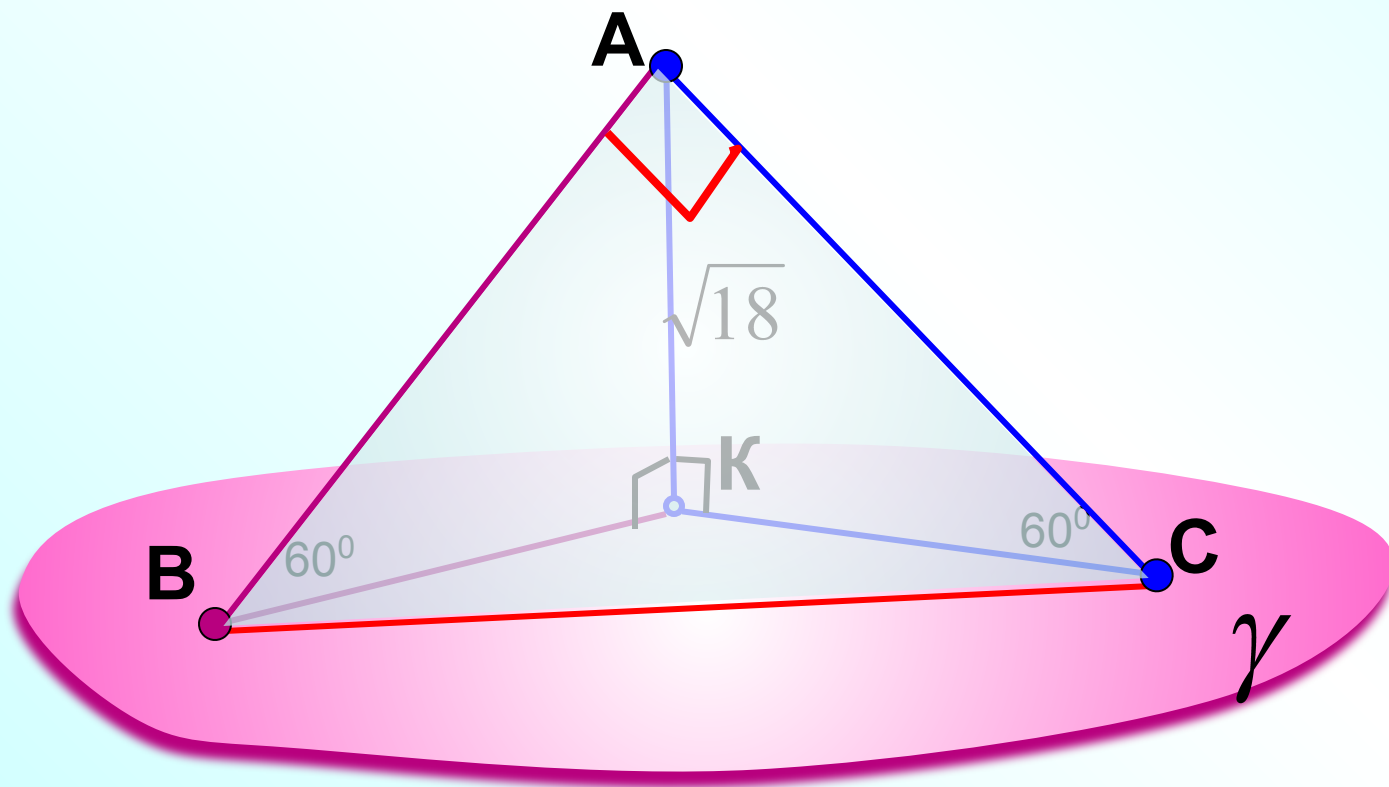
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми и плоскостью, проходящей параллельно одной из них равно первоначальному расстоянию между скрещивающимися прямыми.
На рисунке AB — общий перпендикуляр.

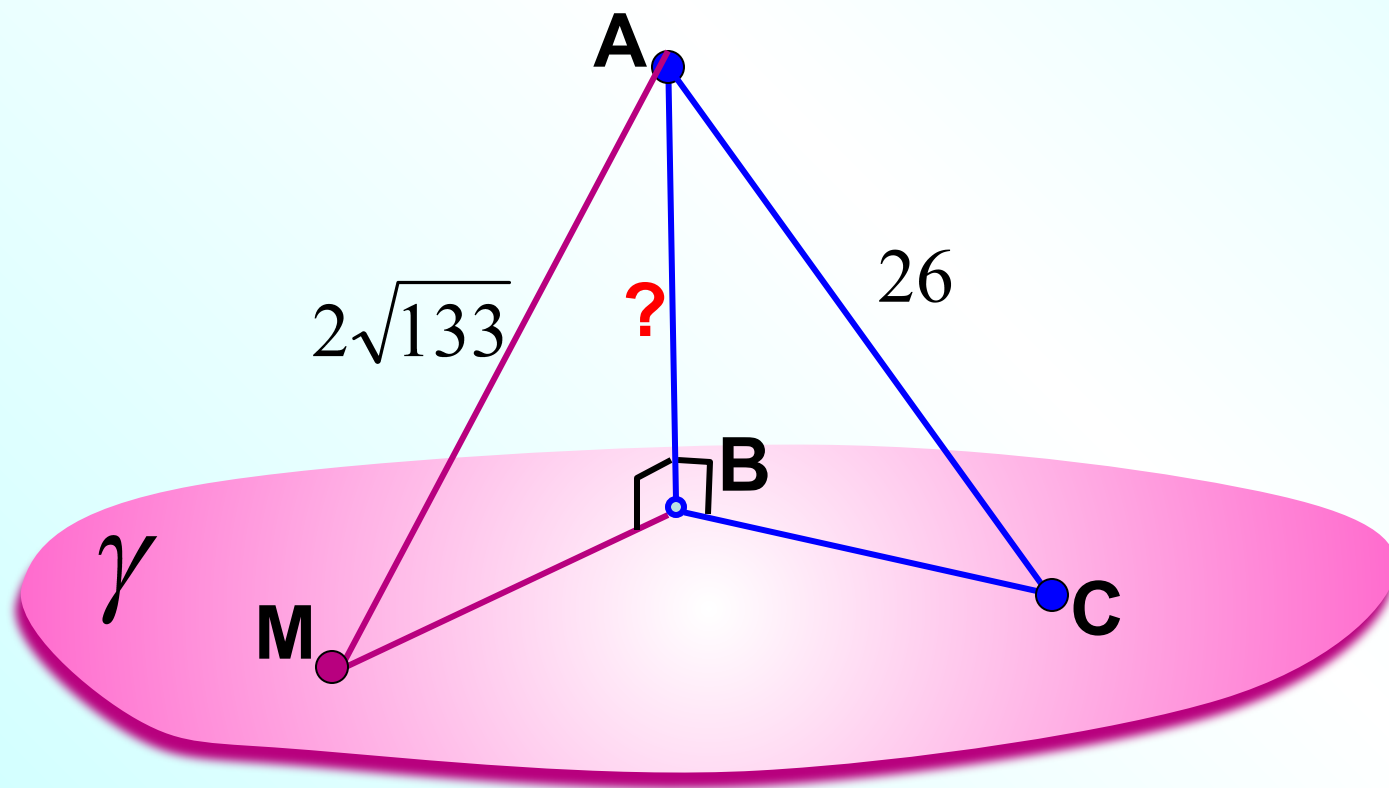




Из точки A к плоскости γ проведены две наклонные, которые образуют со своими проекциями на плоскость γ углы в 60° . Угол между наклонными 90° . Найдите расстояние между основаниями наклонных, если расстояние от точки A до плоскости γ равно $\sqrt{18}$ см.

