

Задача о смесях



Выполнила
ученица 11 А класса
Елисеева Анна

Проверила
учитель
Кирилкина Н.А.



Задача

Имеются три раствора:

Первый содержит 80% кислоты и 20% воды,

Второй - 60% соли и 40% воды,

Третий - по 20% соли и кислоты, 60% воды.

Из них необходимо приготовить **НОВЫЙ** раствор, содержащий 30% воды.

Какое наименьшее и какое наибольшее процентное содержание соли может быть в этом новом растворе?

1 способ решения

- ❖ масса нового раствора = 1,
- ❖ x -масса I раствора,
- ❖ y -масса II раствора,
- ❖ z -масса III раствора;

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

По условию $x+y+z=1$.

В новый раствор входит:

- ✓ из I раствора -
0,2x воды и 0,8x кислоты,
- ✓ из II раствора -
0,4y воды и 0,6y соли,
- ✓ из III раствора -
0,2z кислоты; 0,6z воды; 0,2z соли

Масса воды в новом растворе
 $1 \cdot 0,3 = 0,3$

имеем:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 0,2x + 0,4y + 0,6z = 0,3 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \end{cases}$$

Пусть t -содержание соли в новом растворе, тогда $t = 0,6y + 0,2z$ **(1)**

**Исключим из системы
переменную X :**

$$\begin{cases} -2x - 2y - 2z = -2 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \end{cases}$$

$$2y + 4z = 1, \text{ отсюда } y = \frac{1-4z}{2}$$

$$\text{Т.к. } y \geq 0, \text{ то } 1-4z \geq 0; z \leq \frac{1}{4}$$

В уравнение **(1)** $t=0,6y+0,2z$ подставим $y=\frac{1-4z}{2}$

$$t=\frac{0,6(1-4z)}{2} + 0,2z=0,3(1-4z)+0,2z=0,3-z,$$

где $0 \leq z \leq \frac{1}{4}$

$t=0,3-z$ – убывающая функция, значит, наименьшее значение **t** принимает при $z=\frac{1}{4}$, а наибольшее значение – при $z=0$.

$$t(z=0)=0,3, \quad p=30\%;$$

$$t(z=\frac{1}{4})=0,3-0,25=0,05, \quad p=5\%.$$

Следовательно, $5\% \leq p \leq 30\%$

2 способ решения

Т.к. в новом растворе 30% воды, а во II-м и в III-м соответственно 40% и 60%, то требуемый раствор невозможно получить только из II и III растворов, значит, масса I-го раствора – ненулевая.

Обозначим массу I раствора через 1 , массу II раствора - x , массу III раствора - y , $x \geq 0$, $y \geq 0$.



**Тогда масса воды в новом
растворе составляет:**

$$0,3(1+x+y)=0,2 \cdot 1+0,4x+0,6y$$

$$3(1+x+y)=2+4x+6y$$

$$x+3y=1$$

$$x=1-3y$$

Т.к. $x \geq 0$, то $1-3y \geq 0$, $y \leq \frac{1}{3}$

Пусть **P** - процентное содержание соли в новом растворе, тогда:

$$P = \frac{0,6x + 0,2y}{1 + x + y} \cdot 100\%$$

$$P = \frac{0,6(1 - 3y) + 0,2y}{1 + (1 - 3y) + y} \cdot 100 =$$

$$= \frac{(0,6 - 1,6y)100}{2 - 2y} = \frac{50(0,6 - 1,6y)}{1 - y};$$

$$P = \frac{30 - 80y}{1 - y}, \text{ где } 0 \leq y \leq \frac{1}{3}.$$

$$P'(y) = \left(\frac{30 - 80y}{1 - y} \right)' = \frac{-80(1 - y) - (30 - 80y) \cdot (-1)}{(1 - y)^2} = \frac{-50}{(1 - y)^2}$$

Т.к. $P'(y) < 0$ на интервале $(0; \frac{1}{3})$, то функция $P(y)$ убывает на отрезке $[0; \frac{1}{3}]$. Следовательно, наименьшее значение $P(y)$ достигает в точке $\frac{1}{3}$, а наибольшее – в точке 0.

$$P\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{30 - 80 \cdot \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{2}{3}} = 5, \quad P(0) = \frac{30}{1} = 30$$

Итак, $5\% \leq P \leq 30\%$

Ответ: 5%, 30%

