

*АЛГЕБРА*

*ЛОГИКИ*



# Логические операции

**Логическая операция** – способ построения сложного высказывания из простых высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности простых высказываний.

Правила выполнения логических операций отражаются в таблицах, которые называются *таблицами истинности*.

**Таблица истинности** - это табличное представление логической операции, в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных операндов вместе со значением истинности результата операции для каждого из этих сочетаний.

# Логическая операция КОНЪЮНКЦИЯ (лат. Conjunctio – связываю):

- В естественном языке соответствует союзу **И**;
- В математической логике обозначение: **&** ,  $\wedge$  или  $\cdot$  ;
- В языках программирования: **AND**;
- Иное название: **логическое умножение**.
- Конъюнкция – двухместная операция; записывается в виде:  $A \& B$  ,  $A \wedge B$  ,  $A \cdot B$ . **Значение такого выражения будет ЛОЖЬ, если хотя бы значение одного из высказываний ложно.**

*Пример.*

1.  $A$  = На автостоянке стоит «Мерседес»  
 $B$  = На автостоянке стоят «Жигули»  
 $A \& B$  = На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»
2.  $A$  = Число 6 делится на 3  
 $B$  = Число 6 делится на 2  
 $A \& B$  = Число 6 делится на 3 и на 2

Таблица истинности  
КОНЪЮНКЦИИ :

A	B	A & B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (лат. Disjunctio – различаю):

- В естественном языке соответствует союзу **ИЛИ**;
- В математической логике обозначение:  $\vee$ , +;
- В языках программирования: **OR**;
- Иное название: **логическое сложение**.
- Дизъюнкция – двухместная операция; записывается в виде:  $A \vee B$ . **Значение такого выражения будет ИСТИНА, если хотя бы значение одного из высказываний истинно.**

*Пример.*

1.  $A$  = На автостоянке стоит «Мерседес»  
 $B$  = На автостоянке стоят «Жигули»  
 $A \vee B$  = На автостоянке стоит «Мерседес» или «Жигули»
2.  $A$  = Число 8 делится на 3  
 $B$  = Число 8 делится на 2  
 $A \vee B$  = Число 8 делится на 3 или на 2

Таблица истинности  
ДИЗЪЮНКЦИИ:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Логическая операция ИНВЕРСИЯ (лат. *Inversio* – переворачиваю):

- В естественном языке соответствует частице **НЕ**;
  - В математической логике обозначение:  $\neg A$  или  $\overline{A}$  ;
  - В языках программирования: **NOT**;
  - Иное название: **логическое отрицание**.
- Инверсия – унарная (одноместная) операция;  
записывается в виде:  $\neg A$  или  $\overline{A}$

*Пример.*

1.  $A$  = Я знаю китайский язык  
 $\overline{A}$  = Я не знаю китайский язык
2.  $A$  = Число 8 делится на 2  
 $\overline{A}$  = Число 8 не делится на 2

Таблица ИСТИННОСТИ ИНВЕРСИИ:	
$A$	$\neg A$
0	1
1	0

# Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (лат. *Implicatio* – тесно связываю):

- В естественном языке соответствует обороту **ЕСЛИ ..., ТО ...**;
- В математической логике обозначение:  $\Rightarrow$  или  $\rightarrow$ ;
- Иное название: **логическое следование**.
- Импликация – двухместная операция; записывается в виде:  $A \Rightarrow B$ . **Значение такого выражения будет ЛОЖЬ тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложь.**

Пример.

A = Выглядит солнце

B = Станет тепло

$A \Rightarrow B$  = Если на улице солнце, то станет тепло

C = Станет холодно

$A \Rightarrow C$  = Если на улице солнце, то станет холодно

В обычной речи связка “если ..., то” описывает причинно-следственную связь между высказываниями. Но в логических операциях смысл высказываний не учитывается. Рассматривается только их истинность или ложность. Поэтому не надо смущаться “бессмысленностью” импликаций, образованных высказываниями, совершенно не связанными по содержанию. Например, такими:  
“если президент США — демократ, то в Африке водятся жирафы”,  
“если арбуз — ягода, то в бензоколонке есть бензин”.

Таблица  
ИСТИННОСТИ  
ИМПЛИКАЦИИ:

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

(лат. *Aequivalens* – равноценное):

- В естественном языке соответствует оборотам **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА** и **В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ СЛУЧАЕ**;
- В математической логике обозначение:  $\Leftrightarrow$  или  $\leftrightarrow$  или  $\equiv$ ;
- Иное название: **равнозначность**.
- Эквивалентность – двухместная операция; записывается в виде:  $A \Leftrightarrow B$ . **Значение такого выражения будет ИСТИНА тогда и только тогда, когда оба простых высказывания одновременно истинны или ложны.**
- *Пример.*
  - $A$  = Людоед голоден
  - $B$  = Он давно не ел
  - $A \Leftrightarrow B$  = Людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел.

Таблица истинности  
ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Логические операции имеют следующий приоритет:

Порядок выполнения логических операций задается круглыми скобками. Но для уменьшения числа скобок договорились считать, что сначала выполняется операция отрицания (“не”), затем конъюнкция (“и”), после конъюнкции — дизъюнкция (“или”) и в последнюю очередь — импликация (“следование”) или эквивалентность (“равнозначность”).



В помощь. Набор данных для 3-х переменных.

A	B	C	
0	0	0	0
0	0	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

Выполните самостоятельную работу на  
листочке и отправьте в ЭЖ

Самостоятельная работа по теме: Таблица истинности.  
2 вариант.

1. Постройте таблицы истинности для следующих формул:

a)  $(A \vee B) \rightarrow A$ ;

b)  $A \wedge B \rightarrow B$ ;

c)  $B \rightarrow (B \vee A)$ ;

d)  $\overline{(A \rightarrow B)} \rightarrow (A \rightarrow \overline{B} \rightarrow \overline{A})$ ;

e)  $(A \rightarrow (P \rightarrow B)) \rightarrow (B \vee P)$ .

Дорошева, Зуб, Кудрявцева, Савинцев,  
Хохлов, Шадрин

Самостоятельная работа по теме: Таблица истинности.

1 вариант.

1. Постройте таблицы истинности для следующих формул:

a)  $A \vee (B \wedge A)$ ;

b)  $A \wedge B \rightarrow A$ ;

c)  $A \rightarrow (B \vee A)$ ;

d)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A})$ ;

e)  $(A \vee B) \wedge P \rightarrow A \wedge B$ .

Горева, Знаменская, Иванова, Логинов,  
Халявина, Чедова