

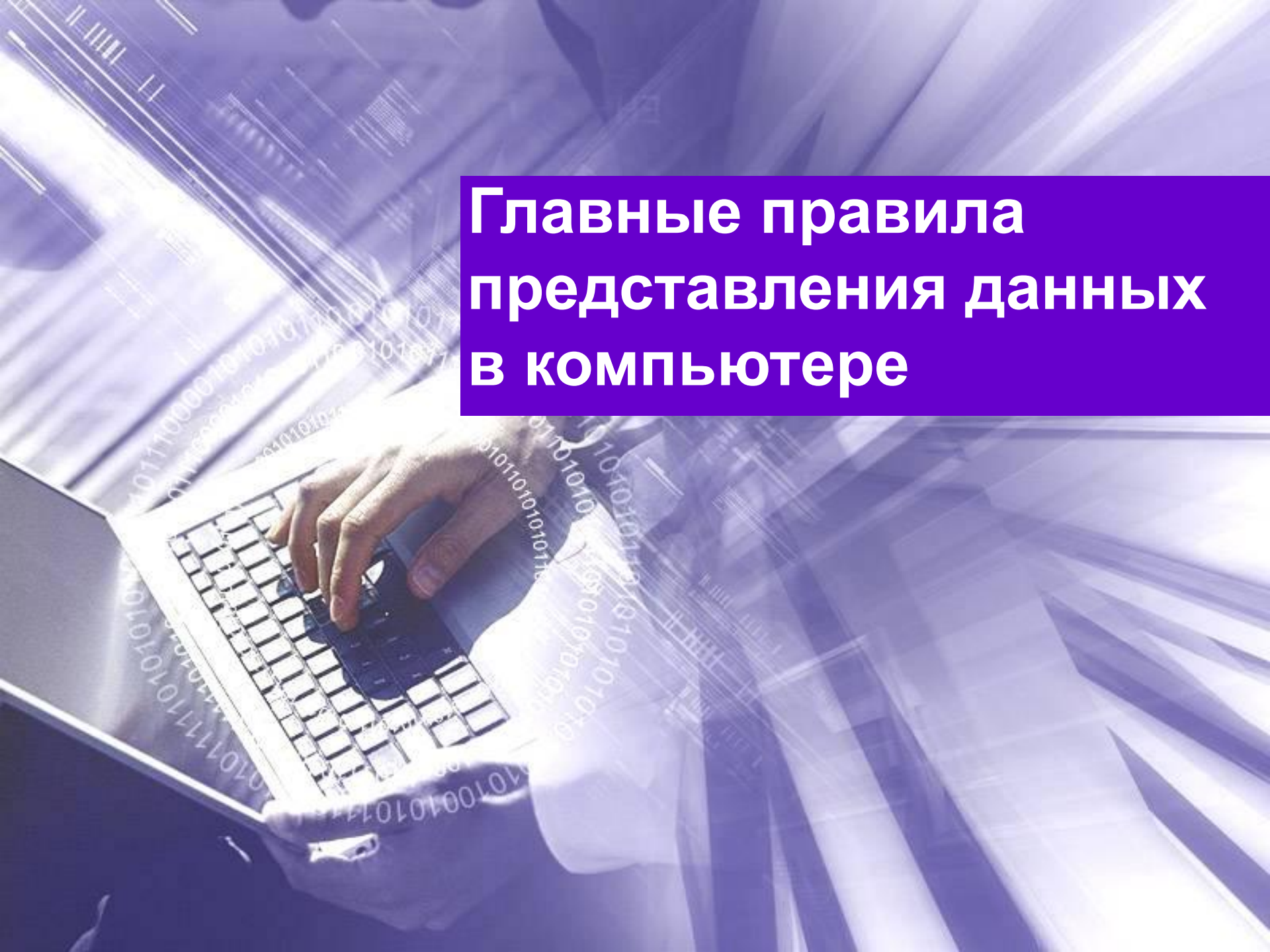
Представление чисел в памяти компьютера

10 класс



Образ компьютерной памяти

1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1



Главные правила представления данных в компьютере



Правило 1

Данные (и программы) в памяти компьютера хранятся в двоичном виде, т. е. в виде цепочек единиц и нулей.





Правило 2

*Представление данных в компьютере
дискретно.*

Дискретное множество состоит из отделенных друг от друга элементов.



Правило 3

*Множество представимых в памяти компьютера величин **ограничено** и **конечно**.*

МАТЕМАТИКА:
множество целых чисел **дискретно, бесконечно, не ограничено**

ИНФОРМАТИКА:
множество целых чисел **дискретно, конечно, ограничено**



Правило 4

В памяти компьютера числа хранятся в двоичной системе счисления.





