

КОМБИНАТОРИК

А

Барынина Марина Витальевна

ВСТАВЬТЕ ПРОПУЩЕННОЕ СЛОВО

----- из n элементов называется
каждое расположение этих элементов в
определенном порядке.

----- из n элементов по k ($k \leq n$)
называется любое множество, состоящее из k
элементов, взятых в определенном порядке из
данных n элементов.

----- из n элементов по k называется
любое множество из k элементов, выбранных из
 n элементов.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

(ПОВТОРЯЕМ ФОРМУЛЫ)

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

ПЕРЕСТАНОВКИ

$$P_n = n!$$

РАЗМЕЩЕНИЯ

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

СОЧЕТАНИЯ

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

КАК РАЗЛИЧИТЬ ЗАДАЧИ НА РАЗМЕЩЕНИЕ, ПЕРЕСТАНОВКИ И СОЧЕТАНИЕ?

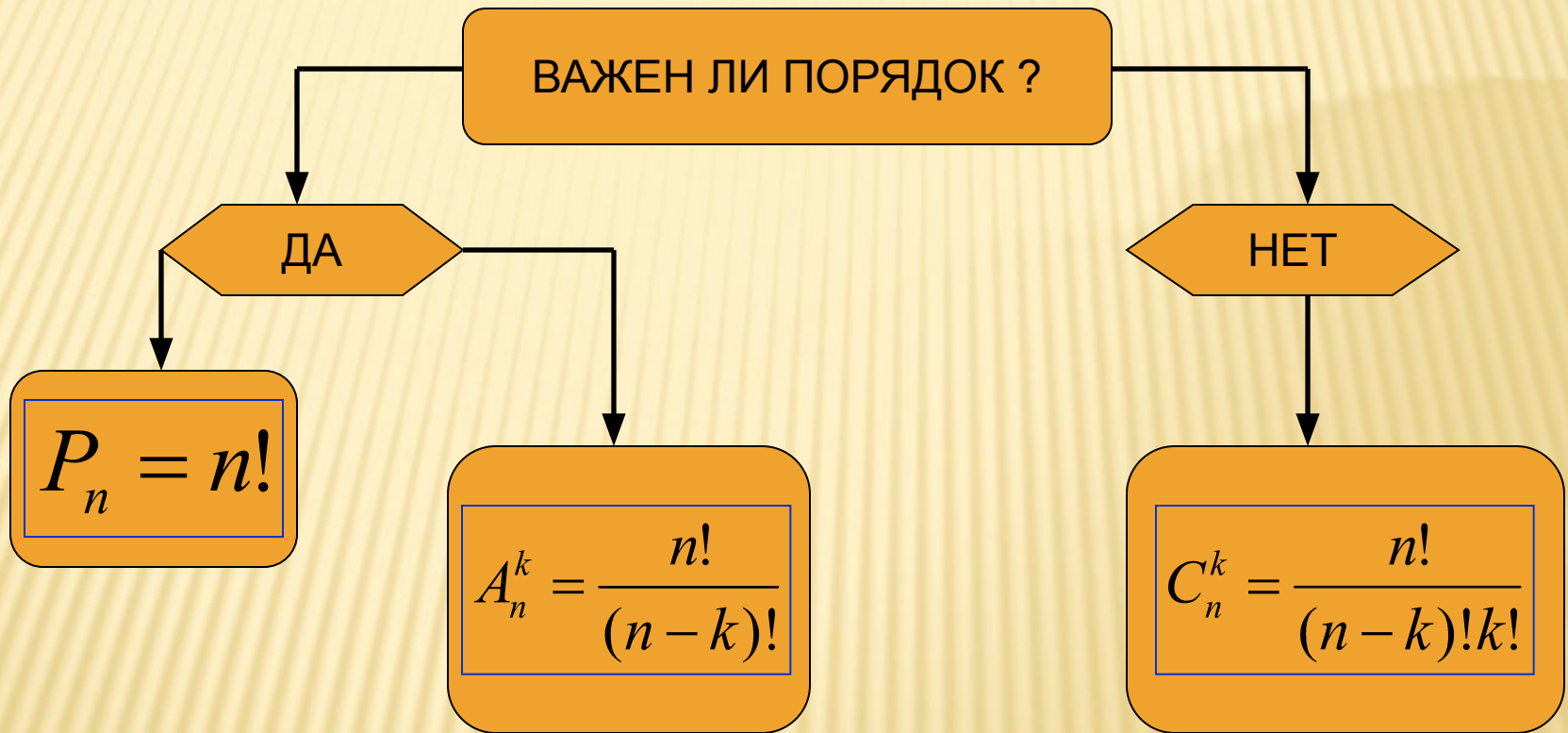
Типичная задача

Решаемая с помощью **перестановок**:
Сколькими способами можно n различных предметов расставить на n различных местах?

