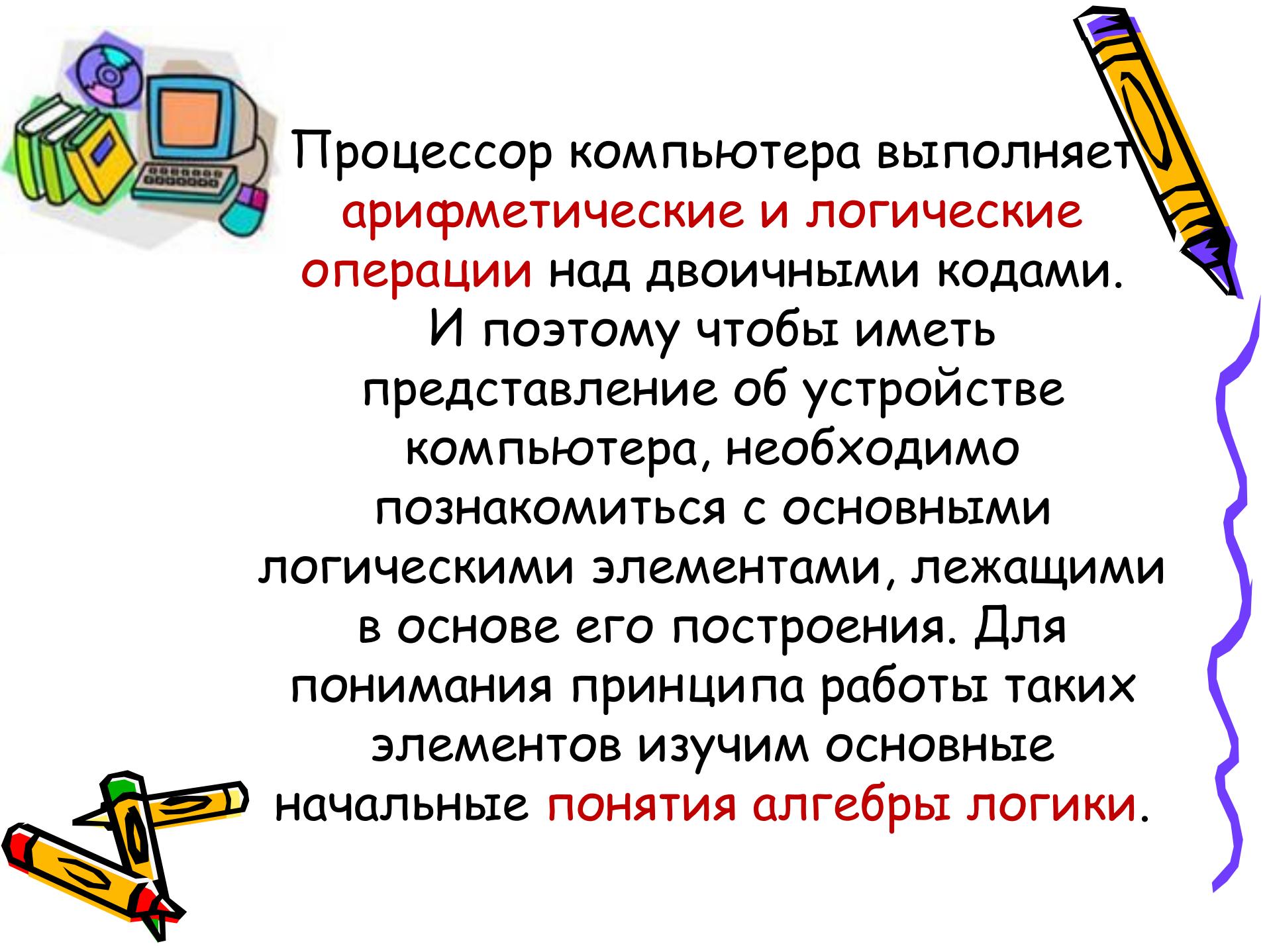


«Основы логики и логические основы построения компьютера»

Из опыта работы Ермаковой В. В., учителя информатики
МБОУ СОШ № 19 города Белово Кемеровской области





Процессор компьютера выполняет
арифметические и логические
операции над двоичными кодами.

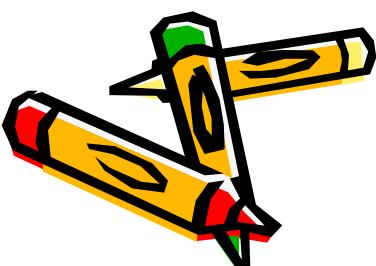
И поэтому чтобы иметь представление об устройстве компьютера, необходимо познакомиться с основными логическими элементами, лежащими в основе его построения. Для понимания принципа работы таких элементов изучим основные начальные **понятия алгебры логики**.

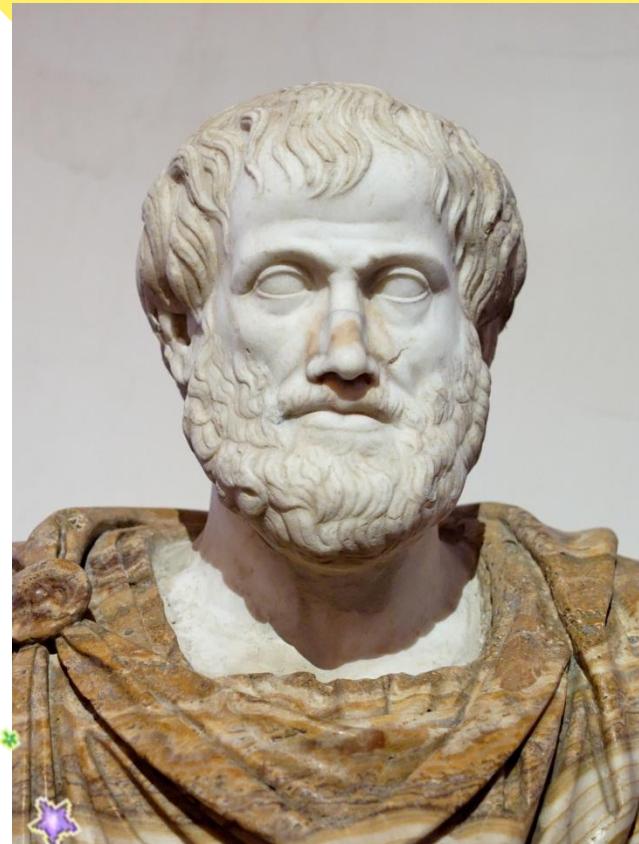


Логика - это наука о формах и способах мышления.

Термин «логика» происходит от древнегреческого *logos*, означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон»

Основными формами мышления являются понятие, высказывание и умозаключение.