Для представления чисел в памяти компьютера используются два формата: *формат с фиксированной точкой* и *формат с плавающей точкой*.

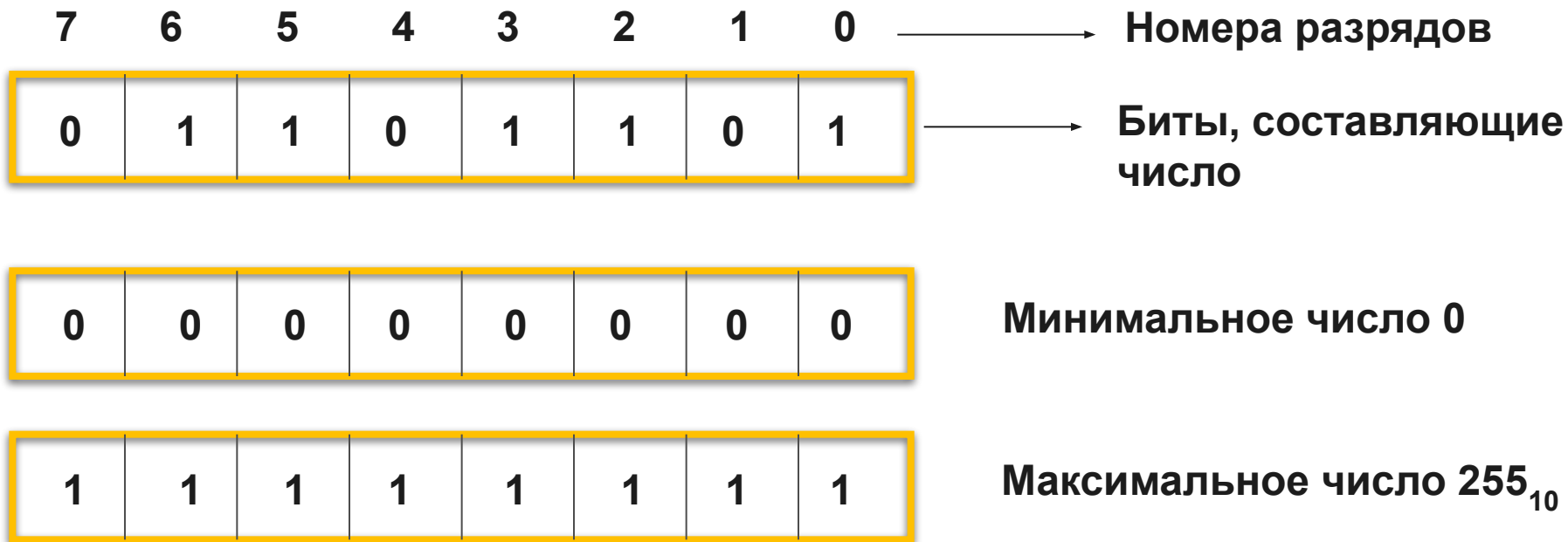
В формате с фиксированной точкой представляются только целые числа,

в формате с плавающей точкой – вещественные числа (целые и дробные).

Целые числа могут представляться в компьютере со знаком или без знака.

Целые числа без знака

Для хранения *целых чисел без знака* (неотрицательные числа) отводится **одна ячейка памяти (8 битов)** или **две ячейки памяти (16 битов)**.



Для **n-разрядного** представления максимальное целое неотрицательное число равно $2^n - 1$.

Целые числа без знака

Пример. Представить число 51_{10} в двоичном виде в восьмибитовом представлении в формате целого без знака.

Решение.

1) Перевести число 51 из 10 в 2 систему счисления

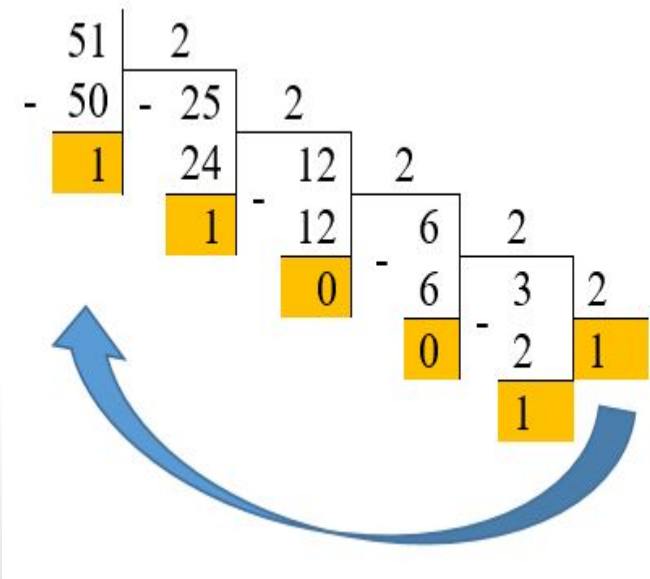
$$51_{10} = 110011_2$$

2) Записать число в разрядную сетку, начиная младшего разряда

3) Незаполненные старшие разряды заполнить нулями

1 1 0 0 1 1

0	0	1	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---



Целые числа со знаком

Для хранения **целых чисел со знаком** отводится одна, две или четыре ячейки памяти (8, 16, 32 битов соответственно).

Старший разряд числа определяет его знак.

Если он равен 0, число положительное, если 1, то отрицательное.



Алгоритм

- 1) Перевести модуль числа в 2 систему счисления
- 2) Записать число в разрядную сетку, начиная с младшего разряда
- 3) В старший разряд записать знак числа (0 или 1)
- 4) Пустые разряды заполнить 0



Целые числа со знаком

Для **n-разрядного** представления целого числа со знаком (с учетом выделения одного разряда на знак):

- минимальное отрицательное число равно -2^{n-1}
- максимальное положительное число равно $2^{n-1} - 1$,

Целые числа в памяти компьютера —
это **дискретное, ограниченное и конечное**
множество.

Упражнение 1

- Определить максимальное положительное число, которое может храниться в оперативной памяти в формате *целое число со знаком в двухбайтном представлении*.

Решение

$$A = 2^{n-1} - 1$$

$$A_{10} = 2^{15} - 1 = 32767_{10}$$

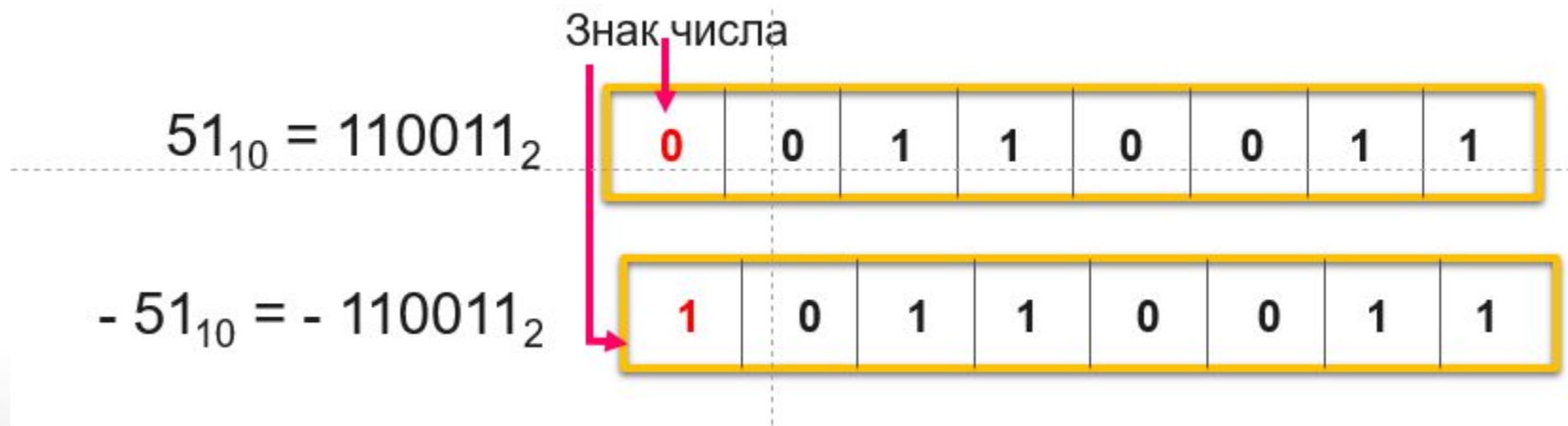
В ЭВМ в целях упрощения выполнения арифметических операций применяют **специальные коды** для представления **целых чисел**

Прямой код числа

Обратный код числа

Дополнительный код числа

Прямой код – это представление числа в двоичной системе счисления, при этом первый разряд отводится под знак числа. Если число положительное, то в первом разряде находится 0, если число отрицательное, в первом разряде указывается 1.