Решаемая с помощью **размещений**:
Сколькими способами можно выбрать из n различных предметов k предметов и разместить их на k различных местах?

Решаемая с помощью **сочетаний**:
Сколькими способами можно выбрать k из n различных предметов?

АЛГОРИТМ ДЕЙСТВИЙ



ЗАДАЧА № 1.

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОГУТ ВСТАТЬ В ОЧЕРЕДЬ В БИЛЕТНУЮ КАССУ 5 ЧЕЛОВЕК?

1 6 способов

2 50 способов

3 100 способов

4 120 способов



ЗАДАЧА № 1

Решение:

Различные варианты n человек в очереди отличаются один от другого только порядком расположения людей, т.е. являются различными перестановками из n элементов.

Пять человек могут встать в очередь

$P_5 = 5! = 120$ различными способами.

Ответ: 120 способами.

ЗАДАЧА № 2

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ 4 ЧЕЛОВЕКА МОГУТ
РАЗМЕСТИТЬСЯ НА ЧЕТЫРЕХМЕСТНОЙ
СКАМЕЙКЕ?

- 1** 4 способами
- 2** 16 способами
- 3** 24 способами
- 4** 48 способами



ЗАДАЧА № 2

Решение:

Количество человек равно количеству мест на скамейке, поэтому количество способов размещения равно числу перестановок из 4 элементов:

$$P = 4! = 24$$

Можно рассуждать по правилу произведения: для первого человека можно выбрать любое из 4 мест, для второго – любое из 3 оставшихся, для третьего – любое из 2 оставшихся, последний займет 1 оставшееся место; всего $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Ответ: 24 способами.

ЗАДАЧА № 3

НАЙДИТЕ СУММУ ЦИФР ВСЕХ ЧЕТЫРЕХЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ, КОТОРЫЕ МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ ЦИФР 1, 3, 5, 7 (БЕЗ ИХ ПОВТОРЕНИЯ).

1 380

2 16

3 105

4 384



ЗАДАЧА № 3

Решение:

Каждое четырехзначное число, составленное из цифр 1, 3, 5, 7 (без повторения), имеет сумму цифр, равную
 $1+3+5+7=16$.

Из этих цифр можно составить $P_4 = 4! = 24$ различных числа, отличающихся только порядком цифр.

Сумма цифр всех этих чисел равна

$16 \times 24 = 384$.

Ответ: 384.

ЗАДАЧА № 4

СКОЛЬКО СУЩЕСТВУЕТ СПОСОБОВ ВЫБРАТЬ ТРОИХ РЕБЯТ ИЗ ШЕСТЕРЫХ ЖЕЛАЮЩИХ ДЕЖУРИТЬ ПО СТОЛОВОЙ?

1 20

2 720

3 6

4 18



ЗАДАЧА № 4

Решение:

Количество сочетаний из 6 по 3 (порядок выбора не имеет значения) равно:

$$C_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$

Ответ: 20 способов

ЗАДАЧА № 5

В КЛАССЕ 9 ЧЕЛОВЕК УСПЕШНО ЗАНИМАЮТСЯ МАТЕМАТИКОЙ. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОЖНО ВЫБРАТЬ ИЗ НИХ ДВОИХ УЧАЩИХСЯ ДЛЯ УЧАСТИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ?

1

2

2

18

3

81

4

36



ЗАДАЧА № 5

Решение:

Выбираем двух учащихся из 9, порядок выбора не имеет значения (оба выбранных пойдут на олимпиаду как равноправные); количество способов выбора равно числу сочетаний из 9 по 2:

$$C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 36$$

Ответ: 36 способов

ЗАДАЧА № 6

В КЛАССЕ УЧАТСЯ 18 МАЛЬЧИКОВ И 14 ДЕВОЧЕК. ДЛЯ УБОРКИ ТЕРРИТОРИИ ШКОЛЫ ТРЕБУЕТСЯ ВЫДЕЛИТЬ ЧЕТЫРЕХ МАЛЬЧИКОВ И ТРЕХ ДЕВОЧЕК. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ ЭТО МОЖНО СДЕЛАТЬ?