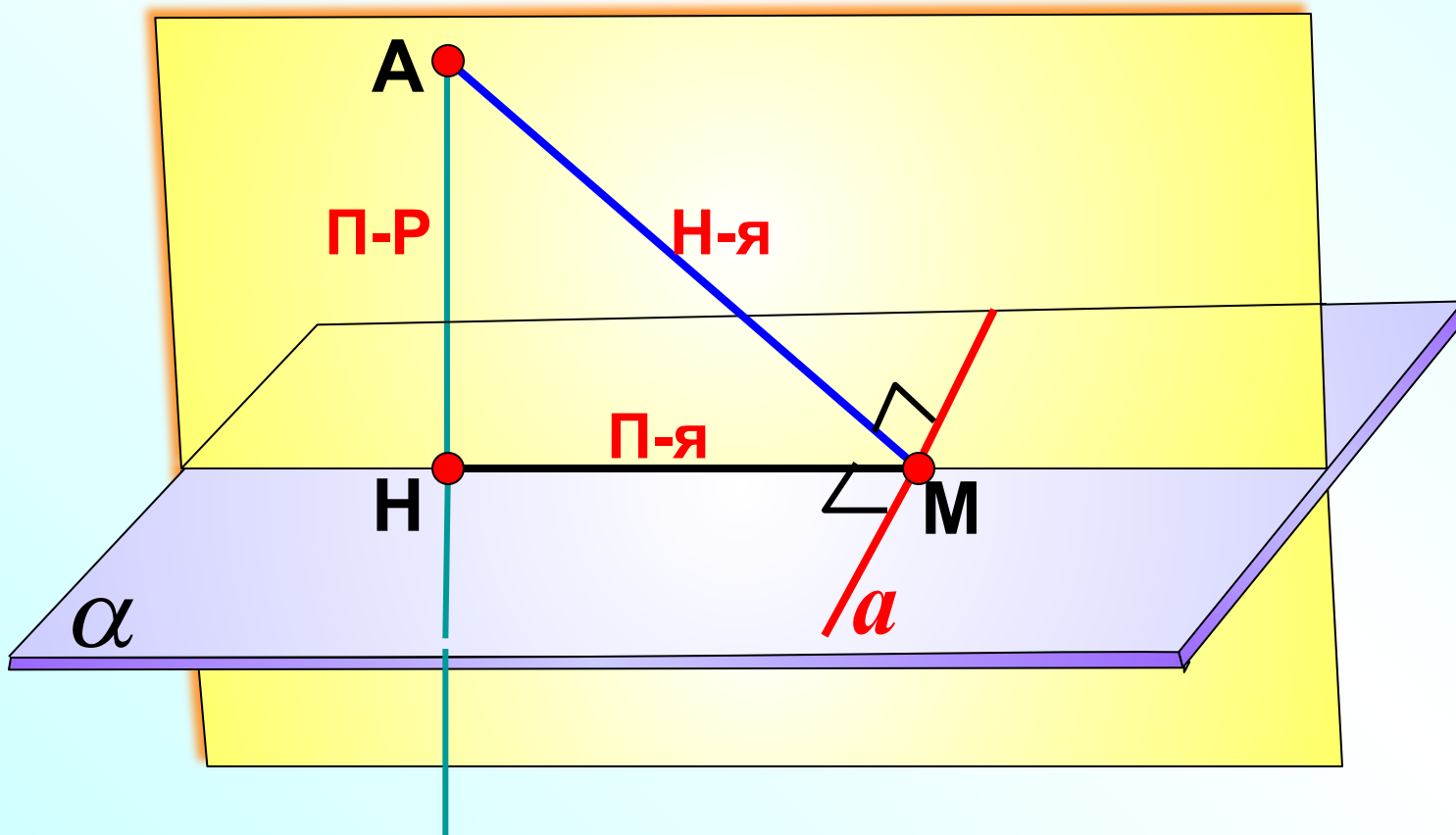


Из точки A к плоскости γ проведены две наклонные, длины которых равны 26 см и $2\sqrt{133}$ см. Их проекции на эту плоскость относятся как 5:4. Найдите расстояние от точки A до плоскости γ