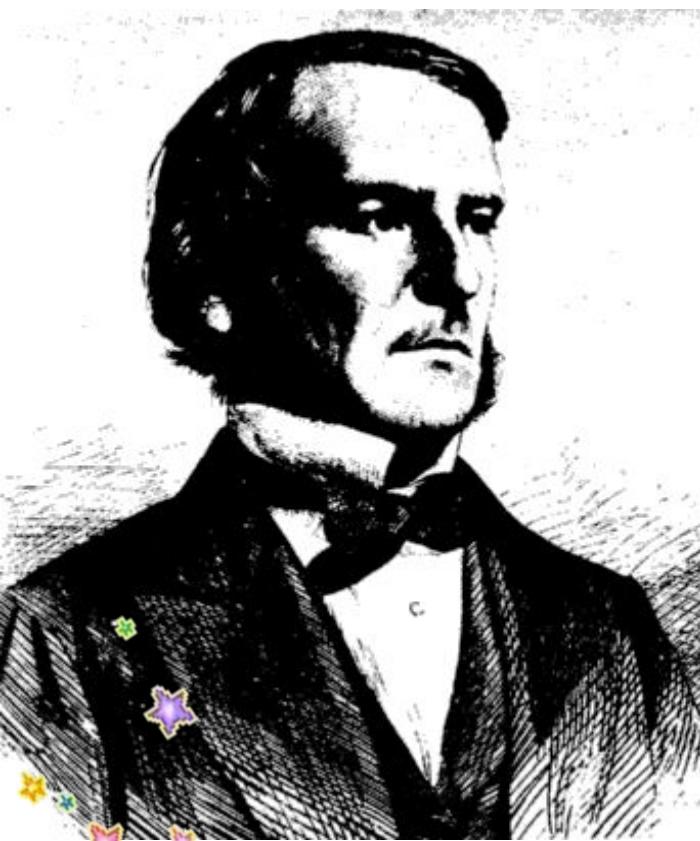




Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил **Аристотель**, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.



Алгебру логики так же называют алгеброй Буля, или булевой алгеброй, по имени английского математика Джорджа Буля, разработавшего в XIX веке ее основные положения.



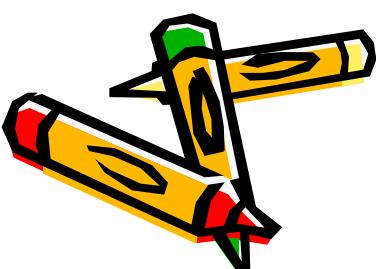
Понятие – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.

Понятие имеет две стороны: содержание и объём.

Например, содержание понятия «персональный компьютер – это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя.»

Объём понятия «персональный компьютер» выражает всю совокупность существующих в настоящее время в мире персональных компьютеров.

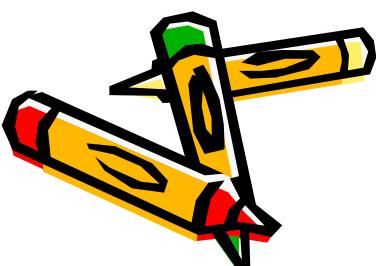
Форма
мышления



Высказывание (суждение) – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов, их свойствах и отношениях между ними.

Форма
мышления

Высказывание могут принимать только два значения – **Истина** (обозначается 1) или **Ложь** (обозначается 0).



Высказывания могут быть **простыми** и **составными**.



Форма
мышления

Простые высказывания

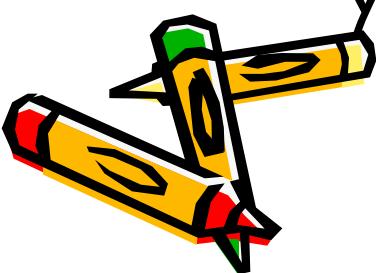
Клубника растёт на деревьях.	(ложь) или (0)
Два умножить на два равно четырём.	(истина) или (1)
Все мальчики занимаются футболом.	(ложь) или (0)
Москва – столица России.	(истина) или (1)



Простое высказывание состоит из одного высказывания и не содержит логической операции.

Составное высказывание содержит высказывания, объединенные логическими операциями.

Например, высказывание «Процессор является устройством обработки информации **и** принтер является устройством печати» является составным высказыванием, состоящим из двух простых, соединённых союзом «и».



Форма
мышления

Сложные высказывания.

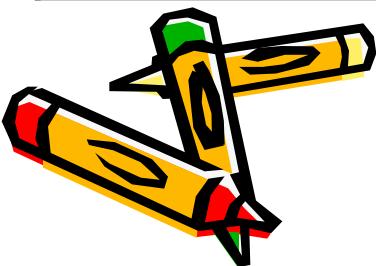
В саду цветут астры и пионы.

Катя любит писать сочинения или решать задачи.

Земля движется по круговой или эллиптической орбите.

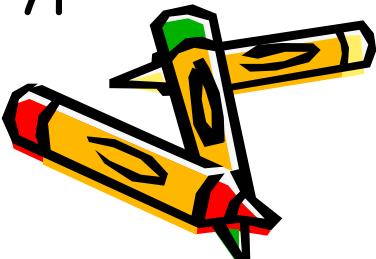
Если на улице дождь, то асфальт мокрый.

Голова думает тогда и только тогда, когда язык отдыхает.



Предикаты

Высказывание состоит из понятий, и его можно сравнить с арифметическим выражением. В математической логике рассматриваются **предикаты**, т. е. функциональные зависимости от неопределённых понятий (терминов), которые можно сравнить с переменными в уравнении.

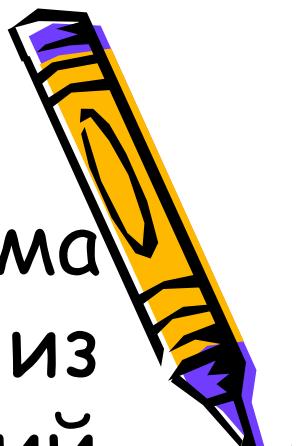


В предикатах 1 порядка один из терминов является неопределенным понятием: « X – человек».

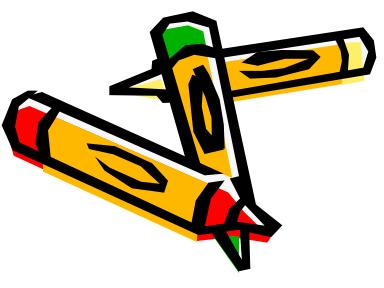
В предикатах 2 порядка два термина неопределены: « X любит Y ».

В предикатах 3 порядка неопределены три термина: « Z – сын X и Y ».

Преобразуем в высказывания:
«Сократ – человек»;
«Ксантиппа любит Сократа»;
«Софрониск – сын Сократа и Ксантиппы»



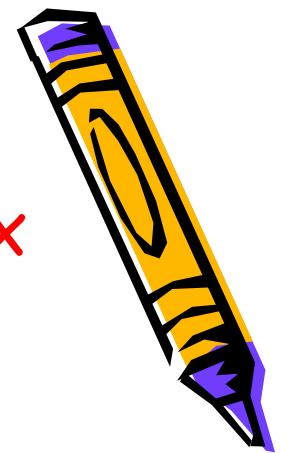
Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из **одного или нескольких высказываний** может быть получено новое высказывание.



Например, если мы имеем высказывание «Все углы треугольника равны», то мы можем путём умозаключения доказать, что в этом случае справедливо высказывание «Это треугольник равносторонний».