1

840

2

400400

3

1113840

4

111000000



ЗАДАЧА № 6

Решение:

Нужно сделать два выбора: 4 мальчика из 18 (всего способов) и 3 девочки из 14 (всего способов); порядок выбора значения не имеет (все идущие на уборку равноправны). Каждый вариант выбора мальчиков может сочетаться с каждым выбором девочек, поэтому по правилу произведения общее число способов выбора равно:

$$C_{18}^4 \cdot C_{14}^3 = \frac{18!}{(18-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{14!}{(14-3)! \cdot 3!} = \frac{15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{12 \cdot 13 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1113840$$

Ответ: 1113840 способов

ЗАДАЧА № 7

ИЗ 25 УЧАСТНИКОВ СОБРАНИЯ НАДО ВЫБРАТЬ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ И СЕКРЕТАРЯ. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ ЭТО МОЖНО СДЕЛАТЬ?

1 140

2 600

3 625

4 2



ЗАДАЧА № 7

Решение:

Из 25 элементов выбираем 2, причем порядок выбора имеет значение.

Количество способов выбора равно

$$A_{25}^2 = \frac{25!}{(25 - 2)!} = 25 \cdot 24 = 600$$

Ответ: 600
способов

ЗАДАЧА № 8

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ 5 ВЫПУСКНИКОВ, СДАЮЩИХ ГИА, МОГУТ ЗАНЯТЬ МЕСТА В АУДИТОРИИ, В КОТОРОЙ СТОИТ 15 ОДНОМЕСТНЫХ СТОЛОВ?

1 36

2 360

3 360360

4 3636



ЗАДАЧА № 8

Решение:

**Выбираем 5 столов для выпускников из 15 имеющихся:
(порядок выбора учитывается (кто сидит около преподавателя, кто на последней парте, кто около окна и т. п.):**

$$A_{15}^5 = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 = 360360$$

Ответ: 360 360 способов

ЗАДАЧА № 9

НА СОРЕВНОВАНИЯХ ПО ЛЕГКОЙ АТЛЕТИКЕ ПРИЕХАЛА КОМАНДА ИЗ 12 СПОРТСМЕНОВ. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ ТРЕНЕР МОЖЕТ ОПРЕДЕЛИТЬ, КТО ИЗ НИХ ПОБЕЖИТ В ЭСТАФЕТЕ 4×100 М НА ПЕРВОМ, ВТОРОМ, ТРЕТЬЕМ И ЧЕТВЕРТОМ ЭТАПАХ?

1 11880

2 48

3 144

4 11800



ЗАДАЧА № 9

Решение:

Выбор из 12 по 4 с учетом порядка.

$$A_{12}^4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$$

Ответ: 11 880

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

I вариант	II вариант
<p>Задание 1. Сколькими способами можно разместить во время проведения итоговой аттестации по алгебре 15 учащихся девятого класса за 15 столами так, чтобы за каждым сидело по одному ученику?</p>	<p>Задание 1. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 14 человек?</p>
<p>Задание 2. Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 10 участниками конкурса?</p>	<p>Задание 2. Сколькими способами могут занять первое, второе и третье места 15 участниц забега на дистанции 100 метров?</p>
<p>Задание 3. Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 11 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня три экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся.</p>	<p>Задание 3. Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 9 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня два экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся.</p>

САМОПРОВЕРКА

I вариант	II вариант
<p>Задание 1. Решение: Воспользуемся определением и формулой <u>перестановок</u>: $P_{15} = 15! = 1307674368000$. Ответ: 1 307 674 368 000 способов.</p>	<p>Задание 1. Решение: Воспользуемся определением и формулой перестановок: $P_{14} = 14! = 87\,178\,291\,200$. Ответ: 87 178 291 200 способов.</p>
<p>Задание 2. Выбираем трех призеров из 10 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения): $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$ Ответ: 720 способов</p>	<p>Задание 2. Выбираем трех призеров из 15 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения): $A_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!} = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ Ответ: 2730 способов</p>
<p>Задание 3. В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний: $C_7^3 = \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$ Ответ: 35</p>	<p>Задание 3. В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний: $C_7^2 = \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$ Ответ: 21.</p>

ОЦЕНКА СВОЕЙ РАБОТЫ

- «5» - правильно выполнены все три задания.
- «4» - правильно выполнены два задания.
- «3» - правильно выполнено только одно задание.
- «2» - все задания выполнены неверно или не выполнены.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Придумайте и решите
по одной задачи на каждую из тем

- Перестановки
- Размещения
- сочетания

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ**