

# КОМБИНАТОРИК

## А

Барынина Марина Витальевна

---

# ВСТАВЬТЕ ПРОПУЩЕННОЕ СЛОВО

----- из  $n$  элементов называется  
каждое расположение этих элементов в  
определенном порядке.

----- из  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ )  
называется любое множество, состоящее из  $k$   
элементов, взятых в определенном порядке из  
данных  $n$  элементов.

----- из  $n$  элементов по  $k$  называется  
любое множество из  $k$  элементов, выбранных из  
 $n$  элементов.

# ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

(ПОВТОРЯЕМ ФОРМУЛЫ)

## ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

### ПЕРЕСТАНОВКИ

$$P_n = n!$$

### РАЗМЕЩЕНИЯ

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

### СОЧЕТАНИЯ

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

# КАК РАЗЛИЧИТЬ ЗАДАЧИ НА РАЗМЕЩЕНИЕ, ПЕРЕСТАНОВКИ И СОЧЕТАНИЕ?

Типичная задача

Решаемая с помощью **перестановок**:  
Сколькими способами можно  $n$  различных предметов расставить на  $n$  различных местах?

Решаемая с помощью **размещений**:  
Сколькими способами можно выбрать из  $n$  различных предметов  $k$  предметов и разместить их на  $k$  различных местах?

Решаемая с помощью **сочетаний**:  
Сколькими способами можно выбрать  $k$  из  $n$  различных предметов?

# АЛГОРИТМ ДЕЙСТВИЙ



# ЗАДАЧА № 1.

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОГУТ ВСТАТЬ В ОЧЕРЕДЬ В БИЛЕТНУЮ КАССУ 5 ЧЕЛОВЕК?

**1** 6 способов

**2** 50 способов

**3** 100 способов

**4** 120 способов



# ЗАДАЧА № 1

## **Решение:**

*Различные варианты  $n$  человек в очереди отличаются один от другого только порядком расположения людей, т.е. являются различными перестановками из  $n$  элементов.*

*Пять человек могут встать в очередь*

*$P_5 = 5! = 120$  различными способами.*

*Ответ: 120 способами.*

## ЗАДАЧА № 2

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ 4 ЧЕЛОВЕКА МОГУТ  
РАЗМЕСТИТЬСЯ НА ЧЕТЫРЕХМЕСТНОЙ  
СКАМЕЙКЕ?

- 1** 4 способами
- 2** 16 способами
- 3** 24 способами
- 4** 48 способами



## ЗАДАЧА № 2

### **Решение:**

*Количество человек равно количеству мест на скамейке, поэтому количество способов размещения равно числу перестановок из 4 элементов:*

$$P = 4! = 24$$

*Можно рассуждать по правилу произведения: для первого человека можно выбрать любое из 4 мест, для второго – любое из 3 оставшихся, для третьего – любое из 2 оставшихся, последний займет 1 оставшееся место; всего  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ .*

**Ответ: 24 способами.**

## ЗАДАЧА № 3

*НАЙДИТЕ СУММУ ЦИФР ВСЕХ ЧЕТЫРЕХЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ, КОТОРЫЕ МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ ЦИФР 1, 3, 5, 7 (БЕЗ ИХ ПОВТОРЕНИЯ).*

**1** 380

**2** 16

**3** 105

**4** 384



## ЗАДАЧА № 3

### **Решение:**

*Каждое четырехзначное число, составленное из цифр 1, 3, 5, 7 (без повторения), имеет сумму цифр, равную*  
 **$1+3+5+7=16$ .**

*Из этих цифр можно составить  $P_4 = 4! = 24$  различных числа, отличающихся только порядком цифр.*

*Сумма цифр всех этих чисел равна*

**$16 \times 24 = 384$ .**

**Ответ: 384.**

## ЗАДАЧА № 4

*СКОЛЬКО СУЩЕСТВУЕТ СПОСОБОВ ВЫБРАТЬ ТРОИХ РЕБЯТ ИЗ ШЕСТЕРЫХ ЖЕЛАЮЩИХ ДЕЖУРИТЬ ПО СТОЛОВОЙ?*

**1** 20

**2** 720

**3** 6

**4** 18



# ЗАДАЧА № 4

## **Решение:**

Количество сочетаний из 6 по 3 (порядок выбора не имеет значения) равно:

$$C_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$

**Ответ: 20 способов**

## ЗАДАЧА № 5

*В КЛАССЕ 9 ЧЕЛОВЕК УСПЕШНО ЗАНИМАЮТСЯ МАТЕМАТИКОЙ. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОЖНО ВЫБРАТЬ ИЗ НИХ ДВОИХ УЧАЩИХСЯ ДЛЯ УЧАСТИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ?*

1

2

2

18

3

81

4

36



## ЗАДАЧА № 5

### **Решение:**

**Выбираем двух учащихся из 9, порядок выбора не имеет значения (оба выбранных пойдут на олимпиаду как равноправные); количество способов выбора равно числу сочетаний из 9 по 2:**

$$C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 36$$

**Ответ: 36 способов**

## ЗАДАЧА № 6

В КЛАССЕ УЧАТСЯ 18 МАЛЬЧИКОВ И 14 ДЕВОЧЕК. ДЛЯ УБОРКИ ТЕРРИТОРИИ ШКОЛЫ ТРЕБУЕТСЯ ВЫДЕЛИТЬ ЧЕТЫРЕХ МАЛЬЧИКОВ И ТРЕХ ДЕВОЧЕК. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ ЭТО МОЖНО СДЕЛАТЬ?

