Лекция 5

Напряжения в грунтах

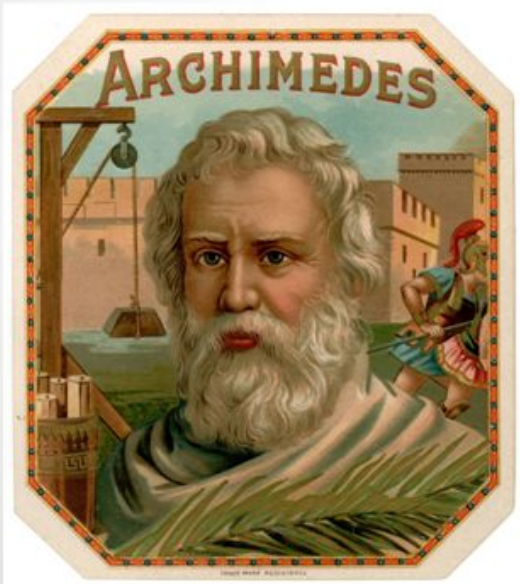
Напряжения от собственного веса

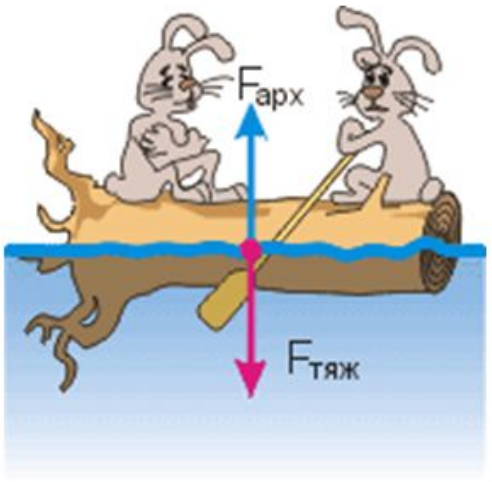
Плотность грунта с учетом взвешивающего действия воды:

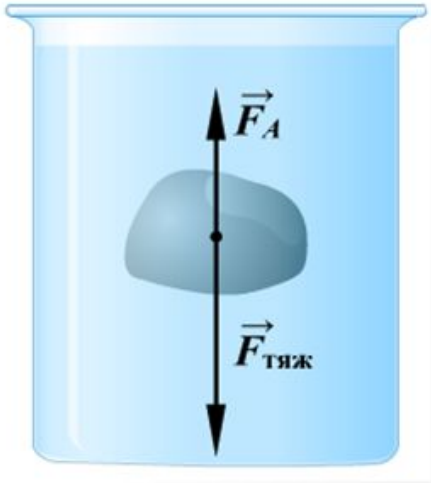
$$\rho_{sb} = (\rho_s - \rho_w)*(1 - n)$$

