

Задача линейного программирования

Задание 1.

Задание 1: Найти точку максимума функции $z = Sx_1 + Gx_2$

при ограничениях

$$\begin{cases} -\frac{x_1}{G} - \frac{x_2}{S} + \frac{1}{4} \leq 0 \\ -Sx_1 + 2Gx_2 - GS \leq 0 \\ 2Sx_1 - Gx_2 - GS \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

G- номер группы, S- номер студента в списке

Геометрический метод решения

Пример

Требуется определить x_1 , x_2 , при котором величина Z максимальна:

$$z = 3x_1 + 2x_2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Геометрический метод решения

Построение многоугольника ограничений:

1. Прямая $x_1 + x_2 = 6$: $x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 6$; $x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 6$

2. Прямая $x_1 + 2x_2 = 10$: $x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 5$; $x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 10$

3. Прямая $2x_1 + x_2 = 10$: $x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 10$; $x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 5$

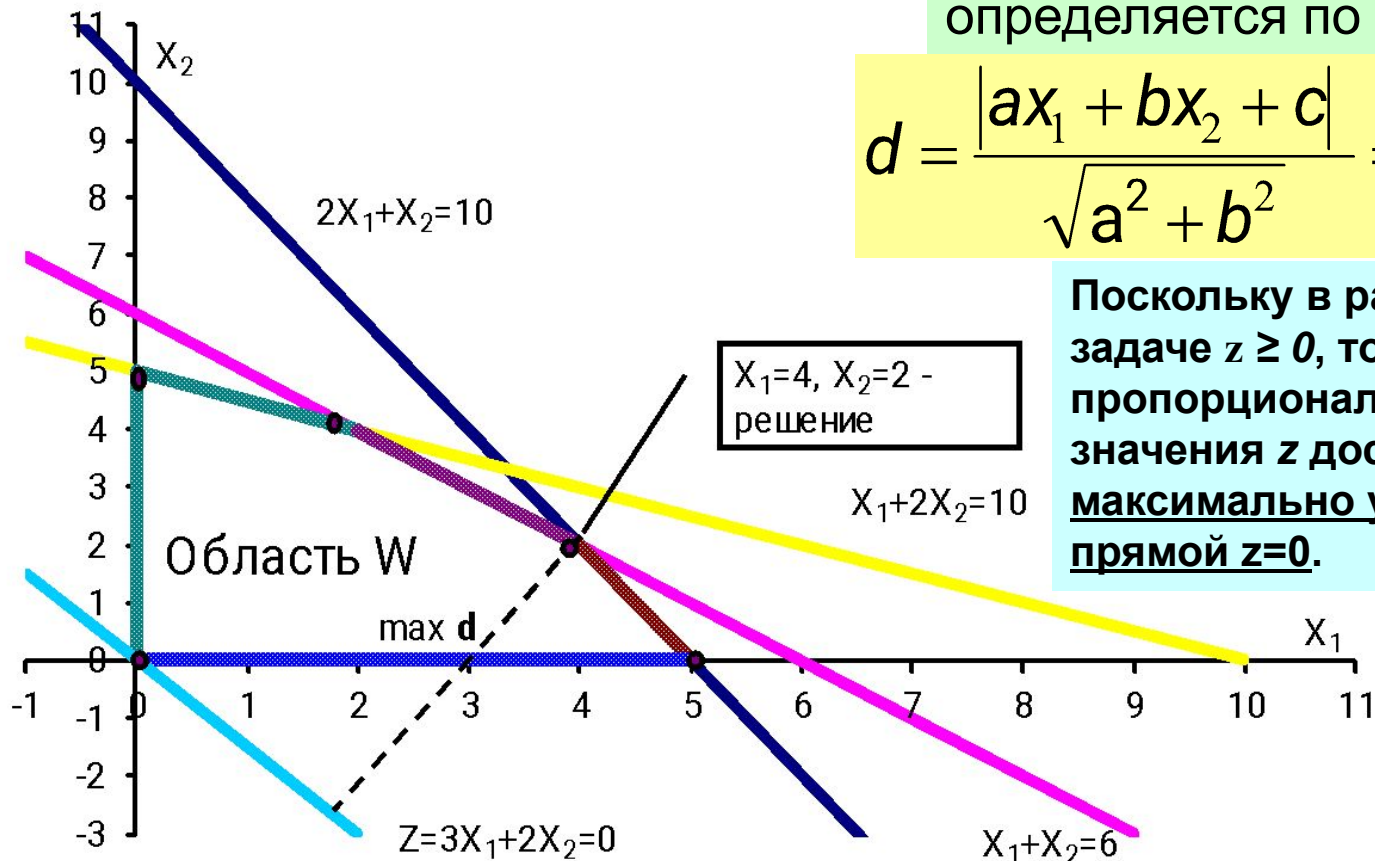
4. Прямая $z = 3x_1 + 2x_2 = 0$: $x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 0$; $x_1 = 2 \rightarrow x_2 = -3$