1

840

2

400400

3

1113840

4

111000000



## ЗАДАЧА № 6

### **Решение:**

**Нужно сделать два выбора: 4 мальчика из 18 (всего способов) и 3 девочки из 14 (всего способов); порядок выбора значения не имеет (все идущие на уборку равноправны). Каждый вариант выбора мальчиков может сочетаться с каждым выбором девочек, поэтому по правилу произведения общее число способов выбора равно:**

$$C_{18}^4 \cdot C_{14}^3 = \frac{18!}{(18-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{14!}{(14-3)! \cdot 3!} = \frac{15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{12 \cdot 13 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1113840$$

**Ответ: 1113840 способов**

## ЗАДАЧА № 7

ИЗ 25 УЧАСТНИКОВ СОБРАНИЯ НАДО ВЫБРАТЬ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ И СЕКРЕТАРЯ. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ ЭТО МОЖНО СДЕЛАТЬ?

1 140

2 600

3 625

4 2



## ЗАДАЧА № 7

**Решение:**

*Из 25 элементов выбираем 2, причем порядок выбора имеет значение.*

*Количество способов выбора равно*

$$A_{25}^2 = \frac{25!}{(25 - 2)!} = 25 \cdot 24 = 600$$

**Ответ: 600**  
способов

## ЗАДАЧА № 8

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ 5 ВЫПУСКНИКОВ, СДАЮЩИХ ГИА, МОГУТ ЗАНЯТЬ МЕСТА В АУДИТОРИИ, В КОТОРОЙ СТОИТ 15 ОДНОМЕСТНЫХ СТОЛОВ?

1

36

2

360

3

360360

4

3636



## ЗАДАЧА N° 8

**Решение:**

**Выбираем 5 столов для выпускников из 15 имеющихся:  
(порядок выбора учитывается (кто сидит около преподавателя, кто на последней парте, кто около окна и т. п.):**

$$A_{15}^5 = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 = 360360$$

**Ответ: 360 360 способов**

## ЗАДАЧА № 9

НА СОРЕВНОВАНИЯХ ПО ЛЕГКОЙ АТЛЕТИКЕ ПРИЕХАЛА КОМАНДА ИЗ 12 СПОРТСМЕНОВ. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ ТРЕНЕР МОЖЕТ ОПРЕДЕЛИТЬ, КТО ИЗ НИХ ПОБЕЖИТ В ЭСТАФЕТЕ  $4 \times 100$  М НА ПЕРВОМ, ВТОРОМ, ТРЕТЬЕМ И ЧЕТВЕРТОМ ЭТАПАХ?

**1** 11880

**2** 48

**3** 144

**4** 11800



## ЗАДАЧА № 9

**Решение:**

**Выбор из 12 по 4 с учетом порядка.**

$$A_{12}^4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$$

**Ответ: 11 880**

# САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

I вариант	II вариант
<p>Задание 1. Сколькими способами можно разместить во время проведения итоговой аттестации по алгебре 15 учащихся девятого класса за 15 столами так, чтобы за каждым сидело по одному ученику?</p>	<p>Задание 1. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 14 человек?</p>
<p>Задание 2. Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 10 участниками конкурса?</p>	<p>Задание 2. Сколькими способами могут занять первое, второе и третье места 15 участниц забега на дистанции 100 метров?</p>
<p>Задание 3. Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 11 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня три экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся.</p>	<p>Задание 3. Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 9 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня два экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся.</p>

# САМОПРОВЕРКА

I вариант	II вариант
<p>Задание 1. Решение: Воспользуемся определением и формулой <u>перестановок</u>:</p> $P_{15} = 15! = 1307674368000.$ <p>Ответ: 1 307 674 368 000 способов.</p>	<p>Задание 1. Решение: Воспользуемся определением и формулой перестановок:</p> $P_{14} = 14! = 87\,178\,291\,200.$ <p>Ответ: 87 178 291 200 способов.</p>
<p>Задание 2. Выбираем трех призеров из 10 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения):</p> $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$ <p>Ответ: 720 способов</p>	<p>Задание 2. Выбираем трех призеров из 15 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения):</p> $A_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!} = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ <p>Ответ: 2730 способов</p>
<p>Задание 3. В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний:</p> $C_7^3 = \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$ <p>Ответ: 35</p>	<p>Задание 3. В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний:</p> $C_7^2 = \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$ <p>Ответ: 21.</p>

# ОЦЕНКА СВОЕЙ РАБОТЫ

- «5» - правильно выполнены все три задания.
- «4» - правильно выполнены два задания.
- «3» - правильно выполнено только одно задание.
- «2» - все задания выполнены неверно или не выполнены.

# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Придумайте и решите  
по одной задачи на каждую из тем

- Перестановки
- Размещения
- сочетания

**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ**