

**ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ**

**Лекция**

**по учебной дисциплине «Цифровая схемотехника и  
обработка сигналов»**

**(Д-0205-1)**

**Тема № 9: «Описание ЛДС в частотной области»  
Занятие № 34: «Эффекты квантования чисел в  
цифровых цепях»**

Руководитель занятия – доцент кафедры, к.т.н., доцент,  
полковник Филимонов Василий Александрович

г. Санкт-Петербург

2018





# Учебные цели:

- 1. Изучить процесс формирования шума (ошибок) квантования и свойства шума квантования.**
- 2. Дать представление о способах квантования и кодирования чисел в системах ЦОС.**
- 3. Изучить влияние шума квантования АЦП.**



# Учебные вопросы:

1. Способы квантования чисел.
2. Шум аналого-цифрового преобразования.
3. Собственный шум цифровой цепи.
4. Эффекты квантования коэффициентов.

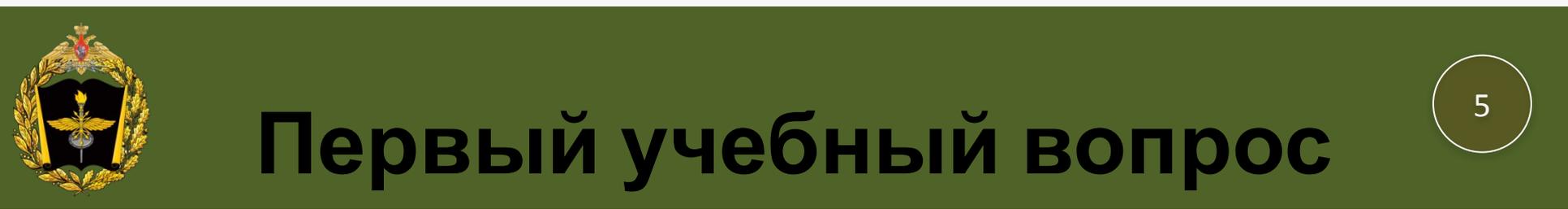


# Литература для самостоятельной работы

4

## обучаемых:

1. Цифровая обработка сигналов. Краткий курс/ Д. А. Улахович – СПб.: ВАС, 2017. – 408 с. (стр. 107-134).
2. Цифровая обработка сигналов./ Авторы: Д. А. Улахович/ Электронное учеб. пособие /– СПб.: ВАС, 2015.



# Первый учебный вопрос

5

# Способы квантования чисел



# Первый учебный вопрос

## 1. Источники шума (ошибок) квантования; допущения о свойствах шума квантования

**Источники шума** (ошибок) квантования в цифровых системах:

- 1) **аналого-цифровое преобразование (АЦП)** сигналов;
- 2) **умножение цифровых сигналов**, результат которого округляется или усекается;
- 3) **квантование коэффициентов** (разностного уравнения или передаточной функции).



# Первый учебный вопрос

## 1. Источники шума (ошибок) квантования; допущения о свойствах шума квантования

**Источники шума** (ошибок) квантования в цифровых системах:

- 1) **аналого-цифровое преобразование (АЦП)** сигналов;
- 2) **умножение цифровых сигналов**, результат которого округляется или усекается;
- 3) **квантование коэффициентов** (разностного уравнения или передаточной функции).

**Свойства шума квантования  $e(n)$ :**

- 1) последовательность  $e(n)$  является случайным процессом типа «белый шум», т. е. любые её два отсчёта не коррелированы ;
- 2) последовательность  $e(n)$  не коррелирована как с квантуемой последовательностью  $x(n)$ , так и с шумом от других источников;
- 3) представляет собой ошибку округления  $e(n) = e_o(n)$ ;



# Первый учебный вопрос

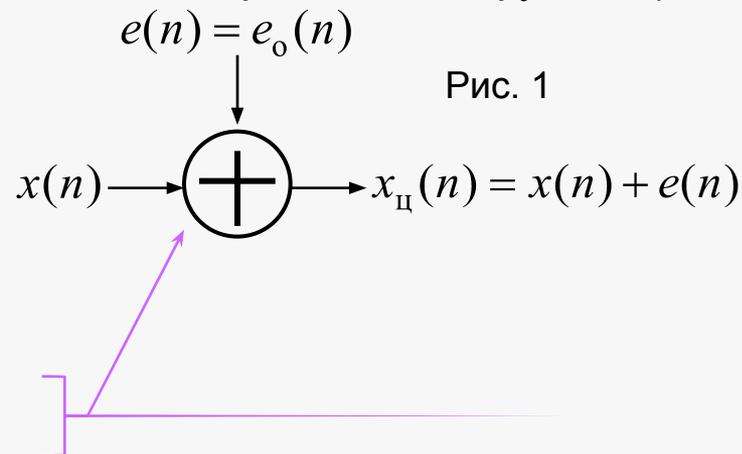
## 1. Источники шума (ошибок) квантования; допущения о свойствах шума квантования

**Источники шума** (ошибок) квантования в цифровых системах:

- 1) **аналого-цифровое преобразование (АЦП)** сигналов;
- 2) **умножение цифровых сигналов**, результат которого округляется или усекается;
- 3) **квантование коэффициентов** (разностного уравнения или передаточной функции).

**Свойства шума квантования  $e(n)$ :**

- 1) последовательность  $e(n)$  является случайным процессом типа «белый шум», т. е. любые её два отсчёта не коррелированы ;
- 2) последовательность  $e(n)$  не коррелирована как с квантуемой последовательностью  $x(n)$ , так и с шумом от других источников;
- 3) представляет собой ошибку округления  $e(n) = e_o(n)$ ;
- 4) шум является аддитивным (рис. 1);