Удельный вес грунта с учетом взвешивающего действия воды

$$\gamma_{sb} = (\gamma_s - \gamma_w)*(1 - n)$$







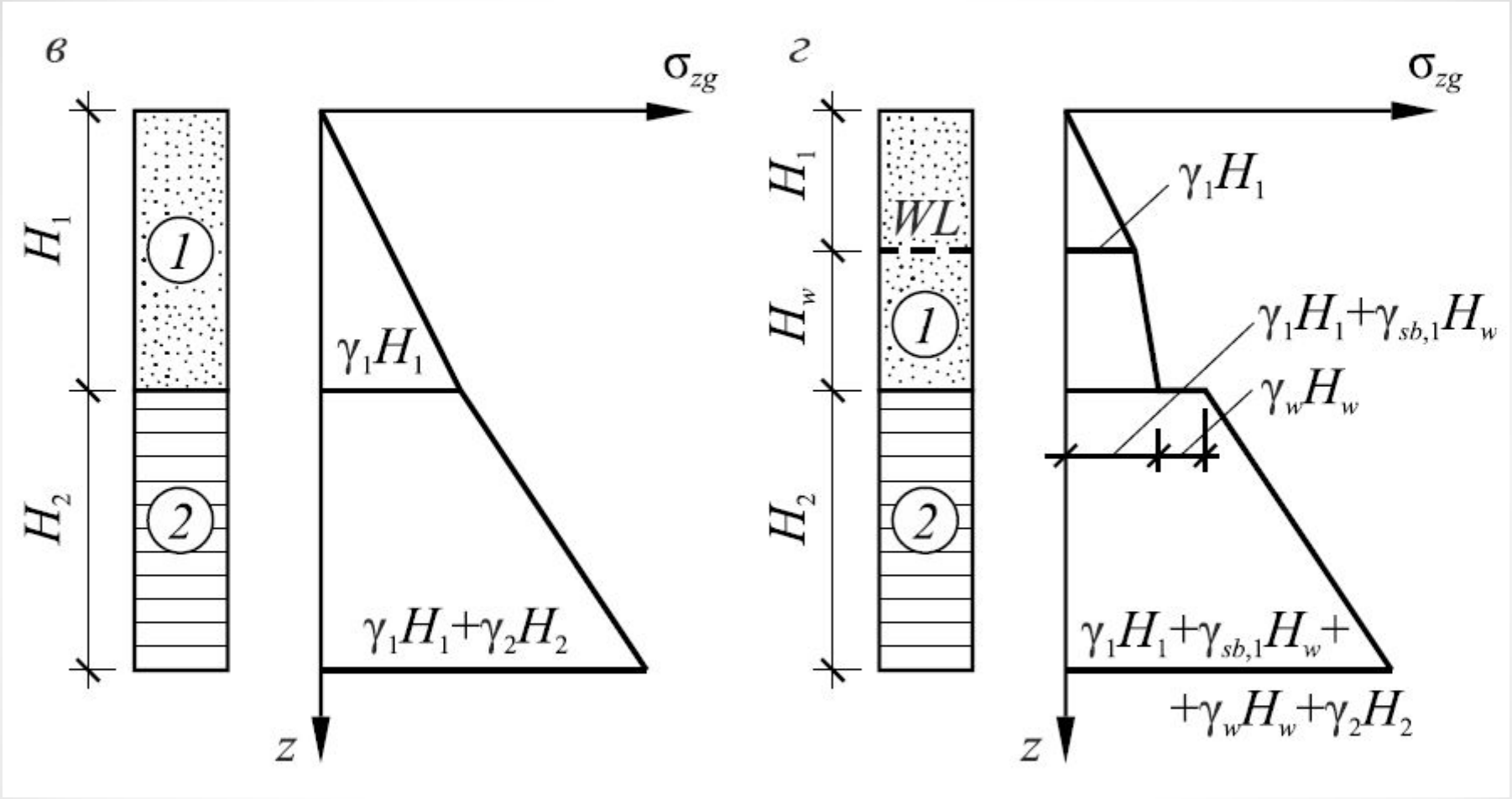
С [illegible] В

$$\sigma_{zg} = \gamma \cdot z$$

$$\sigma_{zg} = \gamma_1 \cdot H_1 + \gamma_{sb,1} \cdot H_2$$

γ_{sb} – удельный вес грунта с учетом взвешивающего действия грунтовых вод

Напряжения от собственного веса



