

Тригонометрические
уравнения и методы их
решений

Урок алгебры от
24.04.2020

Тригонометрические уравнения - уравнения, содержащие неизвестное под знаком тригонометрической функции.

Решение тригонометрического уравнения состоит из двух этапов:

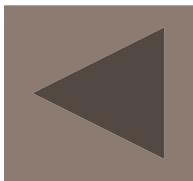
- *преобразование уравнения для получения его простейшего вида*
- *решение полученного простейшего тригонометрического уравнения.*

Рассмотрим десять основных методов решения тригонометрических уравнений.



Содержание:

1. Алгебраический метод
2. Метод разложения на множители
3. Метод вспомогательного угла
4. Однородные уравнения
5. Универсальная подстановка
6. Метод оценки
7. Метод понижения степени
8. Метод сравнения множеств
9. Переход к половинному углу
10. Преобразование произведения в сумму



Алгебраический метод

Этот метод нам хорошо известен из курса алгебры как метод замены переменной и подстановки.



Пример. Решить уравнение:

$$2\cos^2 x - \sin x + 1 = 0 \text{ (применяем основное тригонометрическое тождество)}$$

Решение. $2(1 - \sin^2 x) - \sin x + 1 = 0$ (раскрываем скобки и приводим подобные слагаемые)

$$-2\sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \text{ (получаем квадратное уравнение)}$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$$

Пусть $\sin x = y$, $-1 \leq y \leq 1$

$$2y^2 + y - 3 = 0$$

$y_1 = -1,5$ - не подходит по условию, т.к. $-1 \leq y \leq 1$

$$y_2 = 1$$

Возвращаемся к старой переменной:

$$\sin x = 1$$

$$x = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Метод разложения на множители

Пример. Решить уравнение:

$$\sin x - \sin 2x = 0$$

Решение. $\sin x - 2\sin x \cdot \cos x = 0$

$$\sin x(1 - \cos x) = 0$$

1. $\sin x = 0$ $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

2. $1 - \cos x = 0$

$\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

1. Изучить презентацию или прочитать п.11.2(пример №2,3) на с. 300, п.11.3(№1) на с.303;
2. по образцу примеров на слайдах №5,6 решить №15(г) на с.306, №8(г) на с.302;
3. Д/з прислать 29.04. до 15.00