



# ЗАКОНЫ ЛОГИКИ. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

# Логическая равносильность, законы логики.

Два высказывания *равносильны*, если они одновременно истинны или одновременно ложны.

Две формулы *равносильны* если их эквиваленция является тавтологией (общезначима).

$$F1 \leftrightarrow F2 \equiv 1$$

# Логическая равносильность, законы логики.

**Равносильность** – это отношение между формулами и как отношение обладает свойствами *рефлексивности, симметричности, транзитивности.*

Равносильности логики высказываний называют *законами логики.*

Основные законы логики и основные тавтологии: законы Аристотеля, де Моргана, идемпотентности.

## 1. Закон двойного отрицания:

$$\bar{\bar{A}} = A.$$

Двойное отрицание исключает отрицание.

## 2. Переместительный (коммутативный) закон:

- для логического сложения:

$$A \vee B = B \vee A;$$

- для логического умножения:

$$A \wedge B = B \wedge A.$$

Результат операции над высказываниями не зависит от того, в каком порядке берутся эти высказывания.

### 3. Сочетательный (ассоциативный) закон:

- для логического сложения:

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C);$$

- для логического умножения:

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C).$$

При одинаковых знаках скобки можно ставить произвольно или вообще опускать.

## 4. Распределительный (дистрибутивный) закон:

- для логического сложения:

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C);$$

- для логического умножения:

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C).$$

Определяет правило выноса общего высказывания за скобку.

## 5. Закон общей инверсии (законы де Моргана):

- для логического сложения:

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B};$$

- для логического умножения:

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}.$$

## 6. Закон идемпотентности

(от латинских слов *idem* – тот же самый и *potens* – сильный; дословно – равносильный):

- для логического сложения:

$$A \vee A = A;$$

- для логического умножения:

$$A \wedge A = A.$$

Закон означает отсутствие показателей степени.



## 7. Законы исключения констант:

- для логического сложения:

$$A \vee 1 = 1, A \vee 0 = A;$$

- для логического умножения:

$$A \wedge 1 = A, A \wedge 0 = 0.$$

## 8. Закон противоречия:

$$A \wedge \bar{A} = 0.$$

Невозможно, чтобы противоречащие высказывания были одновременно истинными.

## 9. Закон исключения третьего:

$$A \vee \bar{A} = 1.$$

Из двух противоречащих высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе – ложно, третьего не дано.

## 10. Закон поглощения:

- для логического сложения:

$$A \vee (A \wedge B) = A;$$

- для логического умножения:

$$A \wedge (A \vee B) = A.$$

## 11. Закон исключения (склеивания):

- для логического сложения:

$$(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) = B;$$

- для логического умножения:

$$(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B) = B.$$

## 12. Закон контрапозиции (правило перевертывания):

$$(A \leftrightarrow B) = (B \leftrightarrow A).$$

Справедливость приведенных законов можно доказать табличным способом: выписать все наборы значений  $A$  и  $B$ , вычислить на них значения левой и правой частей доказываемого выражения и убедиться, что результирующие столбцы совпадут.

Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{(A \vee B)} \rightarrow \overline{(B \vee C)}$$

Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)}$$

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме:

$$1. \overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)} = \overline{(A \vee B) \wedge \overline{(B \vee C)}} \quad \text{импликация и отрицание}$$

Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{\overline{(A \vee B)} \rightarrow \overline{(B \vee C)}}$$

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме:

$$(A \vee B) \wedge \overline{\overline{(B \vee C)}} = (A \vee B) \wedge (B \vee C) \text{ закон двойного отрицания}$$

Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)}$$

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме:

$$(A \vee B) \wedge (B \vee C) = (A \vee B) \wedge B \vee (A \vee B) \wedge C$$

правило дистрибутивности

Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)}$$

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме:

$$(A \vee B) \wedge B \vee (A \vee B) \wedge C = A \wedge B \vee B \wedge B \vee A \wedge C \vee B \wedge C$$

закон коммутативности и дистрибутивности производим

$$\text{сокращения } A \wedge B \vee B \vee A \wedge C \vee B \wedge C$$



Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)}$$

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме:

$$A \wedge B \vee B \vee A \wedge C \vee B \wedge C = B \wedge (A \vee 1) \vee A \wedge C \vee B \wedge C$$

вынесение за скобки

$$B \wedge (A \vee 1) \vee A \wedge C \vee B \wedge C = B \vee A \wedge C \vee B \wedge C \text{ упрощаем}$$

Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)}$$

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме:

$$B \vee A \wedge C \vee B \wedge C = B \wedge (1 \vee C) \vee A \wedge C \text{ группируем и выносим}$$

за скобки

$$B \wedge (1 \vee C) \vee A \wedge C = B \vee A \wedge C \text{ упрощаем}$$

$$\text{Ответ: } F = B \vee A \wedge C$$

## Закрепление изученного

Упростить выражение:

$$1. \quad F = \overline{A \wedge B} \vee \overline{B \vee C}$$

$$2. \quad F = A \wedge C \vee \overline{A} \wedge C$$

$$F = A \vee \overline{B} \vee \overline{C} \vee \overline{A} \vee B \vee C$$