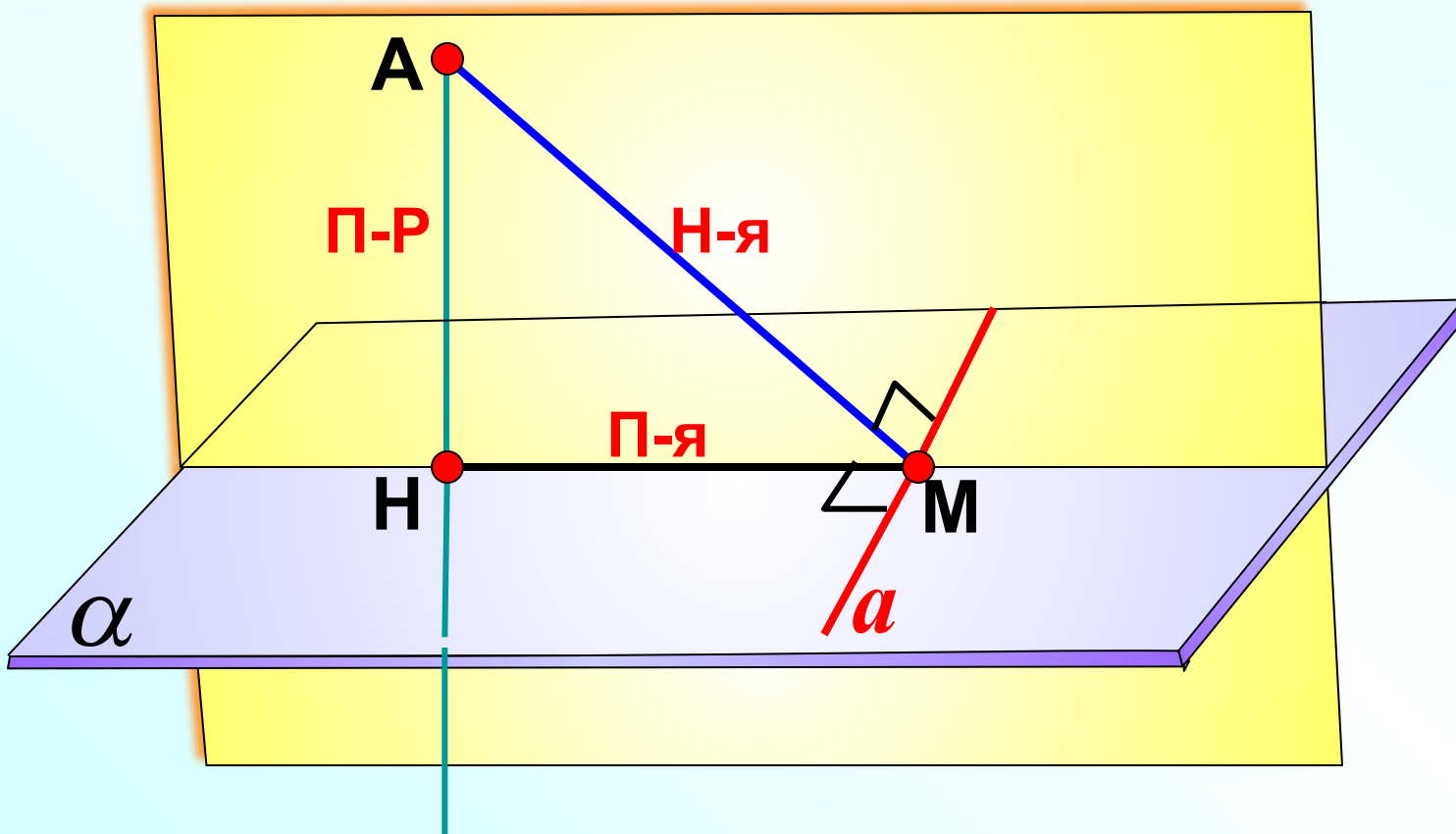
Теорема о трех перпендикулярах.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



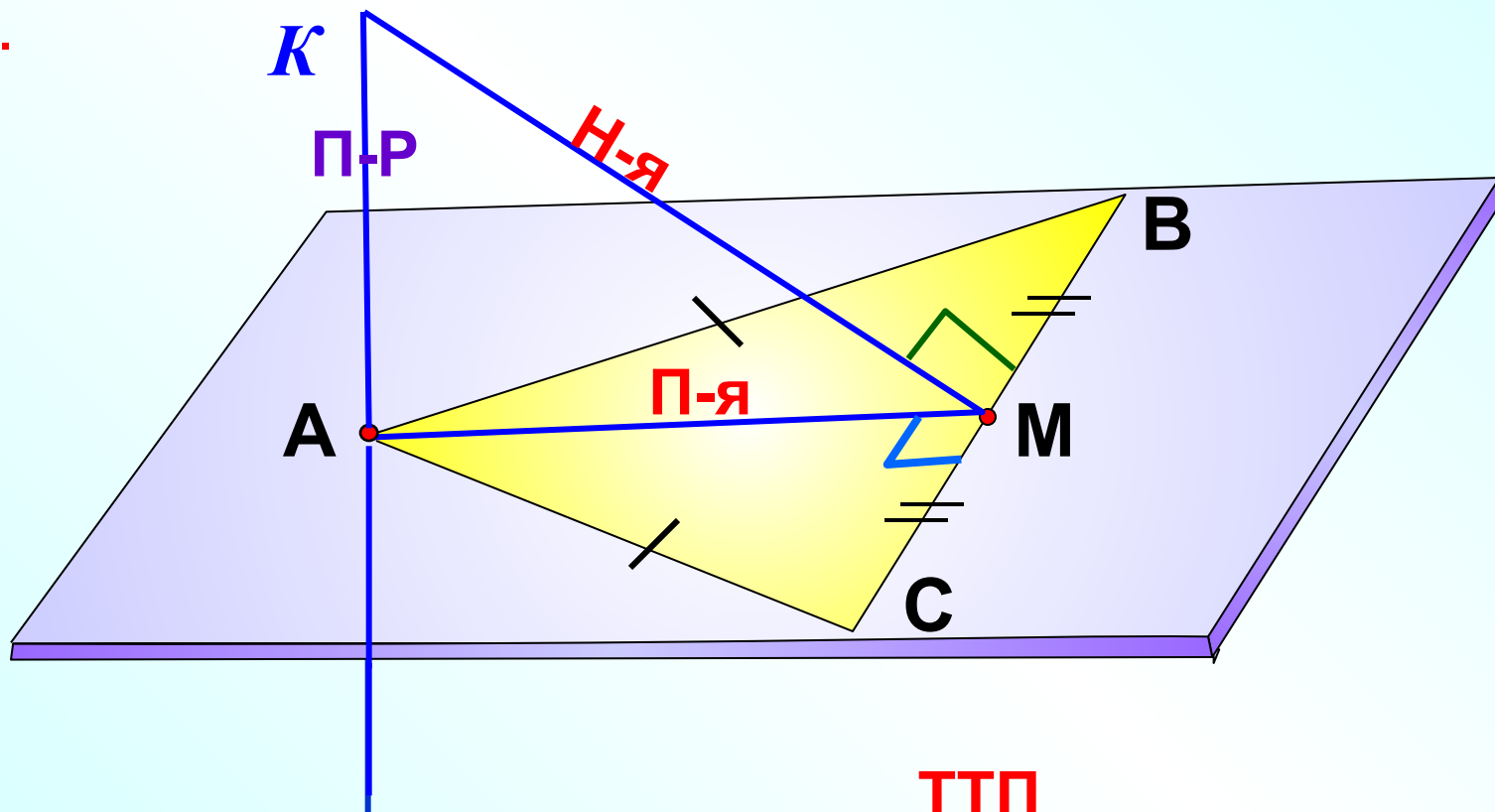
Обратная теорема.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



Прямая АК перпендикулярна к плоскости правильного треугольника ABC, а точка М – середина стороны ВС. Докажите, что $MK \perp BC$.

№148.



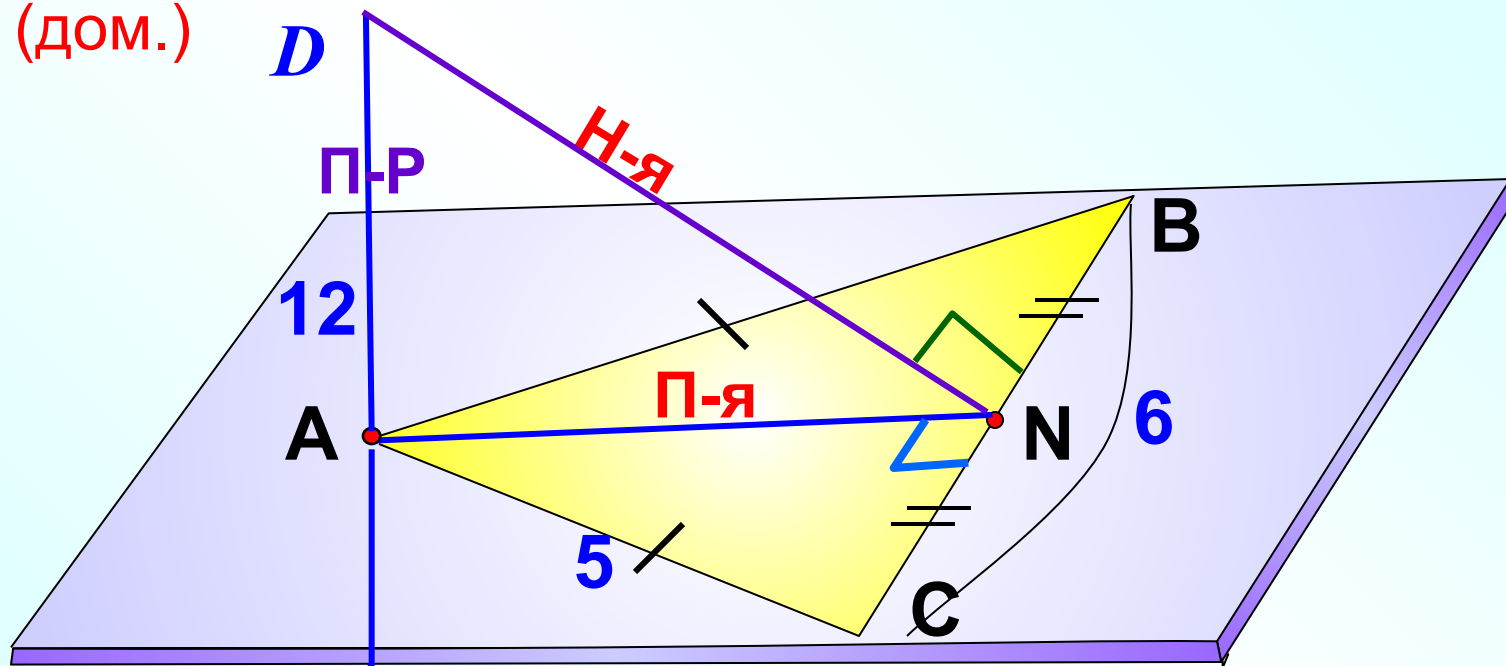
$$BC \perp AM \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad BC \perp MK$$

П-я Н-я

Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что $AB = AC = 5$ см, $BC = 6$ см, $AD = 12$ см.

Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.

№149 (дом.)



$$BC \perp AN \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad BC \perp DN$$

П-я
Н-я

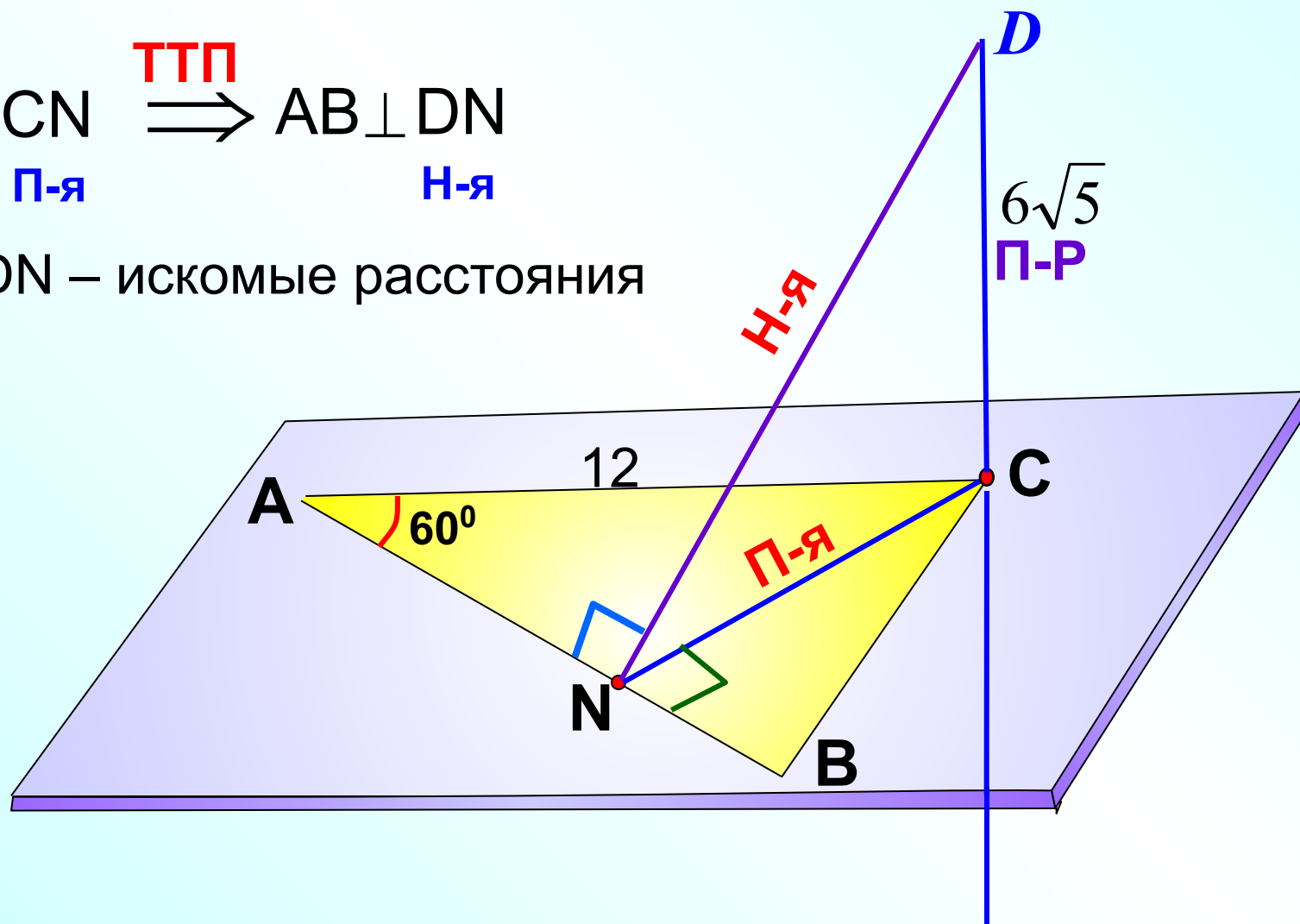
AN и DN – искомые расстояния

