

АЛГЕБРА

ЛОГИКИ



Логические операции

Логическая операция – способ построения сложного высказывания из простых высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности простых высказываний.

Правила выполнения логических операций отражаются в таблицах, которые называются *таблицами истинности*.

Таблица истинности - это табличное представление логической операции, в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных операндов вместе со значением истинности результата операции для каждого из этих сочетаний.

Логическая операция КОНЪЮНКЦИЯ (лат. Conjunctio – связываю):

- В естественном языке соответствует союзу **И**;
- В математической логике обозначение: **&** , **\wedge** или **\cdot** ;
- В языках программирования: **AND**;
- Иное название: **логическое умножение**.
- Конъюнкция – двухместная операция; записывается в виде: **$A \& B$** , **$A \wedge B$** , **$A \cdot B$** . **Значение такого выражения будет ЛОЖЬ, если хотя бы значение одного из высказываний ложно.**

Пример.

1. **A** = На автостоянке стоит «Мерседес»
B = На автостоянке стоят «Жигули»
A & B = На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»
2. **A** = Число 6 делится на 3
B = Число 6 делится на 2
A & B = Число 6 делится на 3 и на 2

Таблица истинности
КОНЪЮНКЦИИ :

A	B	A & B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (лат. Disjunctio – различаю):

- В естественном языке соответствует союзу **ИЛИ**;
- В математической логике обозначение: \vee , +;
- В языках программирования: **OR**;
- Иное название: **логическое сложение**.
- Дизъюнкция – двухместная операция; записывается в виде: $A \vee B$. **Значение такого выражения будет ИСТИНА, если хотя бы значение одного из высказываний истинно.**

Пример.

1. A = На автостоянке стоит «Мерседес»
 B = На автостоянке стоят «Жигули»
 $A \vee B$ = На автостоянке стоит «Мерседес» или «Жигули»
2. A = Число 8 делится на 3
 B = Число 8 делится на 2
 $A \vee B$ = Число 8 делится на 3 или на 2

Таблица истинности
ДИЗЪЮНКЦИИ:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логическая операция ИНВЕРСИЯ (лат. *Inversio* – переворачиваю):

- В естественном языке соответствует частице **НЕ**;
 - В математической логике обозначение: $\neg A$ или \overline{A} ;
 - В языках программирования: **NOT**;
 - Иное название: **логическое отрицание**.
- Инверсия – унарная (одноместная) операция;
записывается в виде: $\neg A$ или \overline{A}

Пример.

1. A = Я знаю китайский язык
 \overline{A} = Я не знаю китайский язык
2. A = Число 8 делится на 2
 \overline{A} = Число 8 не делится на 2

Таблица ИСТИННОСТИ ИНВЕРСИИ:	
A	$\neg A$
0	1
1	0

Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (лат. *Implicatio* – тесно связываю):

- В естественном языке соответствует обороту **ЕСЛИ ..., ТО ...**;
- В математической логике обозначение: \Rightarrow или \rightarrow ;
- Иное название: **логическое следование**.
- Импликация – двухместная операция; записывается в виде: $A \Rightarrow B$. **Значение такого выражения будет ЛОЖЬ тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложь.**

Пример.

A = Выглядит солнце

B = Станет тепло

$A \Rightarrow B$ = Если на улице солнце, то станет тепло

C = Станет холодно

$A \Rightarrow C$ = Если на улице солнце, то станет холодно

В обычной речи связка “если ..., то” описывает причинно-следственную связь между высказываниями. Но в логических операциях смысл высказываний не учитывается. Рассматривается только их истинность или ложность. Поэтому не надо смущаться “бессмысленностью” импликаций, образованных высказываниями, совершенно не связанными по содержанию. Например, такими:
“если президент США — демократ, то в Африке водятся жирафы”,
“если арбуз — ягода, то в бензоколонке есть бензин”.

Таблица
ИСТИННОСТИ
ИМПЛИКАЦИИ:

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

(лат. *Aequivalens* – равноценное):

- В естественном языке соответствует оборотам **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА** и **В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ СЛУЧАЕ**;
- В математической логике обозначение: \Leftrightarrow или \leftrightarrow или \equiv ;
- Иное название: **равнозначность**.
- Эквивалентность – двухместная операция; записывается в виде: $A \Leftrightarrow B$. **Значение такого выражения будет ИСТИНА тогда и только тогда, когда оба простых высказывания одновременно истинны или ложны.**
- *Пример.*
 - A = Людоед голоден
 - B = Он давно не ел
 - $A \Leftrightarrow B$ = Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел.

Таблица истинности
ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логические операции имеют следующий приоритет:

Порядок выполнения логических операций задается круглыми скобками. Но для уменьшения числа скобок договорились считать, что сначала выполняется операция отрицания (“не”), затем конъюнкция (“и”), после конъюнкции — дизъюнкция (“или”) и в последнюю очередь — импликация (“следование”) или эквивалентность (“равнозначность”).

В помощь. Набор данных для 3-х переменных.

A	B	C	
0	0	0	0
0	0	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

Выполните самостоятельную работу на
листочке и отправьте в ЭЖ

Самостоятельная работа по теме: Таблица истинности.
2 вариант.

1. Постройте таблицы истинности для следующих формул:

a) $(A \vee B) \rightarrow A$;

b) $A \wedge B \rightarrow B$;

c) $B \rightarrow (B \vee A)$;

d) $\overline{(A \rightarrow B)} \rightarrow (A \rightarrow \overline{B} \rightarrow \overline{A})$;

e) $(A \rightarrow (P \rightarrow B)) \rightarrow (B \vee P)$.

Дорошева, Зуб, Кудрявцева, Савинцев,
Хохлов, Шадрин

Самостоятельная работа по теме: Таблица истинности.

1 вариант.

1. Постройте таблицы истинности для следующих формул:

a) $A \vee (B \wedge A)$;

b) $A \wedge B \rightarrow A$;

c) $A \rightarrow (B \vee A)$;

d) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A})$;

e) $(A \vee B) \wedge P \rightarrow A \wedge B$.

Горева, Знаменская, Иванова, Логинов,
Халявина, Чедова