# Первый учебный вопрос

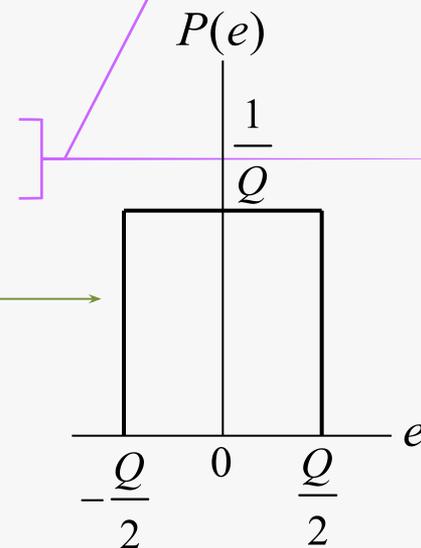
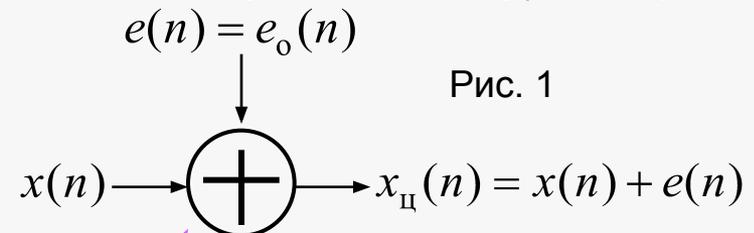
## 1. Источники шума (ошибок) квантования; допущения о свойствах шума квантования

**Источники шума** (ошибок) квантования в цифровых системах:

- 1) **аналого-цифровое преобразование (АЦП)** сигналов;
- 2) **умножение цифровых сигналов**, результат которого округляется или усекается;
- 3) **квантование коэффициентов** (разностного уравнения или передаточной функции).

**Свойства шума квантования  $e(n)$ :**

- 1) последовательность  $e(n)$  является случайным процессом типа «белый шум», т. е. любые её два отсчёта не коррелированы ;
- 2) последовательность  $e(n)$  не коррелирована как с квантуемой последовательностью  $x(n)$ , так и с шумом от других источников;
- 3) представляет собой ошибку округления  $e(n) = e_o(n)$ ;
- 4) шум является аддитивным (рис. 4);
- 5) распределение вероятности ошибок равномерно по диапазону ошибок квантования (рис. 5).



## 1.2. Представление двоичного числа в регистре

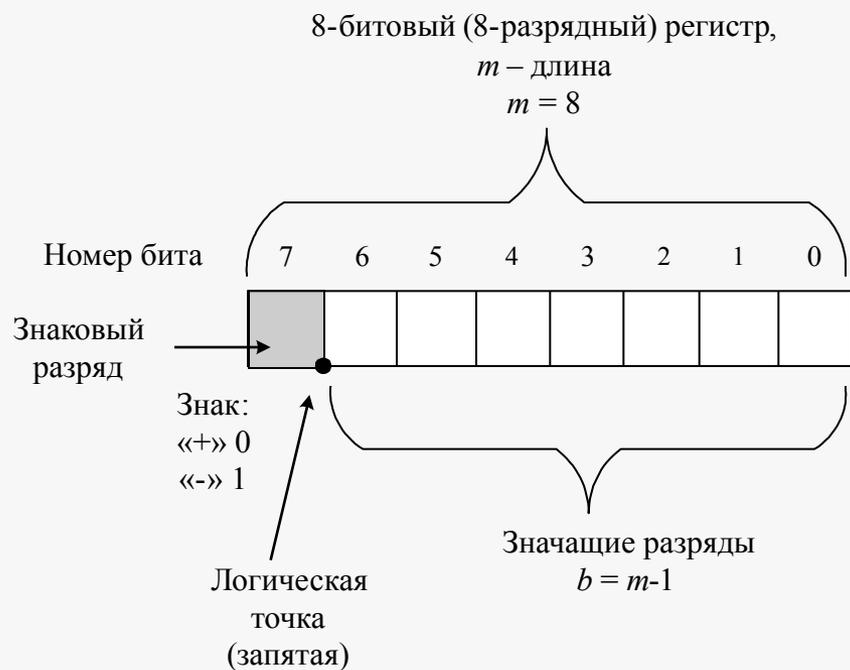


Рис. 3. Регистр (элемент памяти) при использовании арифметики с фиксированной точкой (запятой)

# Первый учебный вопрос

## 1.2. Представление двоичного числа в регистре

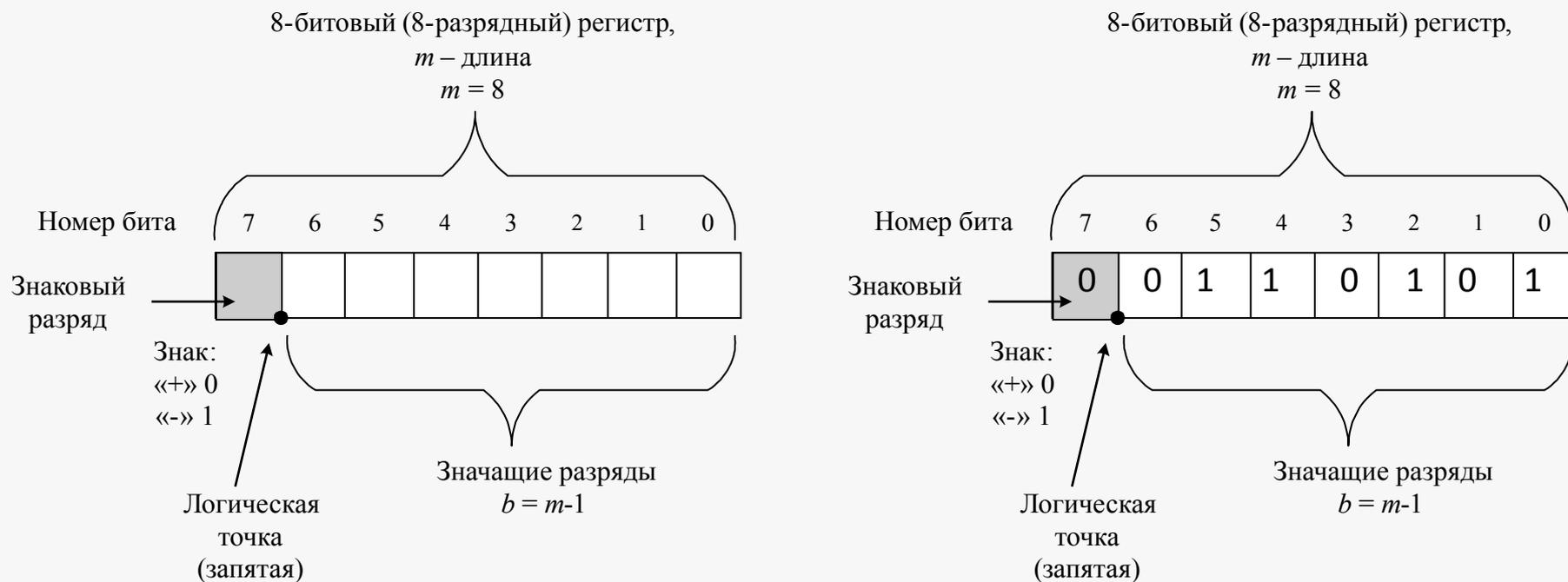


Рис. 3. Регистр (элемент памяти) при использовании арифметики с фиксированной точкой (запятой)



# Первый учебный вопрос

Квантование выполняется двумя способами:

1. **Усечение**  $k$ -разрядного числа до  $b$  значащих разрядов ( $k > b$ )

Максимальная ошибка усечения  
равна шагу квантования:

0.0110 11	0.0110
0,421875	0,375

$$\max_n |e_y(n)| = Q = 2^{-b} \quad (1)$$

# Первый учебный вопрос

Квантование выполняется двумя способами:

1. **Усечение**  $k$ -разрядного числа до  $b$  значащих разрядов ( $k > b$ )

Максимальная ошибка усечения  
равна шагу квантования:

0.0110 11	0.0110
0,421875	0,375

$$\max_n |e_y(n)| = Q = 2^{-b} \quad (1)$$

2. **Округление**  $k$ -разрядного числа до  $b$  значащих разрядов ( $k > b$ )

а) **Округление до ближайшего**

$$x_o(n) = \left[ x(n) + \frac{Q}{2} \right] \quad (2)$$

$$\max_n |e_o(n)| = \frac{Q}{2} = 2^{-b-1} \quad (3)$$

0.0110 11	0.0111
0,421875	0,4375

$$\max_n |e_o(n)| = \frac{Q}{2} = 2^{-b-1} \Big|_{b=4} = 2^{-5} = 0,015625 \quad e_o = -0,015625$$



# Первый учебный вопрос

$$0 \leq |A| < 1; [A] = \pm 0, \underset{\text{Значащие разряды}}{\overset{\text{Значащие разряды}}{a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b}}; \{a_j\}, j = 1, 2, \dots, b$$

Прямой код

$$A > 0 \quad 0. a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$$

0. 1 0 1 1 1

$$A \leq 0 \quad 1. a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$$

1. 1 0 1 1 1

используется при  
выполнении  
умножения

# Первый учебный вопрос

$$0 \leq |A| < 1; [A] = \pm 0, \underbrace{a_1}_{\square} \underbrace{a_2}_{\square} \dots \underbrace{a_j}_{\square} \dots \underbrace{a_b}_{\square}; \{a_j\}, j = 1, 2, \dots, b$$

*Значащие разряды*

	Прямой код	Обратный код
$A > 0$	0. $a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$	0. $a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$
	0. 1 0 1 1 1	0. 1 0 1 1 1
$A \leq 0$	1. $a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$	1. $\bar{a}_1 \bar{a}_2 \dots \bar{a}_j \dots \bar{a}_b$
	1. 1 0 1 1 1	1. 0 1 0 0 0

используется при  
выполнении  
умножения

# Первый учебный вопрос

$$0 \leq |A| < 1; [A] = \pm 0, \underset{\text{Значащие разряды}}{\overset{\text{Значащие разряды}}{a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b}}; \{a_j\}, j = 1, 2, \dots, b$$

	Прямой код	Обратный код	Дополнительный код
$A > 0$	$0. a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$ $0. 1 0 1 1 1$	$0. a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$ $0. 1 0 1 1 1$	$0. a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$ $0. 1 0 1 1 1$
$A \leq 0$	$1. a_1 a_2 \dots a_j \dots a_b$ $1. 1 0 1 1 1$	$1. \bar{a}_1 \bar{a}_2 \dots \bar{a}_j \dots \bar{a}_b$ $1. 0 1 0 0 0$	$1. \bar{a}_1 \bar{a}_2 \dots \bar{a}_j \dots \bar{a}_b + 2^{-b}$ $1. 0 1 0 0 0 + 2^{-5}$ $1. 0 1 0 0 1$
	используется при выполнении умножения		Подобен без знаковому числу: бит, находящийся в знаковом разряде, участвует во всех арифметических операциях

# Первый учебный вопрос

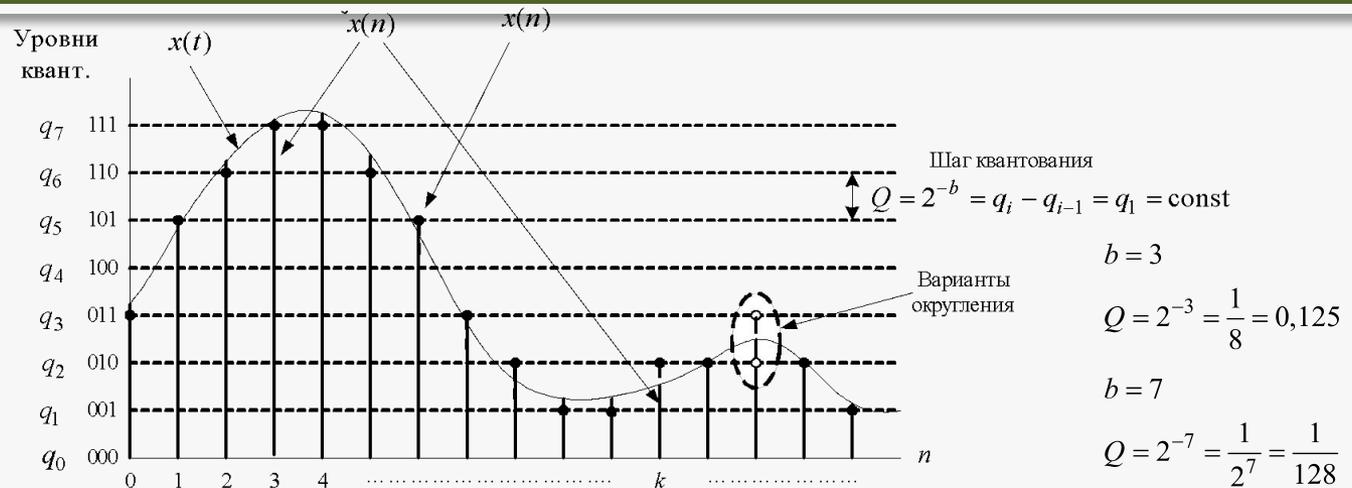


Рис. 2. Формирование цифрового сигнала (квантование по времени и по уровню)

$x(t)$  – аналоговый сигнал, подвергающийся дискретизации,  
 $\tilde{x}(n)$  – дискретный сигнал с неограниченной точностью представления отсчётов,  
 $x(n)$  – цифровой сигнал, значения которого отмечены точками.

Количество уровней квантования (включая нулевой)  $R = 2^b$ ;  $b = \text{int}[\log_2 R]$   
 $\text{int}[a]$  – ближайшее целое, не меньшее  $a$

**Пример 1:**  
 $b = \text{int}[\log_2 8] = 3$ ;  $b = \text{int}[\log_2 120] = \text{int}[6,9068904] = 7$

В системах ЦОС с фиксированной точкой (запятой):

$$0 \leq |A| < 1 \rightarrow 0 \leq |A| \leq 1 - 2^{-b}.$$



# Второй учебный вопрос

18

## Шум аналого-цифрового преобразования

## 2. Оценки шума АЦП при округлении чисел

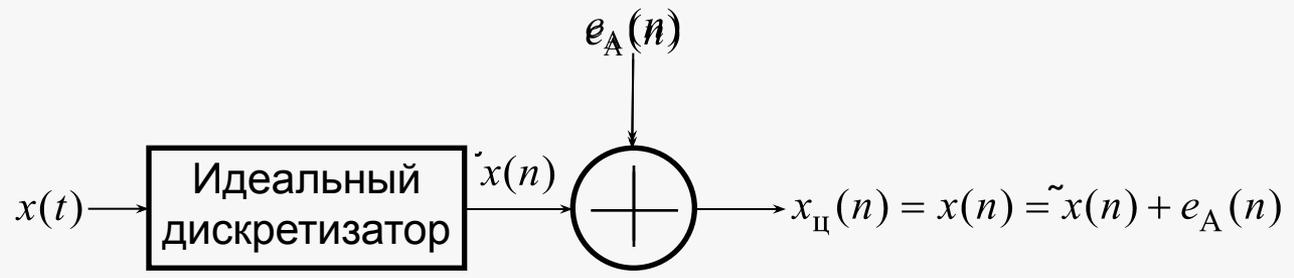


Рис. 5



# Второй учебный вопрос

## 2. Оценки шума АЦП при округлении чисел

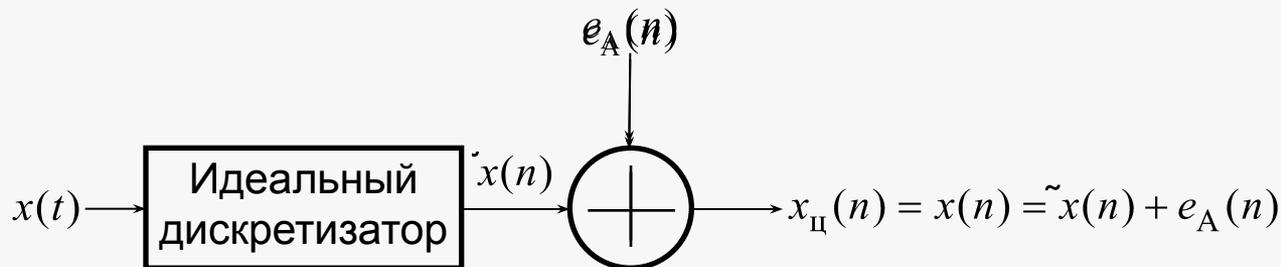


Рис. 5

### Вероятностные оценки:

Математическое ожидание:

$$\mu_A = E[e_A(n)] = \int_{-\infty}^{\infty} e(n) p_A(e) de(n) = \int_{-Q_A/2}^{Q_A/2} e(n) \frac{1}{Q_A} de(n) = \frac{1}{Q} \frac{e^2(n)}{2} \Big|_{-Q_A/2}^{Q_A/2} = 0.$$

Дисперсия:

$$\sigma_A^2 = E[(e_A(n) - \mu_A)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} e_A^2(n) p_A(e) de_A(n) = \int_{-Q_A/2}^{Q_A/2} e_A^2(n) \frac{1}{Q_A} de_A(n) = \frac{1}{Q_A} \frac{e^3(n)}{3} \Big|_{-Q_A/2}^{Q_A/2} = \frac{Q_A^2}{12}.$$



# Второй учебный вопрос

## 2. Оценки шума АЦП при округлении чисел

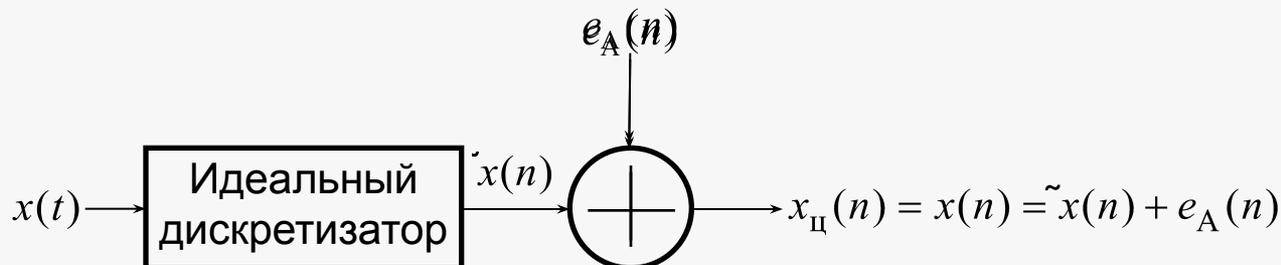


Рис. 5

### Вероятностные оценки:

Математическое ожидание:

$$\mu_A = E[e_A(n)] = \int_{-\infty}^{\infty} e(n) p_A(e) de = \int_{-Q_A/2}^{Q_A/2} e(n) \frac{1}{Q_A} de = \frac{1}{Q_A} \left[ \frac{e^2(n)}{2} \right]_{-Q_A/2}^{Q_A/2} = 0.$$

Дисперсия:

$$\sigma_A^2 = E[(e_A(n) - \mu_A)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} e_A^2(n) p_A(e) de = \int_{-Q_A/2}^{Q_A/2} e_A^2(n) \frac{1}{Q_A} de = \frac{1}{Q_A} \left[ \frac{e^3(n)}{3} \right]_{-Q_A/2}^{Q_A/2} = \frac{Q_A^2}{12}.$$

Мощность шума квантования:

$$P_A = 10 \lg \frac{Q_A^2}{12} = 10 \lg \frac{2^{-2b_A}}{12} = -[20b_A \lg 2 + 10 \lg 12] \approx -(6,02b_A + 10,79) \text{ [дБ]}$$

Детерминированная оценка:

абсолютная граница шума АЦП

$$E_A = \max_n |e_A(n)| = \frac{Q_A}{2} = 2^{-b_A-1}.$$

# Второй учебный вопрос

## 2. Оценки шума АЦП при округлении чисел

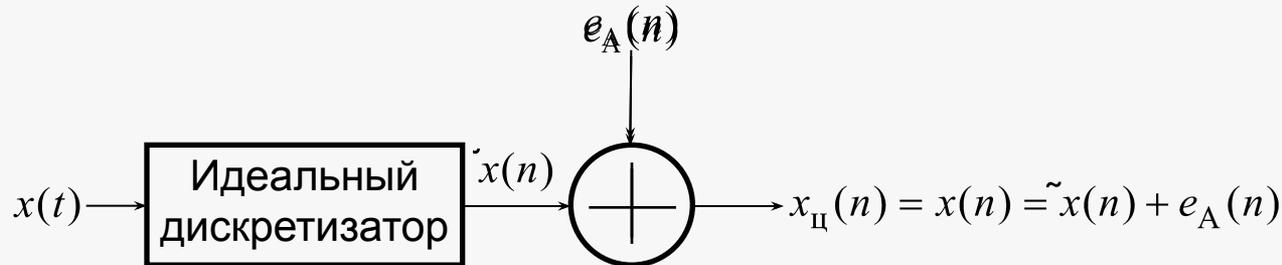


Рис. 5

### Вероятностные оценки:

Математическое  
ожидание:

$$\mu_A = E[e_A(n)] = \int_{-\infty}^{\infty} e(n) p_A(e) de = \int_{-Q_A/2}^{Q_A/2} e(n) \frac{1}{Q_A} de = \frac{1}{Q_A} \left[ \frac{e^2(n)}{2} \right]_{-Q_A/2}^{Q_A/2} = 0.$$

Дисперсия:

$$\sigma_A^2 = E[(e_A(n) - \mu_A)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} e_A^2(n) p_A(e) de = \int_{-Q_A/2}^{Q_A/2} e_A^2(n) \frac{1}{Q_A} de = \frac{1}{Q_A} \left[ \frac{e_A^3(n)}{3} \right]_{-Q_A/2}^{Q_A/2} = \frac{Q_A^2}{12}.$$

Мощность шума  
квантования:

$$P_A = 10 \lg \frac{Q_A^2}{12} = 10 \lg \frac{2^{-2b_A}}{12} = -[20b_A \lg 2 + 10 \lg 12] \approx -(6,02b_A + 10,79) \text{ [дБ]}$$

Детерминированная  
оценка:

абсолютная граница  
шума АЦП

$$E_A = \max_n |e_A(n)| = \frac{Q_A}{2} = 2^{-b_A-1}.$$

Пример:

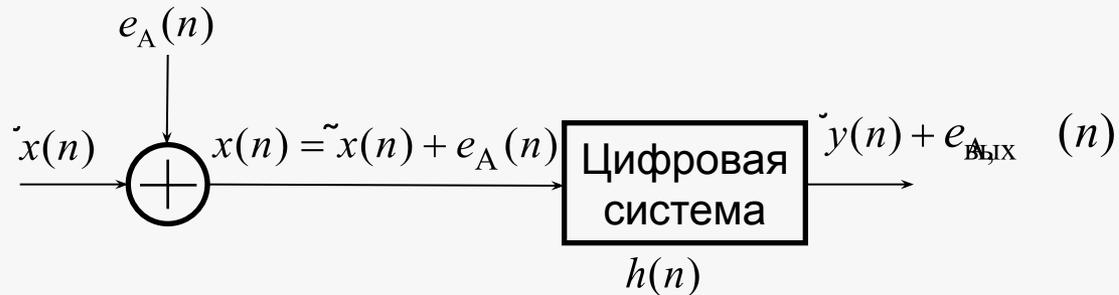
$$\begin{aligned} b_A = 8, & \quad \mu_A = 0, & \quad P_A = -58.8, & \quad E_A = 2^{-9} = 0.001953125 \\ b_A = 12, & \quad \mu_A = 0, & \quad P_A = -82.8, & \quad E_A = 2^{-13} \cong 0.000122 \end{aligned}$$

# Второй учебный вопрос

## 2. Шум АЦП, приведённый к выходу цифровой системы

### Условия:

- коэффициенты системы и все арифметические операции реализуются точно;
- шум АЦП аддитивный.

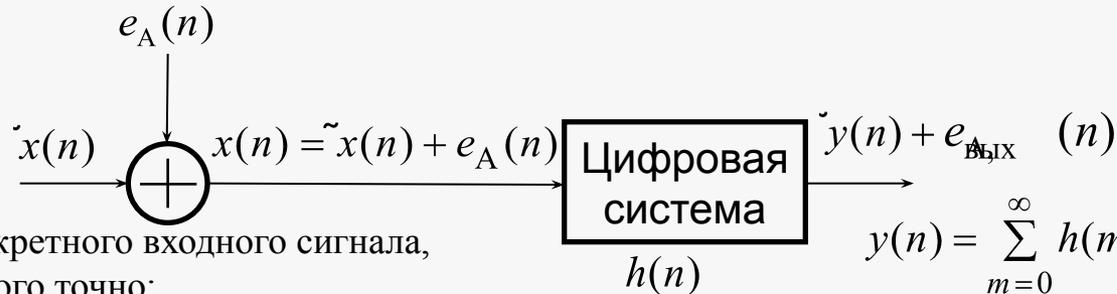


# Второй учебный вопрос

## 2. Шум АЦП, приведённый к выходу цифровой системы

### Условия:

- коэффициенты системы и все арифметические операции реализуются точно;
- шум АЦП аддитивный.



$\tilde{x}(n)$  - отсчеты дискретного входного сигнала, представленного точно;

$e_A(n)$  - шум АЦП;

$x(n)$  - квантованный сигнал;

$\tilde{y}(n)$  - отсчеты дискретного выходного сигнала, представленного точно;

$e_{\text{вых}}(n)$  - шум АЦП, приведённый к выходу цифровой системы;

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m) x(n-m)$$

$$e_{\text{вых}}(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m) e_A(n-m)$$

# Второй учебный вопрос

$$\underline{\mu_{A, \text{ВЫХ}} = E[e_{A, \text{ВЫХ}}] = E\left[\sum_{m=0}^{\infty} h(m)e_A(n-m)\right] = \sum_{m=0}^{\infty} h(m) \underbrace{E[e_A(n-m)]}_{E_A=0} = 0;}$$

$$\underline{\sigma_{\text{ВЫХ}}^2 = E\left[\left(e_{A, \text{ВЫХ}}(n) - \underbrace{\mu_{A, \text{ВЫХ}}}_{0}\right)^2\right] = E[e_{A, \text{ВЫХ}}^2(n)] = \sum_{m=0}^{\infty} h^2(m) \underbrace{E[e_A^2(n-m)]}_{\sigma_A^2 = \frac{Q_A}{12}} = \frac{Q_A^2}{12} \sum_{m=0}^{\infty} h^2(m)}$$



# Третий учебный вопрос

## Собственный шум цифровой системы



# Третий учебный вопрос

## **Определение:**

**Собственный шум** цифровой системы — это выходной шум квантования, обусловленный округлением результатов операций умножения.

Для анализа собственного шума *необходимо:*

1. *Составить линейную модель* цифровой системы, учитывающую шумы квантования в тех точках системы, в которых выполняется операция умножения.
2. *Вычислить все реакции системы* на каждый шумовой сигнал, формируемый умножителем (составляющие собственного шума).
3. *Найти оценки собственного шума* цифровой системы на основе полученных составляющих.



# Третий учебный вопрос

## **Определение:**

**Собственный шум** цифровой системы — это выходной шум квантования, обусловленный округлением результатов операций умножения.

Для анализа собственного шума *необходимо:*

1. *Составить линейную модель* цифровой системы, учитывающую шумы квантования в тех точках системы, в которых выполняется операция умножения.
2. *Вычислить все реакции системы* на каждый шумовой сигнал, формируемый умножителем (составляющие собственного шума).
3. *Найти оценки собственного шума* цифровой системы на основе полученных составляющих.

# Третий учебный вопрос

## 1. Собственный шум умножителя

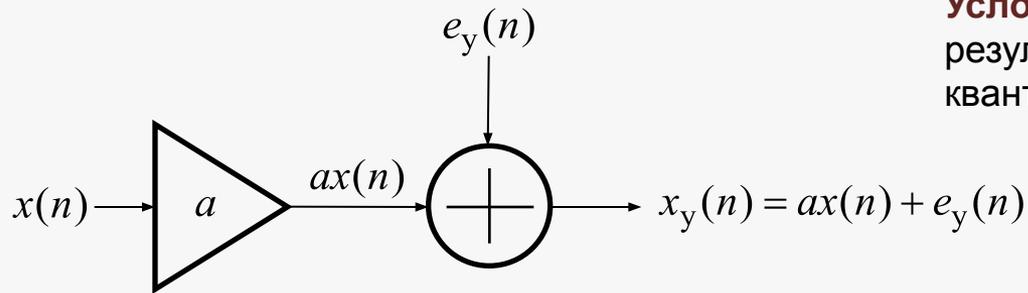


Рис. 7. Линейная модель умножителя с квантованием

**Условие:** умножение осуществляется точно, а к результату подмешивается аддитивная ошибка квантования.

Параметры:

- ошибка квантования  $e_y(n)$ ,
- разрядность результата умножения
- шаг квантования

### Оценки шума:

☒ математическое ожидание  $\mu_y = 0$ ;

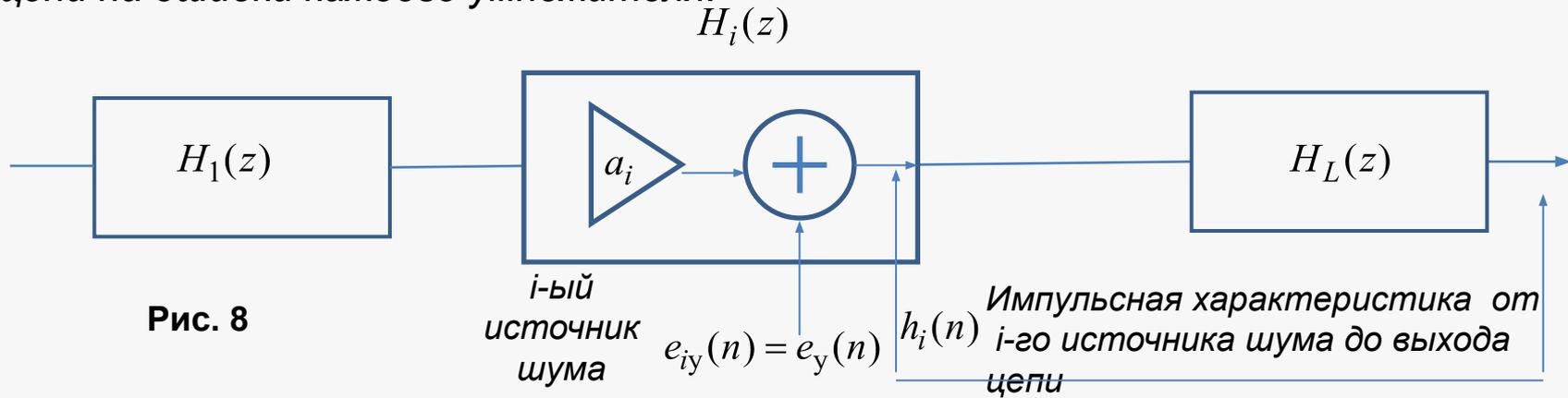
☒ дисперсия  $\sigma_y^2 = Q_y^2 / 12$ ;

☒ абсолютная граница  $E_y = \max_n |e_y(n)| \leq Q_y / 2 = 2^{-b_y - 1}$ .

# Третий учебный вопрос

## 3.2. Полный собственный шум цепи

Составляющие полного собственного шума — это реакции цифровой цепи на ошибки каждого умножителя.