В качестве основных логических операций в составных высказываниях используются:

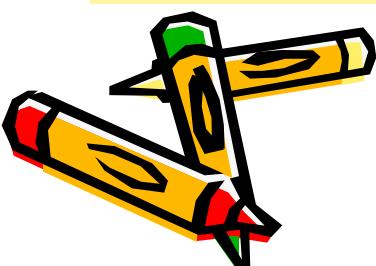
- НЕ (логическое отрицание, **инверсия**)
- ИЛИ (логическое сложение, **дизъюнкция**)
- И (логическое умножение, **конъюнкция**)
- Операция «ЕСЛИ - ТО» (логическое следование, **импликация**)
- Операция «A тогда и только тогда, когда B» (**эквивалентность**, равнозначность)



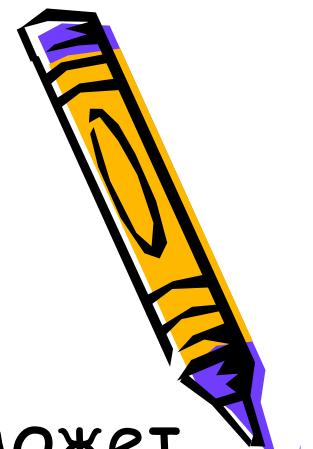
Все операции алгебры логики определяются **таблицами истинности**.

Таблица истинности определяет результат выполнения операции для всех возможных логических значений исходных высказываний.

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются прописными латинскими буквами:
 $A, B, C, D \dots$



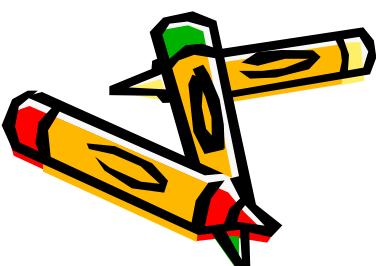
Операция НЕ- логическое отрицание (**инверсия**)



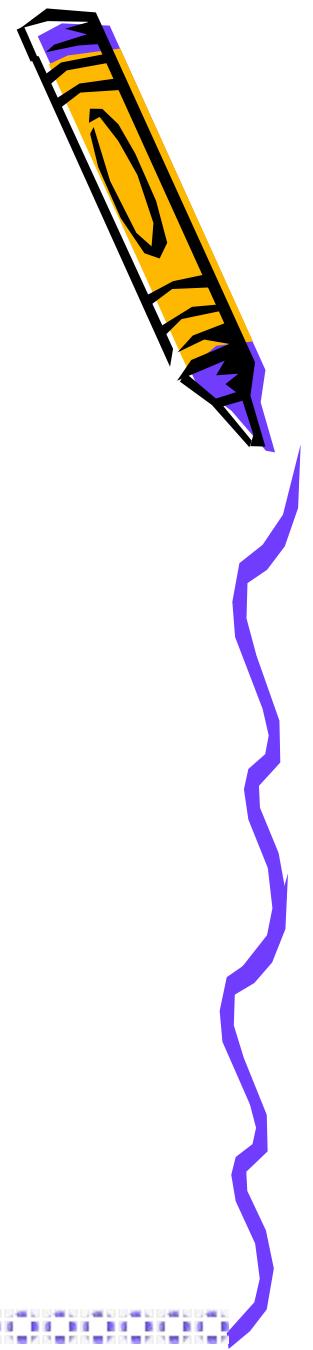
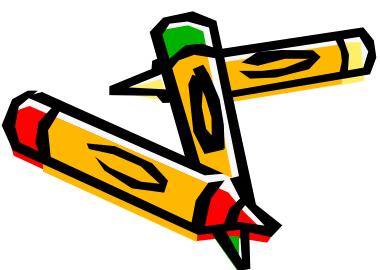
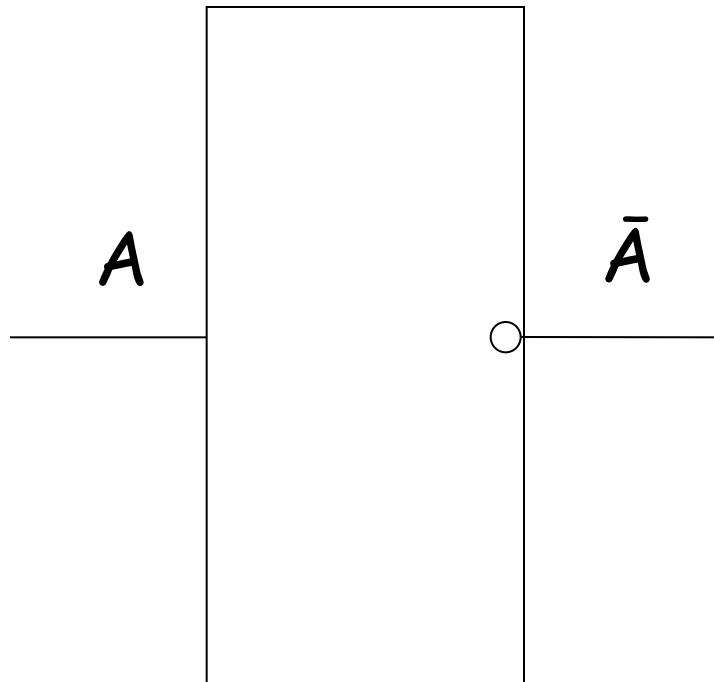
- Логическая операция НЕ применяется к одному аргументу, в качестве которого может быть простое и составное высказывание.
- Обозначение операции НЕ, \bar{A} , not A , $\neg A$.

A	\bar{A}
ложь	истина
истина	ложь

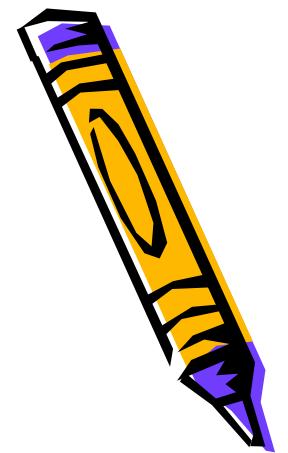
A	\bar{A}
0	1
1	0



Логический элемент инверсия

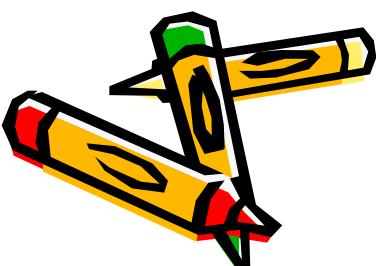


Операция ИЛИ – логическое сложение (дизъюнкция нестрогая, объединение)

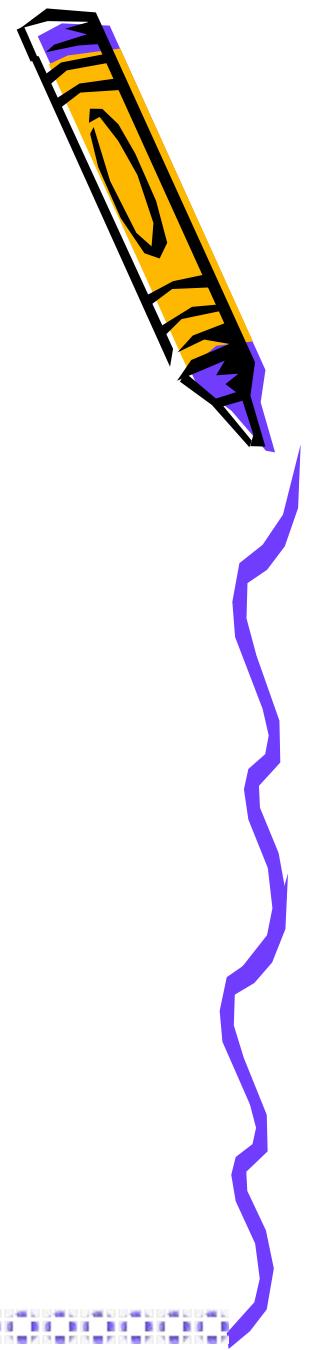
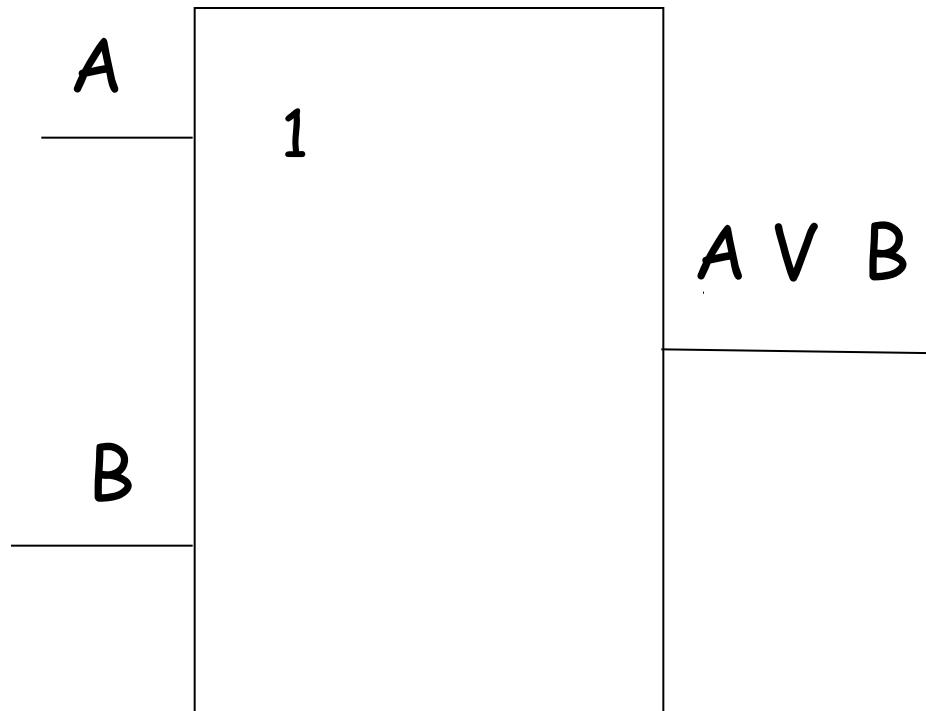


- Выполняет функцию объединения двух высказываний, в качестве которых может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: A или B, A or B, A V B.

A	B	A V B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



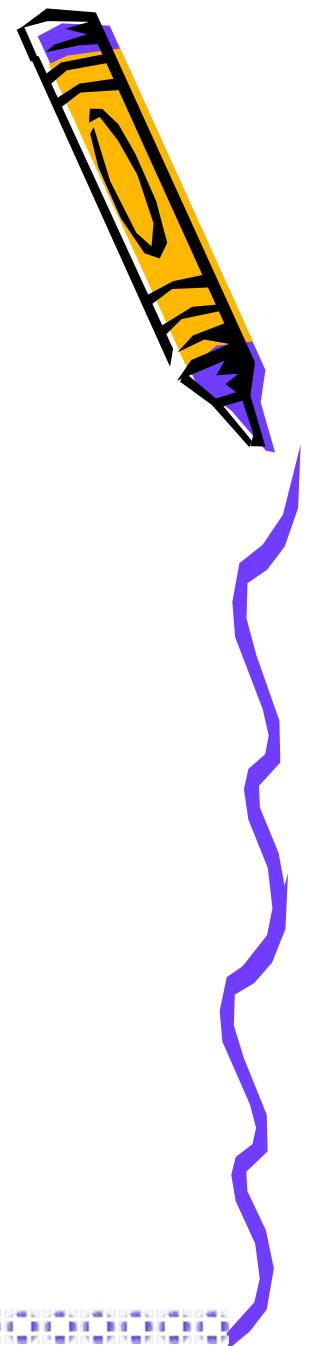
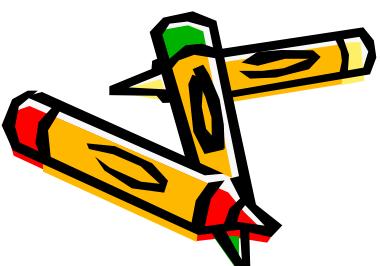
Логический элемент дизъюнкция



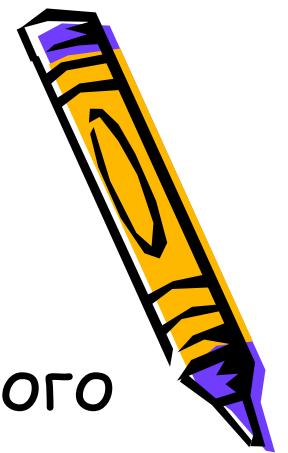
Операция ИЛИ - логическое сложение (дизъюнкция строгая)

Обозначения операции: $A \text{ xor } B$, $A \vee' B$.

A	B	$A \text{ xor } B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

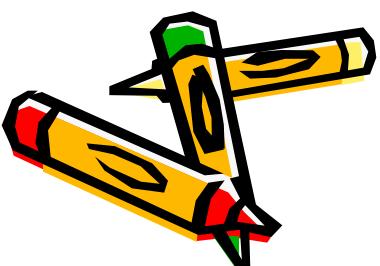


Операция И – логическое умножение (конъюнкция)



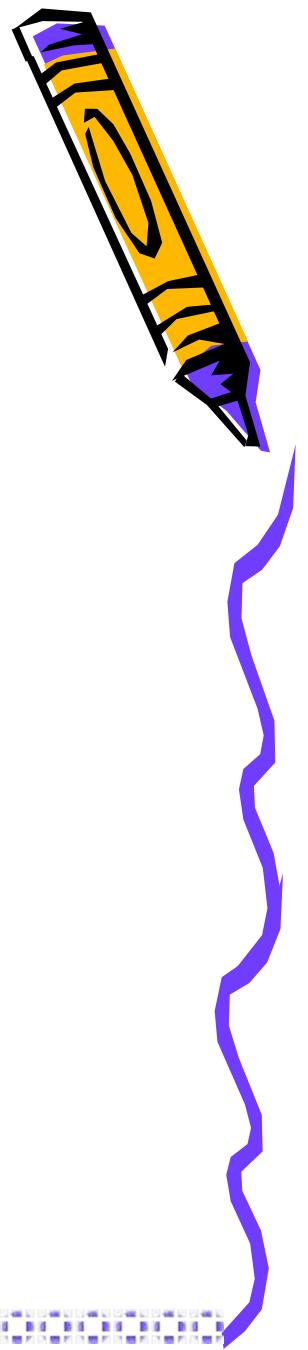
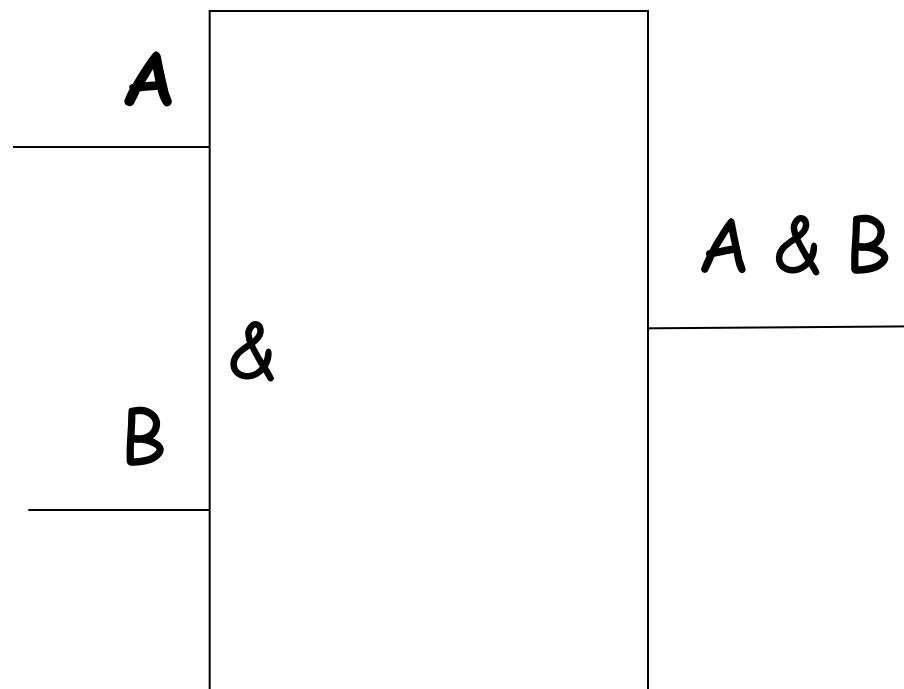
- Выполняет функцию пересечение двух высказываний (аргументов), в качестве которого может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: A и B, A & B, A and B, A Л B.

A	B	A & B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1





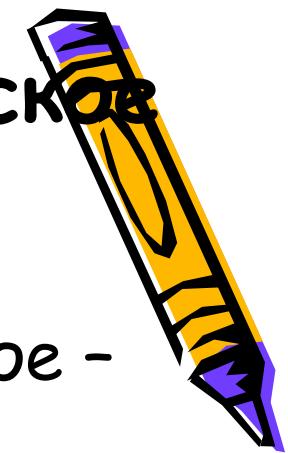
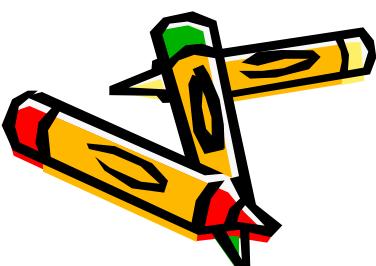
Логический элемент конъюнкция



Операция «ЕСЛИ - ТО» - логическое следование (**импликация**)

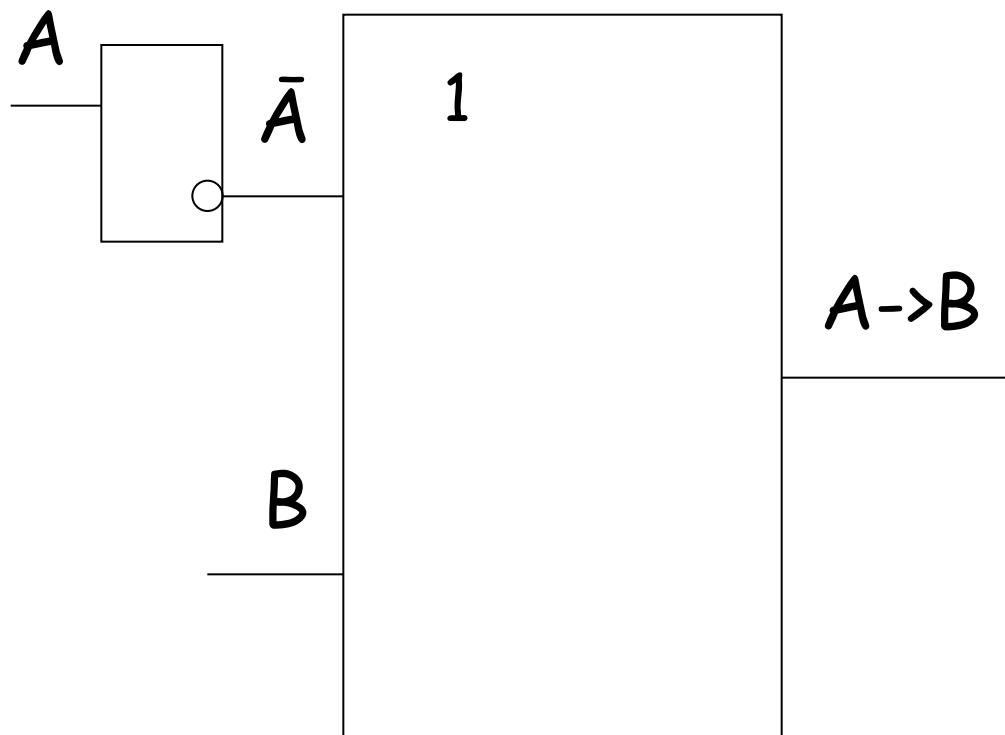
- Связывает два простых высказывания, из которых первое является условием, а второе - следствием из этого условия.
- Обозначения операции: если A, то B; A влечет B; if A then B; $A \rightarrow B$; $A \Rightarrow B$

A	B	Если A, то B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

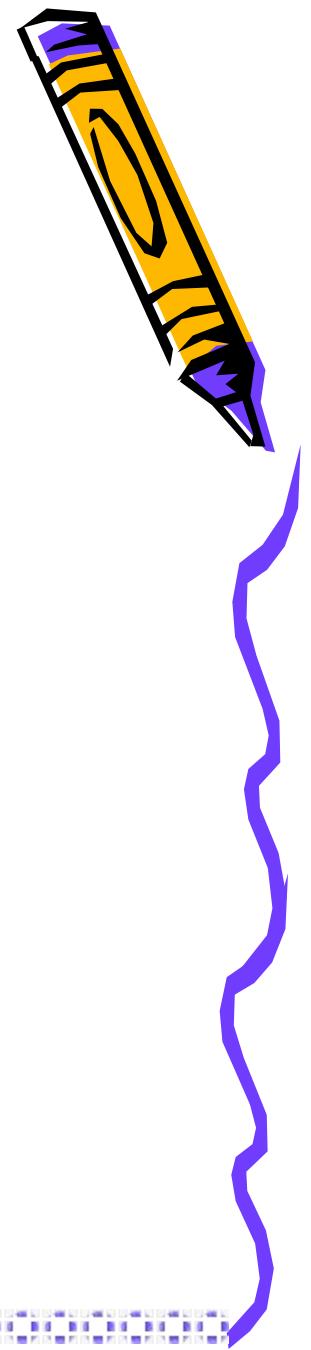




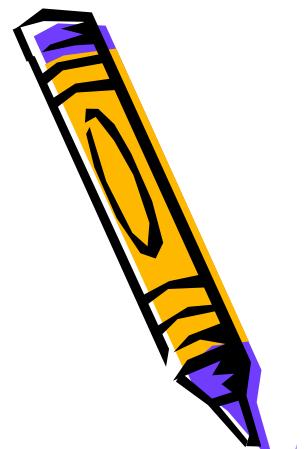
Логический элемент импликация



$$A \rightarrow B$$

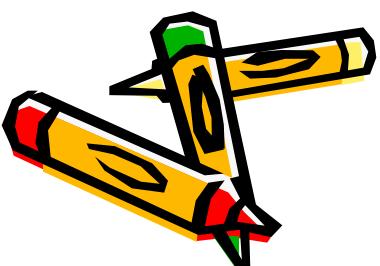


Операция « A тогда и только тогда, когда B » (**эквивалентность, равнозначность**)

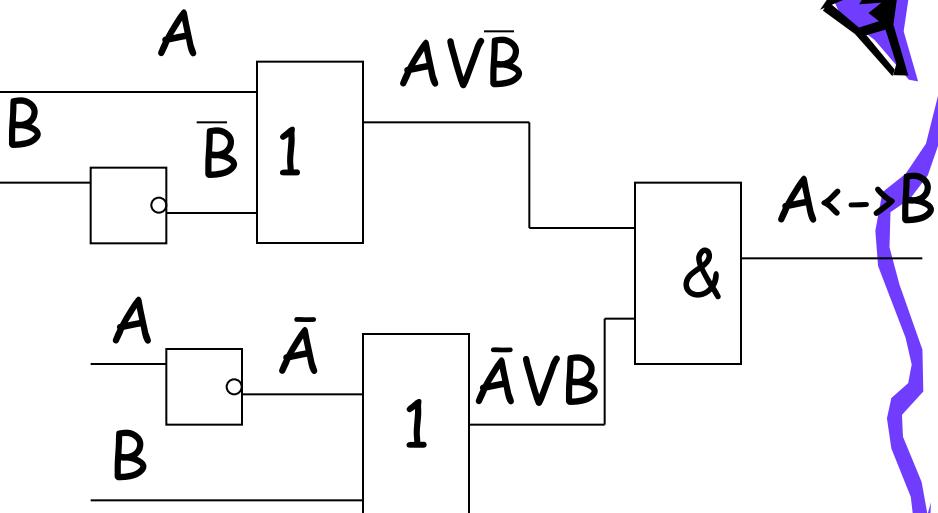
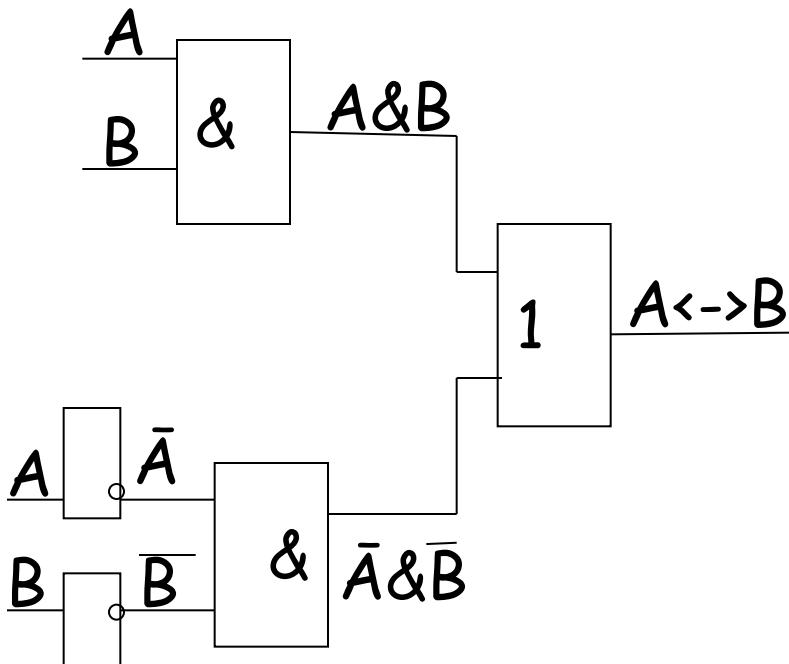


- Обозначения операции: $A \sim B$, $A \Leftrightarrow B$, $A \equiv B$
- Результат операции эквивалентность истинен тогда и только тогда, когда A и B одновременно истины или ложны.

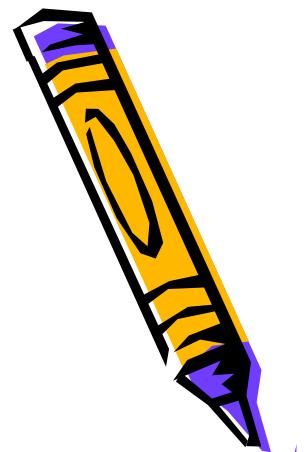
A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Логический элемент эквивалентность



Каждое составное высказывание
можно выразить в виде формулы
(логического выражения).



Логическое выражение(формула) -
содержит логические переменные,
обозначающие высказывания,
соединённые знаками логических
операций.



Приоритет логических высказываний

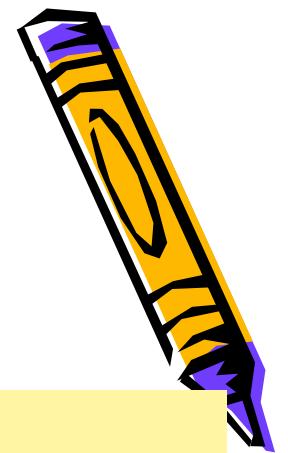
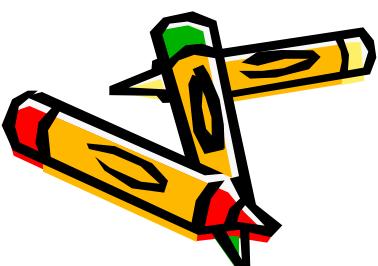
- действия в скобках
- инверсия
- конъюнкция
- дизъюнкция
- импликация
- эквивалентность

Пример:

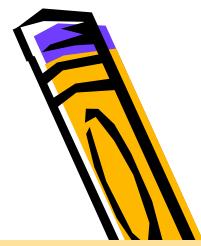
$$U \vee (B \Rightarrow C) \& D \Leftrightarrow \bar{U}$$

Порядок вычисления:

- 1) \bar{U}
- 2) $(B \Rightarrow C)$
- 3) $(B \Rightarrow C) \& D$
- 4) $U \vee (B \Rightarrow C) \& D$
- 5) $U \vee B \Rightarrow C \& D \Leftrightarrow \bar{U}$



Минипрактикум



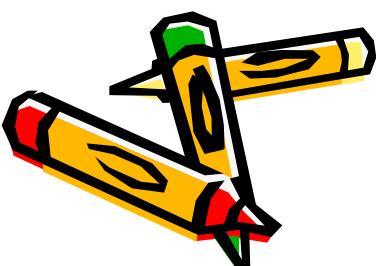
Даны простые
высказывания:

