

# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ



▶ 2, 4, 8, 16, ...

▶ -1, 3, -9, 27, ...

▶ **Определение:** числовая последовательность

▶  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$

▶ называется геометрической прогрессией, если

▶ каждый ее член, начиная со второго, равен

▶ предыдущему, умноженному на одно и то же

▶ число, не равное нулю, т.е.

▶  $b_{n+1} = b_n \cdot q$ , где  $b_n \neq 0$ ,  $q \neq 0$  для  $\forall n \in N$

▶

▶  $q$  называется **знаменателем** геом. прогрессии

▶  $q = \frac{b_{n+1}}{b_n};$

▶  $2, 4, 8, 16, \dots$        $q=2$

▶  $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$        $q=\frac{1}{3}$

▶  $4, -1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{16}, \dots$        $q=-\frac{1}{4}$

▶  $3, 3, 3, 3, \dots$        $q=1$

- ▶ **Свойство** геометрической прогрессии:
- ▶ Если все члены геометрической прогрессии положительные, то
- ▶  $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$  , т.е.
- ▶ **каждый член, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов.**

▶  $b_2 = b_1 \cdot q$

▶  $b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q \cdot q = b_1 \cdot q^2$

$b_4 = b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^2 \cdot q = b_1 \cdot q^3$  и т.д.

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$  - формула  $n$ -го члена  
геометрической прогрессии

▶ **Задача 1.** Найти пятый член геометрической прогрессии, если  $b_1 = 81$ ,  $q = \frac{1}{3}$ .

▶ **Решение:** по формуле  $n$ -го члена имеем:

▶ 
$$b_5 = b_1 \cdot q^4 = 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{81}{81} = 1$$

**Ответ: 1**

- ▶ **Задача 2.** Число 486 является членом геометрической прогрессии 2, 6, 18, ... .
- ▶ Найти номер этого члена.
- ▶ Решение: находим знаменатель прогрессии
- ▶  $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{6}{2} = 3$  . Подставляя данные в формулу n-го члена, имеем:  $486 = 2 \cdot 3^{n-1}$  или  $243 = 3^{n-1}$
- ▶  $3^5 = 3^{n-1}$
- ▶  $n = 6$                       Ответ: 6

- ▶ **Формула сложных процентов:**

$$b = b_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

- ▶ **Задача:** банк начисляет 4% годовых. Сколько денег получит вкладчик через 5 лет, если он положил на счет 100 000 руб. и не снимал начисления?



▶ **Решение:** искомую сумму денег  $b$  найдем по формуле сложных процентов при  $b_1 = 100\ 000$ ,  $p = 4$ ,  $n = 5$ :

▶  $b = 100\ 000 \cdot (1 + 0,04)^5 = 100\ 000 \cdot 1,04^5 = 121665,29$

- ▶ Задачи: 1) для геометрической прогрессии вычислить
- ▶  $b_4$ , если  $b_1 = 3$  и  $q=10$ ;
- ▶ 2)  $b_5$ , если  $b_1 = 1$  и  $q=-2$ ;
- ▶ 3) найти номер подчеркнутого члена геометр.
- ▶ прогрессии:
- ▶ а) 6, 12, 24, 48, ..., 192, ...:
- ▶ б) 625, 125, 25, 5, ...,  $\frac{1}{25}$ , ... .

- ▶ **Вкладчик 3 января 2012 г. внес в сберегательный банк 300000 рублей. Какой была сумма его вклада на 3 января 2014 г., если сбербанк начислял ежегодно 6% от суммы вклада?**

**Решение: по формуле сложных процентов**

$$b = b_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

**имеем:**

**$b_1 = 300\ 000$ ,  $p = 6$ ,  $n = 2$ , откуда**

$$b = 300\ 000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^2 = 300\ 000 \cdot 1,06^2 = 337\ 080$$

**ОТВЕТ: 337 080**