Обратный код для положительного числа в двоичной системе счисления совпадает с прямым кодом. Для отрицательного числа все цифры числа заменяются на противоположные (1 на 0, 0 на 1), а в знаковый разряд заносится единица.

$$51_{10} = 110011_2$$

Прямой код

0	0	1	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Обратный код

0	0	1	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

$$-51_{10} = -110011_2$$

Прямой код

1	0	1	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Обратный код

1	1	0	0	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---



Дополнительный код используют в основном для представления в компьютере отрицательных чисел.

Алгоритм получения дополнительного кода для отрицательного числа

1. Найти прямой код числа (перевести число в двоичную систему счисления число без знака)
2. Получить обратный код. Поменять каждый ноль на единицу, а единицу на ноль (инвертировать число). В знаковом разряде 1.
3. К обратному коду прибавить 1

Упражнение 2

Найти дополнительный код десятичного числа -47
(в 16-битном коде)

1. Перевести модуль числа -47 в двоичную систему счисления

$$47_{10} = 101111_2 \text{ (прямой код)}$$

2. Записать число в разрядную сетку, начиная с младшего разряда

3. Т.к. число отрицательное в старший разряд записать знак числа.

4. Пустые разряды заполнить 0

Прямой код

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1

2. Инвертируем это число. В знаковом разряде 1. (обратный код)

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3. Прибавим к младшему разряду обратного кода 1 и получим запись этого числа в оперативной памяти

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

+1
↓

Вещественные числа

- Вещественные числа хранятся и обрабатываются в компьютере в формате с плавающей запятой, использующем экспоненциальную форму записи чисел.

$$A = M \square q^n$$

- M – мантисса числа (правильная отличная от нуля дробь),
- q – основание системы счисления,
- n – порядок числа.

Диапазон ограничен максимальными значениями M и n .

Вещественные числа

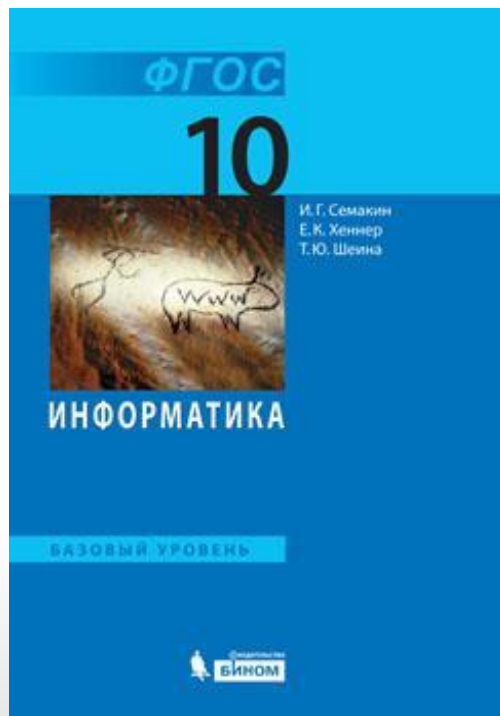
- Например, $123,45 = 0,12345 \cdot 10^3$
- Порядок указывает, на какое количество позиций и в каком направлении должна сместиться десятичная запятая в мантиссе.
- Число в формате с плавающей запятой может занимать в памяти 4 байта (обычная точность) или 8 байтов (двойная точность).
- При записи числа выделяются разряды для хранения знака мантиссы, знака порядка, порядка и мантиссы.
- Мантисса M и порядок n определяют диапазон изменения чисел и их точность.

Система основных понятий

Представление чисел			
Целые числа		Вещественные числа	
<p><i>В математике:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - десятичное представление; - множество: дискретно, бесконечно, не ограничено 	<p><i>В компьютере (информатике):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - двоичное представление; - множество: дискретно, конечно, ограничено 	<p><i>В математике:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - десятичное представление; - множество: непрерывно, бесконечно, не ограничено 	<p><i>В компьютере (информатике):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - двоичное представление; - множество: дискретно, конечно, ограничено
Представление целых чисел в компьютере		Представление вещественных чисел в компьютере	
Со знаком (положительные и отрицательные)	Без знака (положительные)	$M \times 2^P$ M — двоичная мантисса, P — двоичный целый порядок	
Диапазон: $[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$	Диапазон: $[0, 2^N]$	Диапазон ограничен максимальными значениями M и P	
Формат с фиксированной запятой		Формат с плавающей запятой	



Домашнее задание



• § 5

Практическая работа №3 «Представление чисел»

Задание 1.

Записать внутреннее представление следующих десятичных чисел со знаком, используя 8 – разрядную ячейку:

64_{10}

--	--	--	--	--	--	--	--

-120_{10}

Прямой код							
Обратный код							
Дополнительный код							