A={Процессор - устройство
для обработки
информации}

B={Сканер - устройство
вывода информации}

C={Монитор - устройство
ввода информации}

D={Клавиатура - устройство
вывода информации}



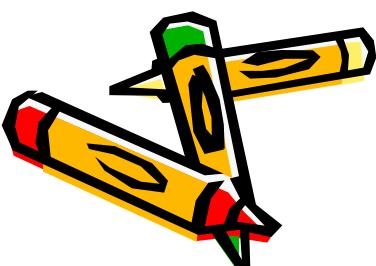
- Определите истинность логических выражений:
 - $(AVB) \Leftrightarrow (C \& D)$;
 - $(A \& B) \rightarrow (C \& D)$;
 - $(AVB) \rightarrow (C \& D)$;
 - $(A \& B) \Leftrightarrow (C \& D)$;
 - $(\bar{A} \rightarrow B) \& (C \& D)$;
 - $(C \Leftrightarrow \bar{A}) \& B \& D$;
 - $(A \& B) V C \Leftrightarrow (A \& C) V (A \& B)$;
 - $(AVB) V C \rightarrow (A \& C \& D) \& (B \& D)$

Проверка

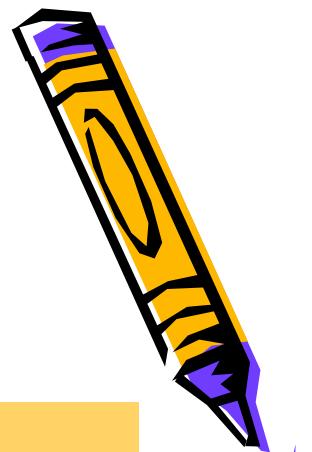
Правильные ответы

- $(AVB) \Leftrightarrow (C \& D) = 0$
- $(A \& B) \rightarrow (CVD) = 1$
- $(AVB) \rightarrow (C \& D) = 0$
- $(A \& B) \Leftrightarrow (CVD) = 1$
- $(\bar{A} \rightarrow B) \& (CVD) = 0$
- $(C \Leftrightarrow \bar{A}) \& B \& D = 0$
- $(A \& B)VC \Leftrightarrow (A \& C) \vee (A \& B) = 1$
- $(AVB)VC \rightarrow (A \& C \& D) \& (BVD) = 0$

- $A=1$
- $B=0$
- $C=0$
- $D=0$



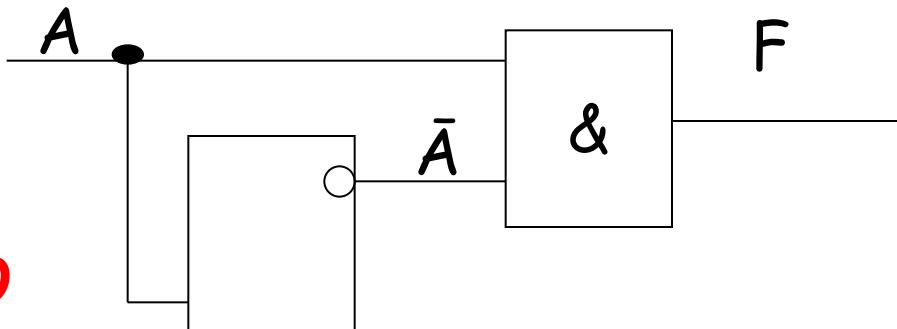
[Назад](#)



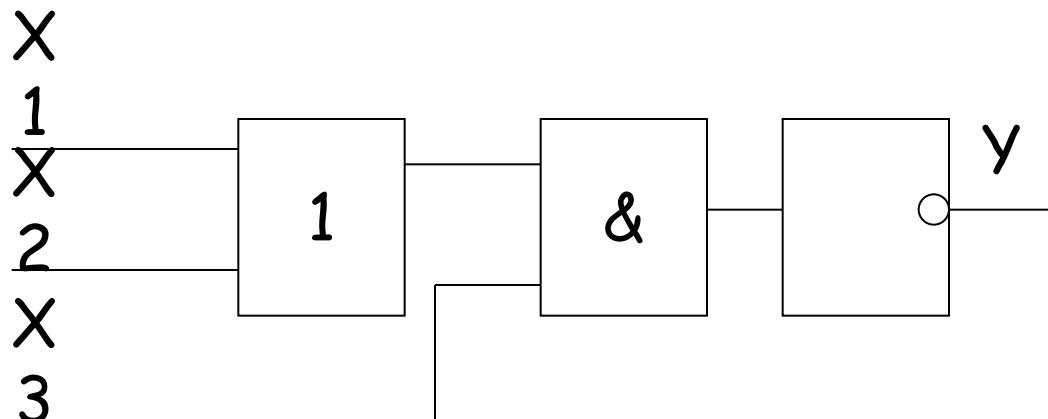
Минипрактикум

Какое значение будет на выходе F схемы?

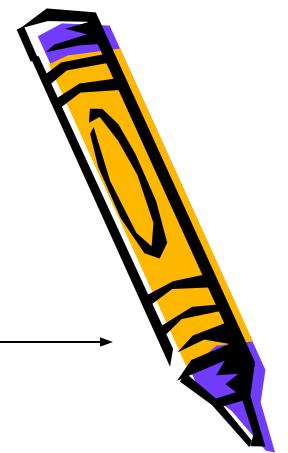
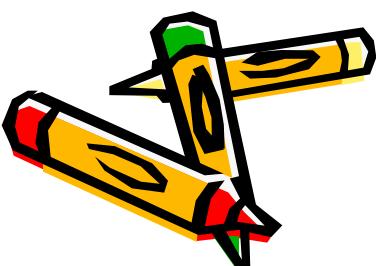
Ответ: Всегда ЛОЖНО



Какая формула отражает логическое преобразование, выполняемое схемой?



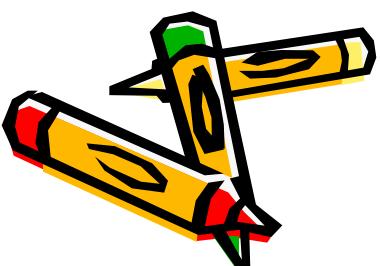
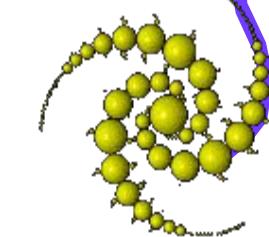
Ответ: $\neg ((X_1 \vee X_2) \wedge X_3)$



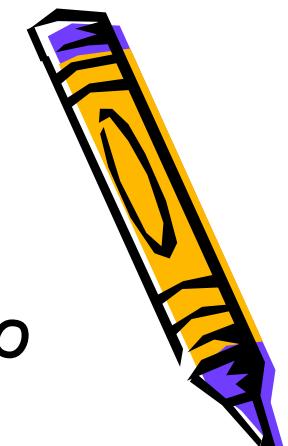


Практическая работа ПК

- Создание в электронных таблицах Microsoft Excel(OpenOffice.org Calc) таблиц истинности логических функций:
 - Конъюнкции
 - Дизъюнкции
 - Инверсии
 - Импликации
 - Эквивалентности



Составление таблиц истинности по логической формуле

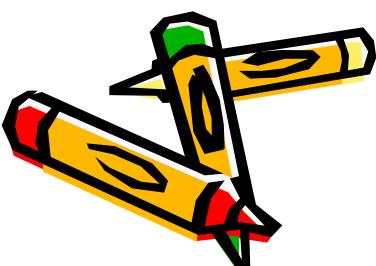


- Количество строк - 2^n , где n - это количество логических переменных
- Количество столбцов - количество логических переменных + количество логических операций.
- Пример: $\bar{A} \& B$