По свойству линейности цифровой системы:

$$e_{y, \text{ВЫХ}}(n) = \sum_{i=1}^L e_{yi, \text{ВЫХ}}(n) \quad e_{yi, \text{ВЫХ}}(n) = \sum_{m=1}^{\infty} h_i(m) e_{yi}(n-m) \Big|_{e_{yi}=e_y} = \sum_{m=1}^{\infty} h_i(m) e_y(n-m)$$

$$\underline{\mu_{yi, \text{ВЫХ}}} = \sum_{m=0}^{\infty} h_i(m) E[e_y(n-m)] = \sum_{m=0}^{\infty} h_i(m) \underbrace{\mu_{yi}}_0 = \underline{0} \quad \underline{\sigma_{yi, \text{ВЫХ}}^2} = \sigma_{yi}^2 \sum_{m=0}^{\infty} h_i^2(m) = \underline{\frac{Q_y^2}{12} \sum_{m=0}^{\infty} h_i^2(m)}$$

$$\underline{E_{yi, \text{ВЫХ}}} = \max_n |e_{yi, \text{ВЫХ}}(n)| \leq E_{yi} \sum_{m=0}^{\infty} |h_i(m)| = \underline{\frac{Q_y}{2} \sum_{m=0}^{\infty} |h_i(m)|}$$

# Третий учебный вопрос

## Полный собственный шум цепи

Математическое ожидание  $\mu_{y, \text{ВЫХ}} = \sum_{i=1}^L \mu_{y_i, \text{ВЫХ}} = 0$

Дисперсия  $\sigma_{y, \text{ВЫХ}}^2 = \sum_{i=1}^L \sigma_{y_i, \text{ВЫХ}}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{i=1}^L \sum_{m=0}^{\infty} h_i^2(m)$

Абсолютная граница  $E_{y, \text{ВЫХ}} = \sum_{i=1}^L E_{y_i, \text{ВЫХ}} \leq \frac{Q_y}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{m=0}^{\infty} |h_i(m)|$

## Полный выходной шум цепи

$$e_{\text{ВЫХ}}(n) = e_{A, \text{ВЫХ}}(n) + e_{y, \text{ВЫХ}}(n)$$

$$\mu_{\text{ВЫХ}} = \mu_{A, \text{ВЫХ}} + \mu_{y, \text{ВЫХ}} = 0$$

$$\sigma_{\text{ВЫХ}}^2 = \sigma_{A, \text{ВЫХ}}^2 + \sigma_{y, \text{ВЫХ}}^2$$

$$E_{\text{ВЫХ}} = \max_n |e_{\text{ВЫХ}}(n)| = E_{A, \text{ВЫХ}} + E_{y, \text{ВЫХ}}$$



# Четвертый учебный вопрос

32

## Эффекты квантования в цифровых цепях



# Четвертый учебный вопрос

33

## 1. Эффекты квантования коэффициентов

Квантование коэффициентов эквивалентно изменению значений нулей и полюсов передаточной функции, что приводит к изменению частотных характеристик цепи.

В БИХ-цепях ***квантование коэффициентов может привести к потере устойчивости цепи!***



# Четвертый учебный вопрос

34

## 1. Эффекты квантования коэффициентов

Квантование коэффициентов эквивалентно изменению значений нулей и полюсов передаточной функции, что приводит к изменению частотных характеристик цепи.

В БИХ-цепях **квантование коэффициентов может привести к потере устойчивости цепи!**

$$H(z) = \frac{1}{1 - 1,603z^{-1} + 0,645z^{-2}}$$

$$z_{*1,2} \approx 0,8 \pm 0,05j \approx 0,8016 e^{\pm j3,6^\circ}$$

$$|z_{*1,2}| < 1$$



Рис. 9

# Четвертый учебный вопрос

## 1. Эффекты квантования коэффициентов

Квантование коэффициентов эквивалентно изменению значений нулей и полюсов передаточной функции, что приводит к изменению частотных характеристик цепи.

В БИХ-цепях **квантование коэффициентов может привести к потере устойчивости цепи!**

$$H(z) = \frac{1}{1 - 1,603z^{-1} + 0,645z^{-2}}$$

Округление до  
десятих  $\rightarrow$

$$H(z) = \frac{1}{1 - 1,6z^{-1} + 0,6z^{-2}}$$

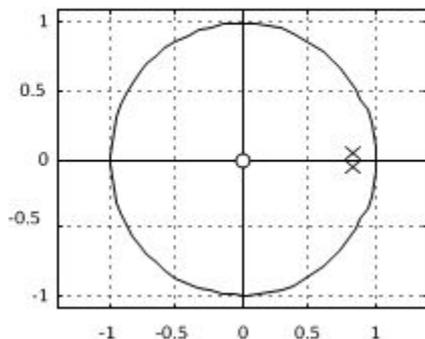
$$z_{*1,2} \approx 0,8 \pm 0,05j \approx 0,8016e^{\pm j3,6^\circ}$$

$$|z_{*1,2}| < 1$$

$$z_{*1} = 1 + j0,2 \cong 1,02e^{j11,3^\circ}$$

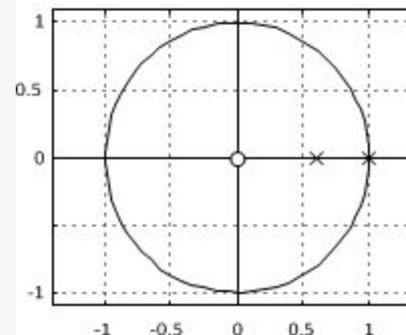
$$z_{*2} = 0,6 + j0,2 \cong 0,63e^{j18,5^\circ}$$

Карта нулей и полюсов



а)

Карта нулей и полюсов



б)

Рис. 9



# Четвертый учебный вопрос

## 2. Понятие о предельных циклах

Виды предельных циклов:

- *предельные циклы низкого уровня*, связанные с квантованием отсчетов обрабатываемого сигнала;
- *предельные циклы высокого уровня*, связанные с переполнениями регистров сумматоров.

### Определение:

**Предельными циклами низкого уровня** называют незатухающие колебания, которые могут возникать в рекурсивных системах при отсутствии (или малом уровне) воздействия и ненулевых начальных условиях.

Появление этих колебаний обусловлено ошибками округления при квантовании сигналов на выходах умножителей.

$$y(n) = 0,8y(n-1) + c \quad ; \quad (-1) = 1$$

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$y(n) = 0,8y(n-1)$	0,8	0,64	0,48	0,4	0,32	0,24	0,16	0,16	0,16	...
$y(n) \text{ с округлением}$	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	...

предельный цикл низкого уровня



# Четвертый учебный вопрос

37

## 3. Переполнение в сумматорах и коэффициенты масштабирования

### *Определение:*

Переполнением называют такое состояние сумматора, когда при сложении отсчётов одинаковых знаков, значения которых по абсолютной величине не превышают единицы, сумма оказывается больше единицы.



# Четвертый учебный вопрос

## 3. Переполнение в сумматорах и коэффициенты масштабирования

### *Определение:*

Переполнением называют такое состояние сумматора, когда при сложении отсчётов одинаковых знаков, значения которых по абсолютной величине не превышают единицы, сумма оказывается больше единицы.

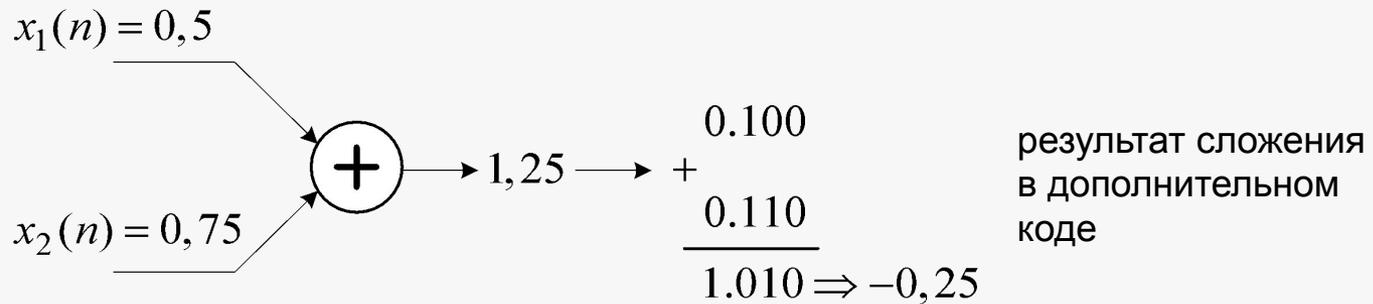


Рис. 10. Эффект переполнения



# Четвертый учебный вопрос

39

## 3. Переполнение в сумматорах и коэффициенты масштабирования

### **Определение:**

Переполнением называют такое состояние сумматора, когда при сложении отсчётов одинаковых знаков, значения которых по абсолютной величине не превышают единицы, сумма оказывается больше единицы.

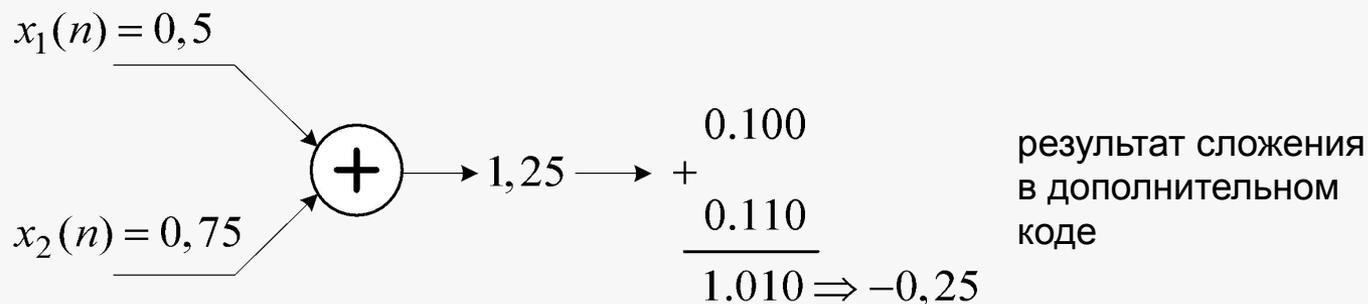


Рис. 10. Эффект переполнения

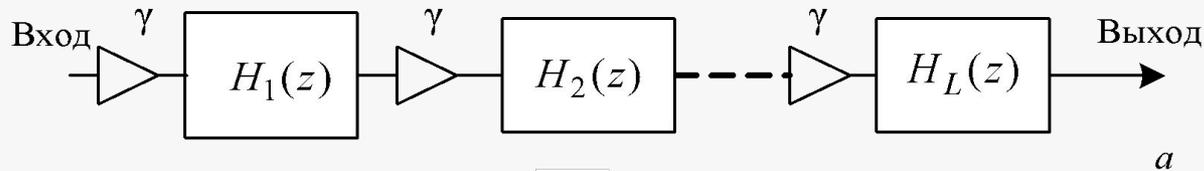
**Масштабирование сигналов:** подбирается такая положительная константы  $\gamma < 1$ , умножение на которую отсчётов обрабатываемой последовательности (сигнала) исключает переполнение сумматора.



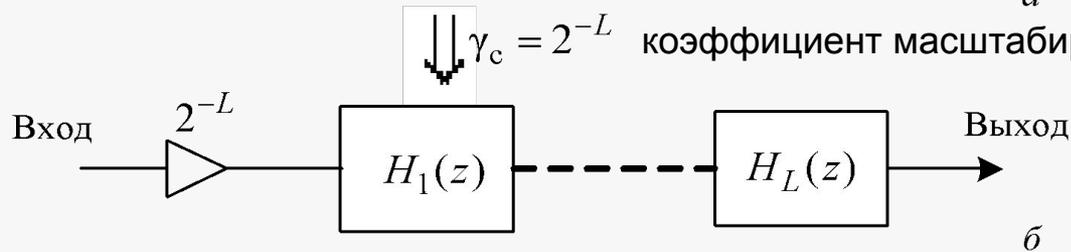
# Четвертый учебный вопрос

**Пример (рис. 11)** простейшего масштабирования по количеству звеньев второго порядка

$$\gamma = \frac{1}{2} = 2^{-1}$$



**Рис. 11**  $\Downarrow \gamma_c = 2^{-L}$  коэффициент масштабирования системы





# Заключение

В цифровых системах проблема точности представления параметров системы (коэффициентов передаточных функций и иных констант) и результатов арифметических вычислений является чрезвычайно актуальной. Без учёта эффектов их квантования всегда возможно получить ошибочный результат. По этой причине при реализации того или иного алгоритма в процессорах с фиксированной точкой применяют представление чисел с двойной точностью; если же и это не спасает, то переходят к процессорам с плавающей точкой, что далеко не всегда эффективно.



***ЛЕКЦИЯ ЗАВЕРШЕНА!***

