



Степени и их свойства



Для записи произведения числа самого на себя несколько раз применяют сокращённое обозначение.

$$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^6.$$

8^6 - показатель степени
основание степени

А теперь давайте сформулируем общее определение степени числа, опираясь на предыдущий пример:



степенью числа a с натуральным показателем n , бóльшим 1, называется произведение n одинаковых множителей, каждый из которых равен числу a .

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ - множителей}} = a^n$$

a^n - показатель степени
основание степени

Запись a^n читается как: a в степени n , или n -ая степень числа a .

А вот следующие записи можно произносить по-разному:



a^2 – её можно произносить «а в квадрате» или «а во второй степени»;

a^3 – её можно произносить «а в кубе» или «а в третьей степени».

Стоит отметить, что особые случаи возникают, если показатель степени равен нулю или единице:

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$0^n = 0$$

$$1^n = 1.$$

Выражение 0^0 (ноль в нулевой степени) считают неопределенным.



Рассмотрим несколько примеров.
Возведём в степень

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$2,5^3 = 2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5 = 15,625$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

Основание степени может быть любым числом – **положительным**, **отрицательным** или **нулём**.

При возведении в степень **положительного числа** получается **положительное число**.

При возведении **нуля** в натуральную степень получается **ноль**.



При возведении в степень отрицательного числа, в результате может получиться как **положительное число**, так и отрицательное число.

Это зависит от того, **чётным** или **нечётным** числом был показатель степени.

Например, $(-2)^5$. Ответ будет **отрицательным**, так как показатель степени, 5 - **нечётное** число.

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32.$$

А вот в этом примере $(-5)^4$ ответ будет **положительным**, так как показатель степени, 4 – **чётное** число.

$$(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625.$$



	<i>Число</i>	<i>Основание</i>	<i>Показатель степени</i>
1.	25^5		
2.	11^{13}		
3.	135^6		



Рассмотрим такой пример:

$$4^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 = (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5) = (4 \cdot 5)^2 = 20^2 = 400.$$

Данный пример подтверждает справедливость следующего свойства степеней:

Произведение степеней с одним и тем же показателем равно степени с тем же показателем и основанием, равным произведению оснований:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$



Приведём еще такой пример:

$$5^2 \cdot 5^5 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^7.$$

Этот пример подтверждает справедливость следующего свойства степеней:

Произведение степеней с одним и тем же основанием это степень с тем же основанием и показателем, равным сумме показателей этих степеней, т.е.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$



Наконец, рассмотрим равенство:

$$(7^2)^3 = (7 \cdot 7)^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6.$$

Это равенство подтверждает справедливость следующего свойства степеней:

Степень степени числа равна степени того же числа с показателем, равным произведению показателей этих степеней, т.е.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

ПОДЫТОЖИМ



Таблица свойств степеней

$$a^k \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$a^n : a^k = a^{n-k}, \text{ где } n > k, \quad a \neq 0$$

$$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ где } b \neq 0$$



Укажите, чему равен показатель степени в выражении $b^m = c$.

- 1) c
- 2) b
- 3) m

Скажи названия компонентов выражения:

a^n - показатель степени
основание степени



Чему равно произведение?