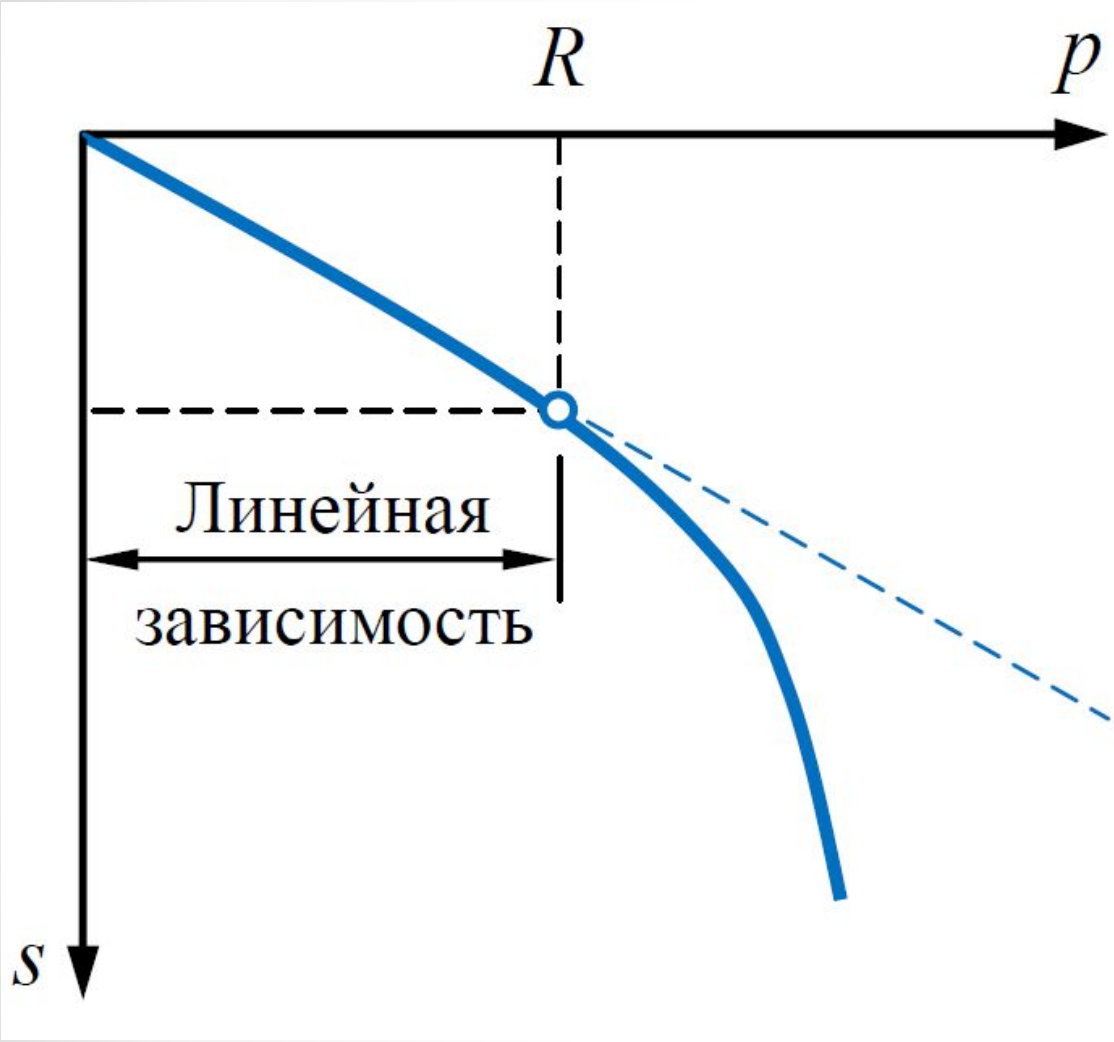
Слоистое залегание

$$\sigma_{zg} = \Sigma\gamma_i \cdot H_i$$

Слоистое залегание с учетом УГВ

$$\sigma_{zg} = \Sigma\gamma_i \cdot H_i + \gamma_w \cdot H_w$$

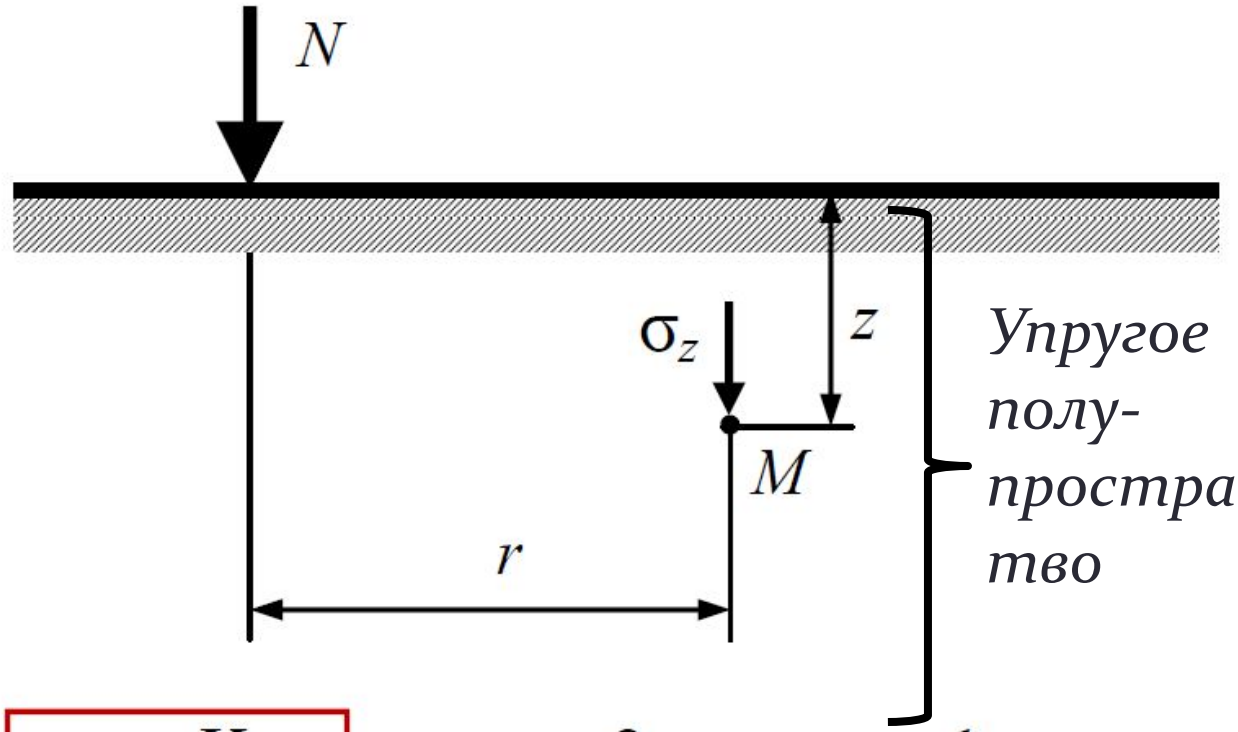
Основные положения



ДОПУЩЕНИЯ:
грунт - сплошное, изотропное, линейно-деформируемое тело, испытывающее одноразовое загружение.