Количество строк = $2^2 = 4$

Количество столбцов = $2 + 2 = 4$

A	B	\bar{A}	$A \& B$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	0



Основные законы булевой алгебры

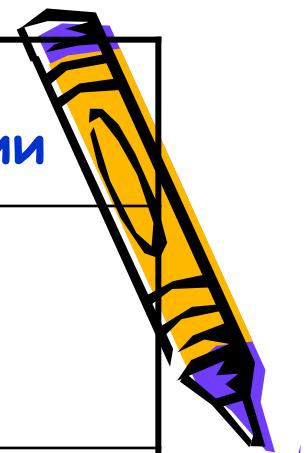
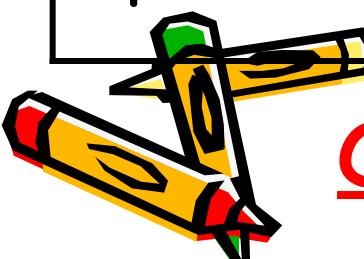


Закон	Для дизъюнкции	Для конъюнкции
1. Ассоциативность	$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$	$A \& (B \& C) = (A \& B) \& C = A \& B \& C$
2. Коммутативность	$A \vee B = B \vee A$	$A \& B = B \& A$
3. Дистрибутивность (распределение)	$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$ $(A \vee B) \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \vee C)$	$(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C)$ $A \& B \vee C \& B = B \& (A \vee C)$
4. Идемпотентность	$A \vee A = A$	$A \& A = A$
5. Инволюция	$\bar{\bar{A}} = A$	



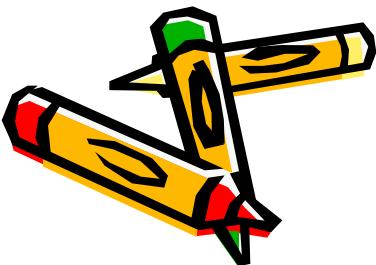
Закон	Для дизъюнкции	Для конъюнкции
6. Действие с абсолютно-истинными высказываниями	$A \vee 1 = 1$	$A \& 1 = A$
7. Действия с абсолютно-ложными высказываниями	$A \vee 0 = A$	$A \& 0 = 0$
8. Законы де Моргана	$\bar{A} \vee B = \bar{A} \& B$	$A \& B = \bar{A} \vee \bar{B}$
9. Закон исключенного третьего и закон непротиворечия	$A \vee \bar{A} = 1$	$A \& \bar{A} = 0$
10. Поглощения	$A \vee (A \& B) = A$	$A \& (A \vee B) = A$
11. Поглощение отрицания	$A \vee (\bar{A} \& B) = A \vee B$	$A \& (\bar{A} \vee B) = A \& B$

Основные законы булевой алгебры



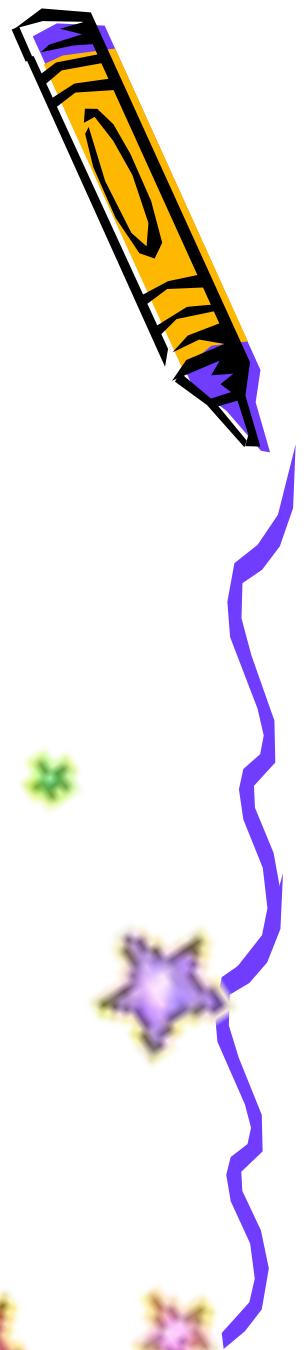
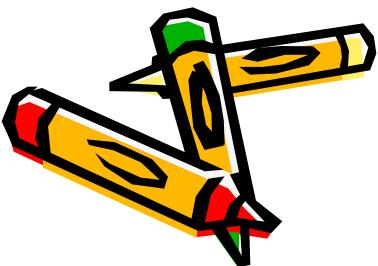
Формула склеивания

- $(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A$
- $(A \vee B) \wedge (A \vee \overline{B}) = A$



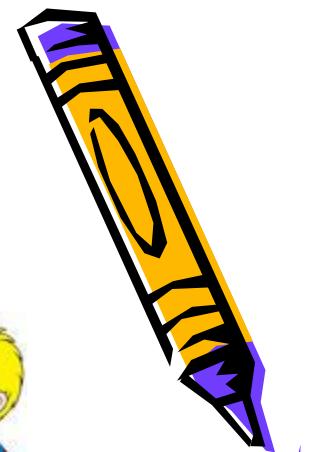
Формулы поглощения

- $A \vee (A \wedge B) = A$
- $A \wedge (A \vee B) = A$
- $A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$
- $A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$

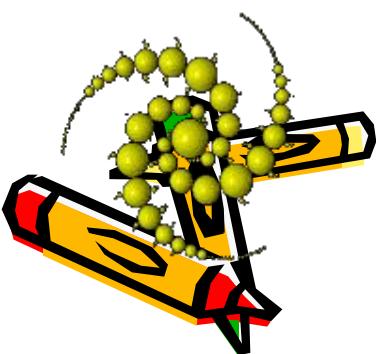




Тестовое задание



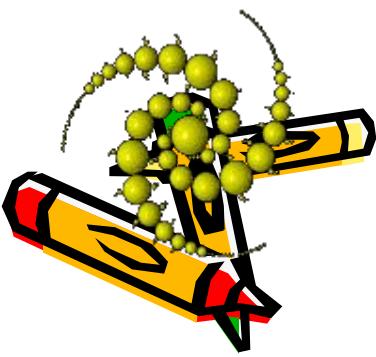
Начать тест





Вопросы и задания по теме «Основы логики»

Зачёт по теме «Основы логики»



Использованные источники



- Угринович, Н. Д. Информатика и ИКТ. Профильный уровень Учебник 10-11 классов/Н. Д. Угинович. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
- Макарова, Н. В. Информатика и ИКТ. Учебник 8-9 класс/Под ред. Проф. Н. В. Макаровой. - СПб.: Питер, 2007.
- [http://ru.wikipedia.org/wiki/%C1%F3%EB%FC,%C4%E6%EE%FO%E4%E6](http://ru.wikipedia.org/wiki/%C1%F3%EB%FC,_%C4%E6%EE%FO%E4%E6)
- <http://ru.wikipedia.org/wiki/%C0%F0%E8%F1%F2%EE%F2%E5%EB%FC>
- <http://yandex.ru/yandsearch?text=%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0+%D0%B8+%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&lr=64>