$$a^2 \cdot a^4 \cdot a^5 \cdot a^9$$

$$a^{19}$$

$$a^{20}$$

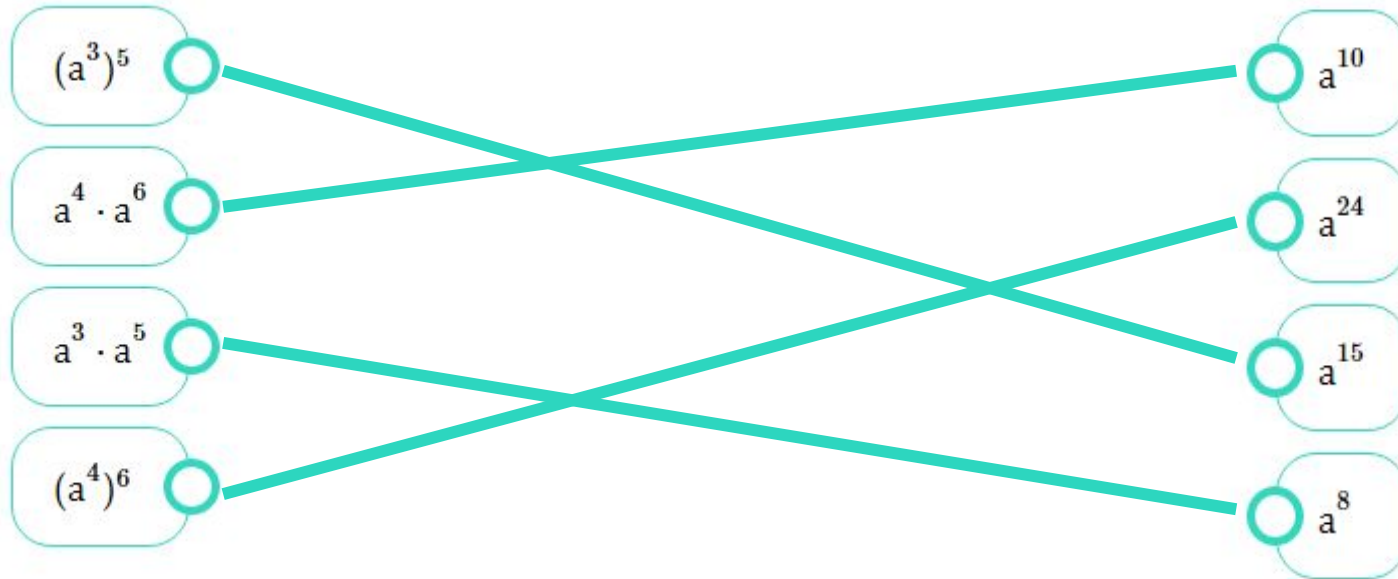
$$a^{210}$$

$$a^{360}$$



Вычисление значений выражений

Каждому выражению поставьте в соответствие его значение.





Степень числа

Сравните числа, не выполняя вычислений.

71^0	$=$	1
$(-267)^6$	$>$	1
$(-26)^3$	$<$	-1
$(-6,7)^2$	$>$	$(-6,7)^3$



Значение степени

Найдя значения выражений, вы разгадаете кроссворд

1.	С	Т	Е	П	Е	Н	Ь												
2.	О	С	Н	О	В	А	Н	И	Е										
3.	П	О	К	А	З	А	Т	Е	Л	Ь									

$$1. 81 : 3^4 =$$

Ответ: 1

$$2. 3 \cdot 2^5 =$$

Ответ: 96

$$3. (-6)^2 \cdot 10 =$$

Ответ: 360



Найдите значение выражения.

$$10^2 \cdot 10^3 \cdot 10 : 10^5 = 10^{2+3+1-5} = 10$$

Расположите выражения в порядке возрастания их значений.

$$(-0,2)^4$$

$$(-0,2)^7$$

$$(-0,2)^5$$

$$(-0,2)^7$$

$$(-0,2)^5$$

$$(-0,2)^4$$



Вычислите значение выражения.

$$(-12)^2 - (-4)^3 = \underline{80}$$

Найдите значение выражения.

$$((a + b)^{11} : (a + b)^8)^{12}$$

- $(a + b)^{35}$
- $(a + b)^{31}$
- $(a + b)^{15}$
- $(a + b)^{36}$



Найдите значение выражения, запишите ответ.

$$\frac{8^{16} \cdot 8^{10}}{8^{24}} = \underline{\quad 8^2 \quad}$$

Найдите значение выражения, выберите верный ответ.

$$\frac{2^{10} + 2^9 + 2^8}{2^9 + (4^2)^2}$$

$2\frac{1}{2}$

$2\frac{2}{3}$

$3\frac{1}{3}$

$2\frac{1}{3}$