В треугольнике угол C прямой, угол A равен 60° , $AC=12$ см.
 $DC \perp (ABC)$. $DC=6\sqrt{5}$ Найдите расстояния:

а) от точки C до прямой AB , б) от точки D до прямой AB .

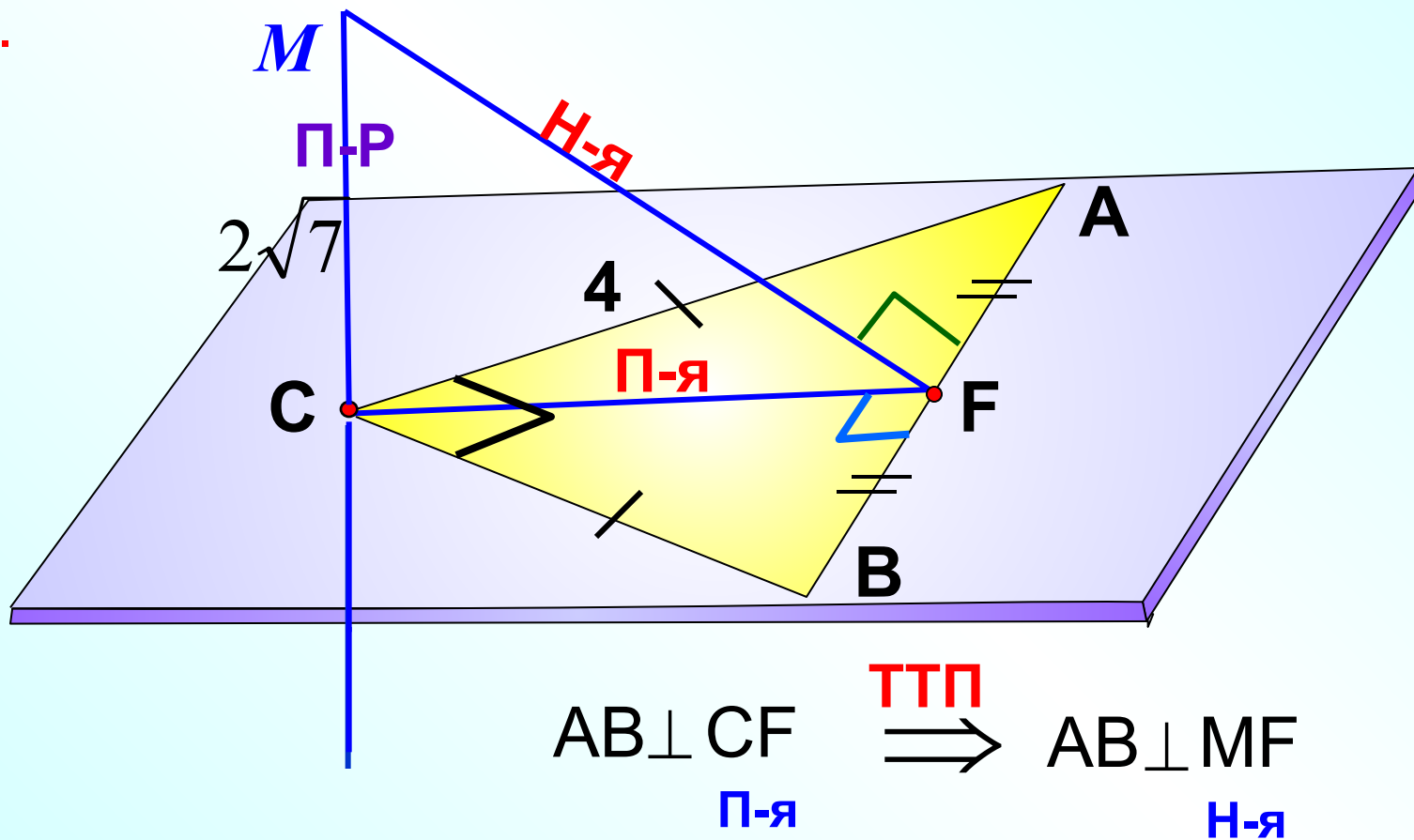
$$\begin{array}{ccc} AB \perp CN & \xRightarrow{\text{ТТП}} & AB \perp DN \\ \text{П-я} & & \text{Н-я} \end{array}$$