При этих допущениях применяются законы ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ($\boldsymbol{\sigma = \varepsilon \cdot E}$)

Напряжения от сосредоточенной силы

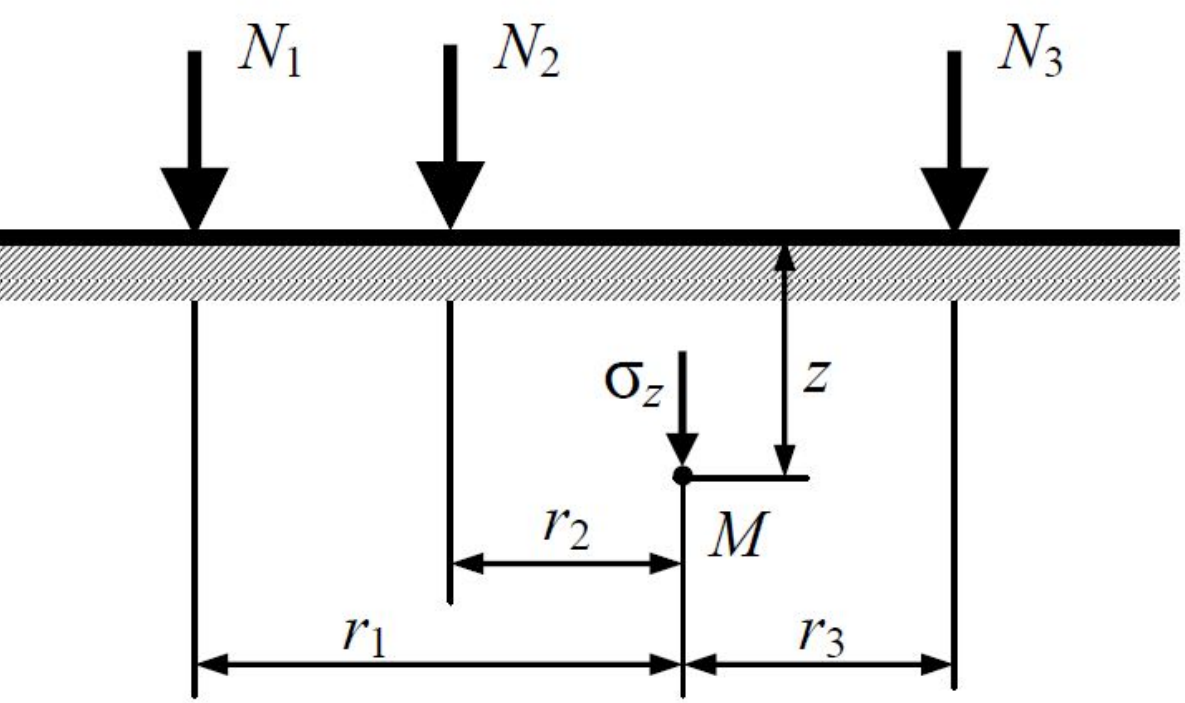


Жозеф Буссинеск
(1842 – 1929)

$$\sigma_z = \frac{K}{z^2} N \qquad K = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(r/z\right)^2\right]^{5/2}}$$

