$$\frac{\left(\left(4{,}625-\frac{13}{18}\cdot\frac{9}{26}\right):\frac{9}{4}+2{,}5:1{,}25:6{,}75\right):1\frac{53}{68}}{\left(\frac{1}{2}-0{,}375\right):0{,}125+\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right):(0{,}358-1{,}4796:13{,}7)}.$$

$$5\sqrt{48\sqrt[3]{\frac{2}{3}}}+\sqrt{32\sqrt[3]{\frac{9}{4}}}-11\sqrt[3]{12\sqrt{8}}\ .$$

Домашнее задание
Вычислить

1 $$\frac{((7-6{,}35):6{,}5+9{,}9)\cdot\frac{1}{12{,}8}}{\left(1{,}2:36+1\frac{1}{5}:0{,}25-1\frac{5}{6}\right)\cdot 1\frac{1}{4}}:0{,}125.$$

2 $$\frac{\left(2\frac{38}{45}-\frac{1}{15}\right):13\frac{8}{9}+3\frac{3}{65}\cdot\frac{26}{99}}{\left(18\frac{1}{2}-13\frac{7}{9}\right)\cdot\frac{1}{85}}\cdot 0{,}5.$$

3 $$\frac{3{,}75:1\frac{1}{2}+\left(1{,}5:3\frac{3}{4}\right)\cdot 2\frac{1}{2}+\left(1\frac{1}{7}-\frac{23}{49}\right):\frac{22}{147}}{2:3\frac{1}{5}+\left(3\frac{1}{4}:13\right):\frac{2}{3}-\left(2\frac{5}{18}-\frac{17}{36}\right)\cdot\frac{18}{65}}.$$

4 $$\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}+\frac{3}{\sqrt{3}-2}+\frac{15}{3-\sqrt{3}}\right)(\sqrt{3}+5)^{-1}.$$

5 $$\frac{a^3-2a^2+5a+26}{a^3-5a^2+17a-13}.$$

6 $$\frac{p^3+4p^2+10p+12}{p^3-p^2+2p+16}\cdot\frac{p^3-3p^2+8p}{p^2+2p+6}.$$

7 $$\left(\frac{x^4+5x^3+15x-9}{x^6+3x^4}+\frac{9}{x^4}\right):\frac{x^3-4x+3x^2-12}{x^5}.$$

8 $$(x^4-7x^2+1)^{-2}\left(\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-14\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+77\right);\ x=\frac{\sqrt[4]{125}}{5}.$$

1. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{6}-\sqrt{14}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{14}\right)$.

2. Найдите значение выражения $\frac{\left(6\sqrt{2}\right)^2}{18}$.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\sqrt{13}+\sqrt{5}\right)^2}{9+\sqrt{65}}$.

4. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{8}-\sqrt{98}\right)\cdot\sqrt{2}$.

5. Найдите значение выражения $2\cdot\sqrt[5]{256}\cdot\sqrt[20]{256}$.

6. Найдите значение выражения $8^{0,28} \cdot 16^{0,04}$.

7. Найдите значение выражения $\dfrac{5^{5,6}}{25^{1,3}}$.

8. Найдите значение выражения $5^{\frac{1}{5}} \cdot 25^{\frac{2}{5}}$.

9. Найдите значение выражения $1{,}25^{\frac{2}{7}} \cdot 2^{\frac{6}{7}} \cdot 10^{\frac{5}{7}}$.

10. Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{2}-3} \cdot 5^{4-4\sqrt{2}}$.

11. Найдите значение выражения $15 \cdot 3^{\log_3 18}$.

12. Найдите значение выражения $\log_{0,25} 32$.

13. Найдите значение выражения $\log_6 702 - \log_6 3,25$.

14. Найдите значение выражения $8\log_8 \sqrt[5]{8}$.

15. Найдите значение выражения $6^{2+\log_6 10}$.

16. Найдите значение выражения $6\sin 135^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

17. Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}25$.

18. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

19. Найдите значение выражения $\frac{-12}{\sin^2 152^\circ + \sin^2 242^\circ}$.

20. Найдите $13\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = -0{,}6$.

Домашнее задание

1. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{5,6}\cdot\sqrt{2,1}}{\sqrt{0,24}}$.

2. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{6\frac{3}{7}}-\sqrt{2\frac{6}{7}}\right):\sqrt{\frac{5}{63}}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{1130^2-552^2}$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{36}\cdot\sqrt[6]{216}$.

5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[35]{7}\cdot\sqrt[14]{7}}{\sqrt[10]{7}}$.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}$.

7. Найдите значение выражения $\frac{4^{2,9}\cdot 7^{2,4}}{28^{1,4}}$.

8. Найдите значение выражения $35^{3,4}\cdot 7^{-3,4}:5^{1,4}$.

9. Найдите значение выражения $\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{5}}}{\sqrt[10]{3}}\right)^5$.

10. Найдите значение выражения $\frac{\left(11^{\frac{3}{5}}\cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{55^9}$.

11. Найдите значение выражения $2^{\log_4 49}$.

12. Найдите значение выражения $\log_{100}10+\log_{0,125}64$.

13. Найдите значение выражения $\frac{\log_5 729}{\log_5 9}$.

14. Найдите значение выражения $(1-\log_4 12)(1-\log_3 12)$.

15. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 2}{\log_3 7}+\log_7 0,5$.

16. Найдите значение выражения $\frac{45}{\sin\left(-\frac{25\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{35\pi}{4}\right)}$.

17. Найдите значение выражения $\frac{4\sin 130^\circ}{\sin 65^\circ\cdot\sin 25^\circ}$.

18. Найдите значение выражения $\frac{-14\sin 58^\circ}{\cos 29^\circ\cdot\cos 61^\circ}$.

19. Найдите значение выражения $\sqrt{200}\cos^2\frac{7\pi}{8}-\sqrt{50}$.

20. Найдите $\operatorname{tg}^2\alpha$, если $4\sin^2\alpha+10\cos^2\alpha=9$.

Задача 10

1. Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300 000 руб.

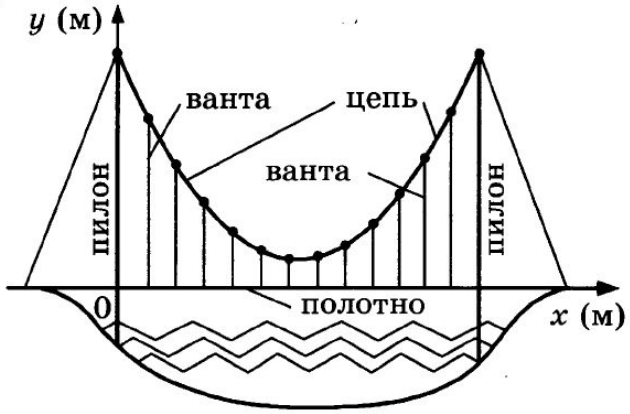
2. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{400}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

3. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 11$ кг и радиуса $R = 6$ см и двух боковых с массами $M = 4$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг · см^2, дается формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 598 кг · см^2? Ответ выразите в сантиметрах.

4. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 4$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? Ответ выразите в омах.

5. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 149 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c\dfrac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 10 м/с. Ответ выразите в МГц.

6. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой $y = 0{,}0041x^2 - 0{,}77x + 41$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 80 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



7. Автомобиль, масса которого равна $m = 1500$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $s = 600$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2ms}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 2000 Н. Ответ выразите в секундах.

8. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. Определите (в киловольтах) наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 8,4 с.

9. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полёта будет не меньше 4 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

10. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin\alpha$, где $I = 8$ А — сила тока в рамке, $B = 7 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0{,}4$ м — размер рамки, $N = 625$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 2,8 Н·м?

11. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op, объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций — втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 4Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 12.

12. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включён предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

13. Начальная скорость v_0 движущегося с постоянным ускорением тела равна 15 м/с. Ускорение тела a равно 13 м/с^2. С какой скоростью (в м/с) будет двигаться тело в момент времени $t = 9$ с, если скорость движения тела при равноускоренном движении вычисляется по формуле $v = v_0 + a \cdot t$?

14. Расстояние от линзы до предмета d_1 и расстояние от линзы до изображения d_2 связаны соотношением $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$, где f — главное фокусное расстояние линзы. Найдите f, если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 70 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 30 см. Ответ дайте в сантиметрах.

15. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

16. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя КПД этого двигателя будет не меньше 25%, если температура холодильника $T_2 = 285$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

17. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. После дождя измеряемое время уменьшилось на 0,2 с. На сколько метров поднялся уровень воды?

18. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 54$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 8$ км/ч^2. Расстояние S от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует связь на расстоянии не далее чем в 58 км от города. Ответ выразите в минутах.

19. Камень подбросили вверх. Его высота над землей (в метрах) вычисляется по формуле $h(t) = 23t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 12 метров?

20. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое минимальное количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы расстояние от него до горизонта было больше 12 километров? Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h над землёй, до линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли.

Домашнее задание

1. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 6$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{600}$ м/мин^2, и $b = -\frac{1}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

2. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -50$ К/мин^2, $b = 400$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

3. Компания Яндекс-Маркет вычисляет рейтинг интернет-магазинов по формуле

$$R = r_{пок} - \frac{r_{пок} - r_{экс}}{(K+1)\frac{0{,}02K}{r_{пок} + 0{,}1}},$$

где $r_{пок}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{экс}$ — оценка магазина экспертами компании (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.
Найдите рейтинг интернет-магазина «Дзета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 8, их средняя оценка равна 0,22, а оценка экспертов равна 0,49.

4. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 3081433,6 Н? Ответ выразите в метрах.

5. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{4}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 2{,}56 \cdot 10^6$ Па·м^4, газ начинают сжимать. Какой наибольший объём V может занимать газ при давлениях p не ниже $6{,}25 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

6. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 25$ °C, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_в = 57$ °C. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T(°C), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$(м), где $c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 28 \frac{Вт}{м \cdot °C}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 126 м?

7. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\upsilon = 4$ моля воздуха объемом $V_1 = 20$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \upsilon T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 6{,}7$ постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 24 120 Дж?

8. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 60°/с$, фаза $\varphi = -15°$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

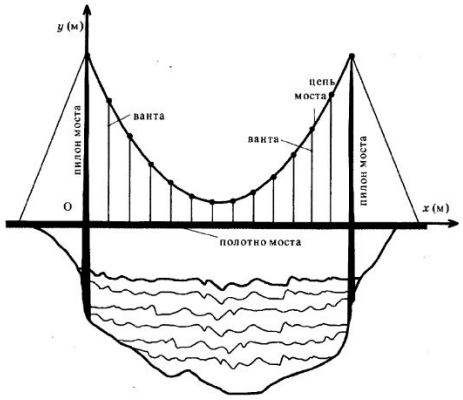
9. Два тела массой $m = 4$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $\upsilon = 5$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = m\upsilon^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 25 джоулей?

10. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a увеличение вчетверо объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 2 раза?

11. При температуре 0° рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t°) = l_0(1 + \alpha \cdot t°)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}(°C)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, $t°$ — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

12. Зависимость объёма спроса q на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 70 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) определяется как $r(p) = q \cdot p$. Определите максимальный уровень цены p, при котором месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

13. Самые красивые мосты — вантовые. Вертикальные **пилоны** связаны огромной провисающей **цепью**. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают **полотно моста**, называются **вантами**.



На рисунке изображена схема одного вантового моста. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение

$$y = 0,0058x^2 - 0,796x + 32,$$

где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 100 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

14. Автомобиль разгоняется с места с постоянным ускорением $a = 0,3\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ и через некоторое время достигает скорости $v = 15\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Какое расстояние к этому моменту прошёл автомобиль? Ответ выразите в метрах. Скорость v, пройденный путь l, время разгона t и ускорение a связаны соотношениями $v = at$, $l = \frac{at^2}{2}$.

15. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,8 + 12t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее четырех метров?

16. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, температура T — в градусах Кельвина, а мощность P — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{64} \cdot 10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $2,28 \cdot 10^{25}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

17. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 35$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 35 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 240 до 280 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

18. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 190$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ выразите в м/с.

19. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l (в километрах) с постоянным ускорением a (в км/ч^2), вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

20. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начала распада, T — период полураспада в часах. В лаборатории получили вещество, содержащее $m_0 = 80$ мкг изотопа натрия-24, период полураспада которого $T = 15$ ч. В течение скольких часов масса изотопа натрия-24 будет не меньше 10 мкг?