CN и DN – искомые расстояния



Через вершину прямого угла С равнобедренного прямоугольного треугольника АВС проведена прямая СМ, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки М до прямой АВ, если $AC = 4$ см, а $CM = 2\sqrt{7}$ см.

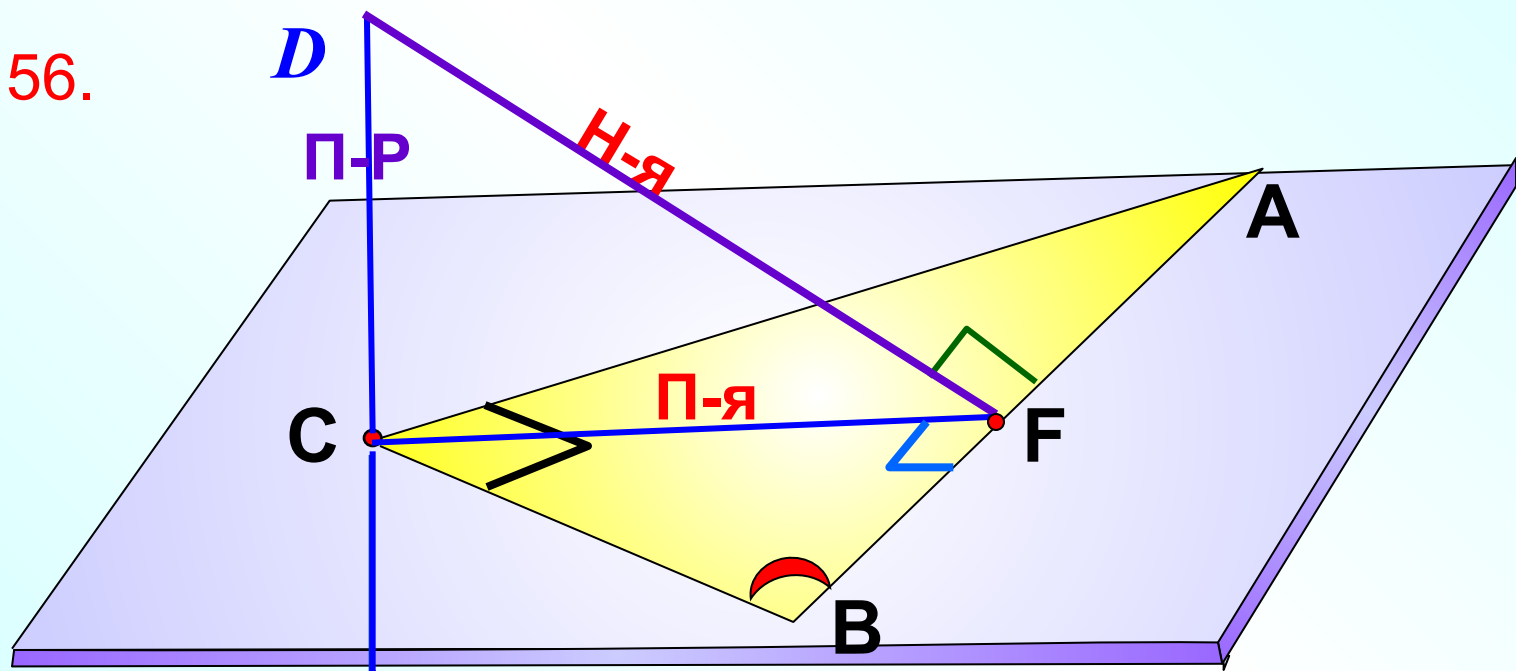
№155.



MF – искомое расстояние

Один из катетов прямоугольного треугольника равен m , а острый угол, прилежащий к этому катету, равен φ . Через вершину прямого угла C проведена прямая CD , перпендикулярная к плоскости этого треугольника, $CD = m$. Найдите расстояние от точки D до прямой AB .

№156.



$$AB \perp CF \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad AB \perp DF$$

П-я
 Н-я

DF – искомое расстояние