



РАЗДЕЛ 2. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ

ТЕМА 2.2. ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

План

- 1. Производная сложной функции.**
- 2. Задачи для самостоятельного решения.**

Если $y = f(U)$, где U – некоторая функция $U = \varphi(x)$, то $y = f(\varphi(x))$ – сложная функция.



ПРИМЕР 1. НАЙТИ
ПРОИЗВОДНУЮ ФУНКЦИИ
 $y = 2^{ctg x} - x^2 \cdot \cos 5x$.

$$\begin{aligned} \square y' &= (2^{ctg x} - x^2 \cdot \cos 5x)' = \\ &= (U - V \cdot W)' = U' - (V \cdot W)' = \\ &U' - V'W - VW' \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \square 1) U' &= (2^{\operatorname{ctg} x})' = 2^{\operatorname{ctg} x} \cdot \\ &\ln 2 \cdot (\operatorname{ctg} x)' = \\ &2^{\operatorname{ctg} x} \cdot \ln x \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right) = \\ &-\frac{2^{\operatorname{ctg} x} \cdot \ln x}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

$$2) V' = (x^2)' = 2x$$

$$\begin{aligned} 3) W' &= (\cos 5x)' = -\sin 5x \cdot (5x)' = \\ &-5 \sin 5x \end{aligned}$$



$$y' = - \frac{2^{ctg x} \cdot \ln x}{\sin^2 x} - 2x \cdot \cos 5x -$$

$$x^2 \cdot (-5 \sin 5x) = - \frac{2^{ctg x} \cdot \ln x}{\sin^2 x} -$$

$$2x \cdot \cos 5x + 5x^2 \cdot \sin 5x$$



ПРИМЕР 2. НАЙТИ ПРОИЗВОДНУЮ ФУНКЦИИ

$$y = \ln \sqrt[9]{\left(\frac{1+9x}{x^9+3}\right)^5}.$$

▣ Сначала преобразуем функцию:

$$y = \ln \sqrt[9]{\left(\frac{1+9x}{x^9+3}\right)^5} = \ln \left(\frac{1+9x}{x^9+3}\right)^{\frac{5}{9}} = \frac{5}{9} \ln \left(\frac{1+9x}{x^9+3}\right) = \\ \frac{5}{9} (\ln(1+9x) - \ln(x^9+3))$$



$$\square y' = \left(\frac{5}{9} (U - V) \right)' = \frac{5}{9} (U' - V')$$

$$1) U' = (\ln(1 + 9x))' = \frac{1}{1+9x} \cdot$$

$$(1 + 9x)' = \frac{9}{1+9x}$$

$$2) V' = (\ln(x^9 + 3))' = \frac{1}{x^9 + 3} \cdot$$

$$(x^9 + 3)' = \frac{9x^8}{x^9 + 3}$$



$$\square y' = \frac{5}{9} \left(\frac{9}{1+9x} - \frac{9x^8}{x^9+3} \right) =$$
$$\frac{5}{1+9x} - \frac{5x^8}{x^9+3}$$



ПРИМЕР 3. НАЙТИ
ПРОИЗВОДНУЮ ФУНКЦИИ

$$y = \left(4x^3 - \frac{6}{x^3 \cdot \sqrt{x}} - 3 \right)^5$$

$$\square y' = (U^5)' = 5U^4 \cdot U'$$



$$\begin{aligned}
\text{□ } U' &= \left(4x^3 - \frac{6}{x^3 \cdot \sqrt{x}} - 3 \right)' = \\
&= (4x^3)' - \left(\frac{6}{x^3 \cdot \sqrt{x}} \right)' - (3)' = \\
&= 12x^2 - \left(\frac{6}{x^{3\frac{1}{2}}} \right)' = 12x^2 - 6 \cdot \\
&= \left(-3\frac{1}{2} \right) \cdot x^{-3\frac{1}{2}-1} = 12x^2 + \\
&= 21x^{-4\frac{1}{2}} = 12x^2 + \frac{21}{x^4 \cdot \sqrt{x}}
\end{aligned}$$



$$\square y' = 5 \left(4x^3 - \frac{6}{x^3 \cdot \sqrt{x}} - 3 \right)^4 \cdot \left(12x^2 + \frac{21}{x^4 \cdot \sqrt{x}} \right)$$



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. $y' = \left(\frac{1}{4} \sin^4 2x\right)'$

2. $y' = \left(\sqrt[9]{(2x^3 - 5x)^2} - \frac{5}{x^4} + e^{6x-8}\right)'$

3. $y' = \left(\frac{2x-1}{x^2+2}\right)'$

4. $y' = \left(x^2 \sqrt{x-1}\right)'$

5. $y' = \left(\frac{2x}{\sqrt{x-3}}\right)'$

6. $y' = (2 \cdot e^{3x+2})'$

7. $y' = (x^2 \cdot \arcsin 2x)'$

