

# Задача о смесях



Выполнила  
ученица 11 А класса  
Елисеева Анна

Проверила  
учитель  
Кирилкина Н.А.



# Задача

Имеются три раствора:

**Первый** содержит 80% кислоты и 20% воды,

**Второй** - 60% соли и 40% воды,

**Третий** - по 20% соли и кислоты, 60% воды.

Из них необходимо приготовить **НОВЫЙ** раствор, содержащий 30% воды.

**Какое наименьшее и какое наибольшее** процентное содержание соли может быть в этом новом растворе?

# 1 способ решения

- ❖ масса нового раствора = 1,
- ❖  $x$ -масса I раствора,
- ❖  $y$ -масса II раствора,
- ❖  $z$ -масса III раствора;

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

По условию  $x+y+z=1$ .

# В новый раствор входит:

- ✓ из I раствора -  
0,2x воды и 0,8x кислоты,
- ✓ из II раствора -  
0,4y воды и 0,6y соли,
- ✓ из III раствора -  
0,2z кислоты; 0,6z воды; 0,2z соли

Масса воды в новом растворе  
 $1 \cdot 0,3 = 0,3$

**имеем:**

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 0,2x + 0,4y + 0,6z = 0,3 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \end{cases}$$

Пусть  $t$ -содержание соли в новом растворе, тогда  $t = 0,6y + 0,2z$  **(1)**

**Исключим из системы  
переменную X :**

$$\begin{cases} -2x - 2y - 2z = -2 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \end{cases}$$

$$2y + 4z = 1, \text{ отсюда } y = \frac{1-4z}{2}$$

$$\text{Т.к. } y \geq 0, \text{ то } 1-4z \geq 0; z \leq \frac{1}{4}$$

В уравнение **(1)**  $t=0,6y+0,2z$  подставим  $y=\frac{1-4z}{2}$

$$t=\frac{0,6(1-4z)}{2} + 0,2z=0,3(1-4z)+0,2z=0,3-z,$$

где  $0 \leq z \leq \frac{1}{4}$

**$t=0,3-z$**  – убывающая функция, значит, наименьшее значение **t** принимает при  $z=\frac{1}{4}$ , а наибольшее значение – при  $z=0$ .

$$t(z=0)=0,3, \quad p=30\%;$$

$$t(z=\frac{1}{4})=0,3-0,25=0,05, \quad p=5\%.$$

Следовательно,  $5\% \leq p \leq 30\%$

## 2 способ решения

Т.к. в новом растворе 30% воды, а во II-м и в III-м соответственно 40% и 60%, то требуемый раствор невозможно получить только из II и III растворов, значит, масса I-го раствора – ненулевая.

Обозначим массу I раствора через  $z$ , массу II раствора -  $x$ , массу III раствора -  $y$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .





**Тогда масса воды в новом  
растворе составляет:**

$$0,3(1+x+y)=0,2 \cdot 1+0,4x+0,6y$$

$$3(1+x+y)=2+4x+6y$$

$$x+3y=1$$

$$x=1-3y$$

Т.к.  $x \geq 0$ , то  $1-3y \geq 0$ ,  $y \leq \frac{1}{3}$

Пусть **P** - процентное содержание соли в новом растворе, тогда:

$$P = \frac{0,6x + 0,2y}{1 + x + y} \cdot 100\%$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{0,6(1-3y) + 0,2y}{1 + (1-3y) + y} \cdot 100 = \\ &= \frac{(0,6 - 1,6y)100}{2 - 2y} = \frac{50(0,6 - 1,6y)}{1 - y}; \end{aligned}$$

$$P = \frac{30 - 80y}{1 - y}, \text{ где } 0 \leq y \leq \frac{1}{3}.$$

$$P'(y) = \left( \frac{30 - 80y}{1 - y} \right)' = \frac{-80(1 - y) - (30 - 80y) \cdot (-1)}{(1 - y)^2} = \frac{-50}{(1 - y)^2}$$

Т.к.  $P'(y) < 0$  на интервале  $(0; \frac{1}{3})$ , то функция  $P(y)$  убывает на отрезке  $[0; \frac{1}{3}]$ . Следовательно, наименьшее значение  $P(y)$  достигает в точке  $\frac{1}{3}$ , а наибольшее – в точке 0.

$$P\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{30 - 80 \cdot \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{2}{3}} = 5, \quad P(0) = \frac{30}{1} = 30$$

Итак,  $5\% \leq P \leq 30\%$

Ответ: 5%, 30%