Геометрический метод решения

Расстояние d от точки (x_1, x_2) до прямой $z = ax_1 + bx_2 + c = 0$ определяется по формуле:

$$d = \frac{|ax_1 + bx_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} |z|$$

Поскольку в рассматриваемой задаче $z \geq 0$, то z пропорциональна d и максимум значения z достигается в точке, максимально удаленной от прямой $z=0$.



$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 6 \\ 2x_1 + x_2 &= 10 \end{aligned}$$



$$x_1 = 4, x_2 = 2$$



$$z = 3 * 4 + 2 * 2 = 16$$

Пример решения в EXCEL (S=3, G=12)

Функция цели:

$$Z = Sx_1 + Gx_2$$

Ограничения:

$$\begin{cases} a = -x_1 / G - x_2 / S + 0,25 \leq 0 \\ b = -Sx_1 + 2Gx_2 - GS \leq 0 \\ c = 2Sx_1 - Gx_2 - GS \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

В первую строку вводим обозначения: x_1 , x_2 , z , a , b , c .
В ячейки A2 и B2 вводим начальные нулевые значения.

В ячейки C3. D3. E3.F3 вводим формулы

	A	B	C	D	E	F
1	x_1	x_2	Z	a	b	c
2	0	0	=3*A2+12*B2	=-A2/12-B2/3+0,25	=-3*A2+2*12*B2-3*12	=2*3*A2-12*B2-3*12

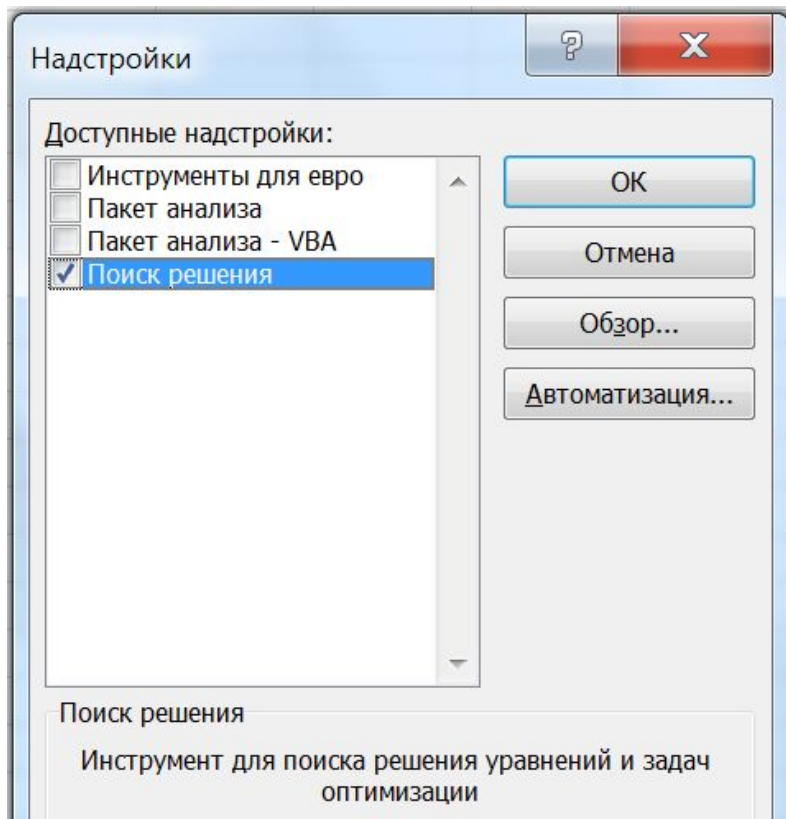
Получаем

	A	B	C	D	E	F
1	x_1	x_2	Z	a	b	c
2	0	0	0	0,25	-36	-36

Команда «Поиск решения»

В **Excel 2010** и более поздних версиях, если эта надстройка не использовалась, ее необходимо установить.

Выбираем: *Файл/Параметры Excel/Надстройки/ Поиск решения/ Кнопка «Перейти»/ Поиск решения/ ОК*



Команда «Поиск решения»
появится на вкладке «Данные»

Во вкладке **Данные** запускаем команду **Поиск решения**

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

-
-
-
-
-

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения: Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ

Метод решения
Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом...
линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких...
эволюционный поиск решения.

Справка

Целевая ячейка - это там, которую мы хотим максимизировать, это результат. У нас это **C2**.

Ставим выбор "максимум".

Изменяя ячейки - ставим диапазон ячеек, от которых зависит итог.

Вводим каждое ограничение отдельно, используя кнопку **Добавить**.

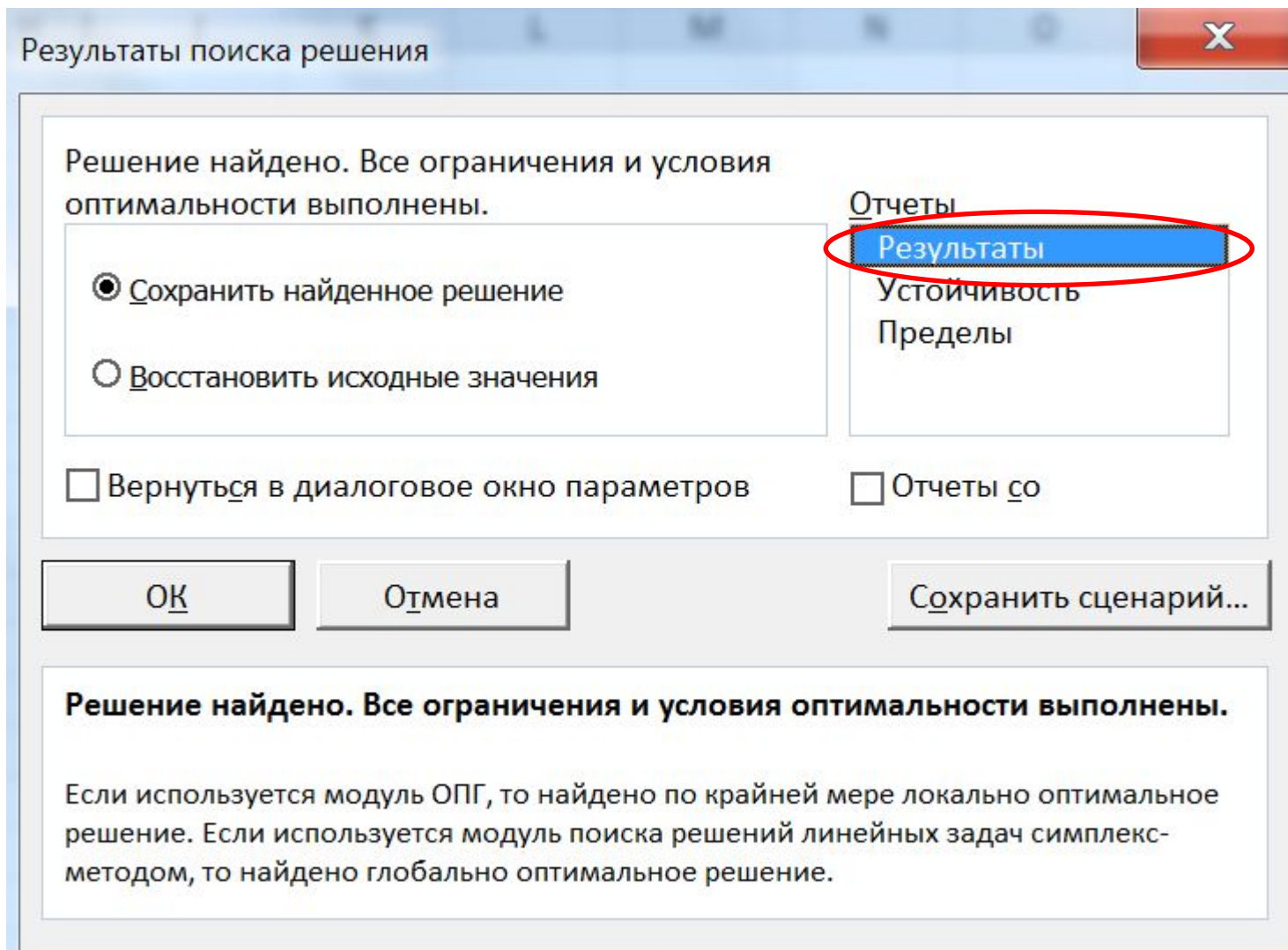
Окно для добавления ограничений

Добавление ограничения

Ссылка на ячейки: Ограничение:

<=

Пример решения в EXCEL



Отчет в EXCEL

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 14.0 Отчет о результатах						
2	Лист: [Lab8_ZLP.xlsx]Лист1						
3	Отчет создан: 18.04.2019 10:46:23						
4	Результат: Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены						
5	Модуль поиска решения						
6	Модуль: Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ						
7	Время решения: 0 секунд.						
8	Число итераций: 4 Число подзадач: 0						
9	Параметры поиска решения						
10	Максимальное время Без пределов, Число итераций Без пределов, Precision 0,000						
11	Сходимость 0,0001, Размер совокупности 100, Случайное начальное значение 0, Ц						
12	Максимальное число подзадач Без пределов, Максимальное число целочисленны						
13							
14	Ячейка целевой функции (Максимум)						
15	<u>Ячейка</u> <u>Имя</u> <u>Исходное значение</u> <u>Окончательное значение</u>						
16	\$C\$2	Z	0	72			
17							
18							
19	Ячейки переменных						
20	<u>Ячейка</u> <u>Имя</u> <u>Исходное значение</u> <u>Окончательное значение</u> <u>Целочисленное</u>						
21	\$A\$2	x1	0	12	Продолжить		
22	\$B\$2	x2	0	3	Продолжить		

Задание 2.

Задание 2. Для производства двух видов продукции A и B используются материалы трех сортов. На изготовление единицы изделия A расходуется a_1 кг материала 1-го сорта, a_2 кг материала 2-го сорта, a_3 кг материала 3-го сорта. Всего имеется c_1, c_2, c_3 кг материалов 1-го сорта, 2-го сорта и 3-го сорта соответственно. На изготовление единицы изделия B расходуется b_1 кг материала 1-го сорта, b_2 кг материала 2-го сорта, b_3 кг материала 3-го сорта. Реализация единицы продукции A приносит прибыль α рублей. Реализация единицы продукции B приносит прибыль β рублей. Всего имеется c_1, c_2, c_3 кг материалов 1-го сорта, 2-го сорта и 3-го сорта соответственно. При каком объеме производства прибыль будет максимальна? Задачу решить двумя способами (на ЭВМ и геометрически).

Математическая постановка задачи

Найти максимум функции $z = \alpha x_1 + \beta x_2$ при ограничениях:

$$\begin{cases} a_1 x_1 + b_1 x_2 \leq c_1 \\ a_2 x_1 + b_2 x_2 \leq c_2 \\ a_3 x_1 + b_3 x_2 \leq c_3 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Коэффициенты берутся из таблицы в рабочей тетради.

Требуется решить задачу геометрически и на Excel аналогично предыдущему заданию.