Задача Буссинеска (1885)

Напряжение от нескольких сосредоточенных сил



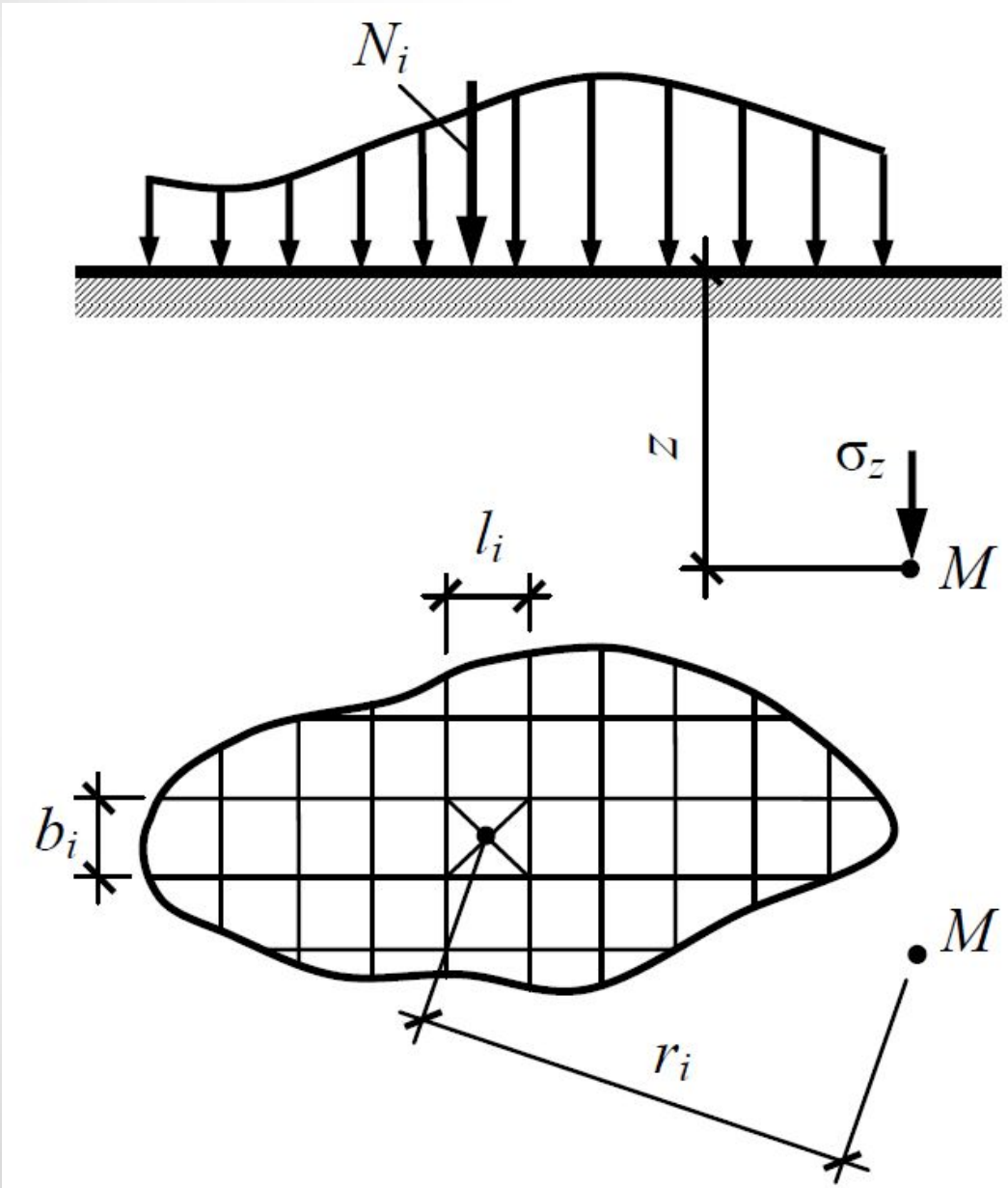
$$\sigma_{z\,i} = \frac{K_i}{z^2} N_i$$

Согласно принципу Сен-Венана (принципу независимости действия сил):

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{zi}$$

$$\sigma_z = \frac{K_1}{z^2} N_1 + \frac{K_2}{z^2} N_2 + \frac{K_3}{z^2} N_3 = \frac{1}{z^2} \sum_{i=1}^{n} K_i N_i$$

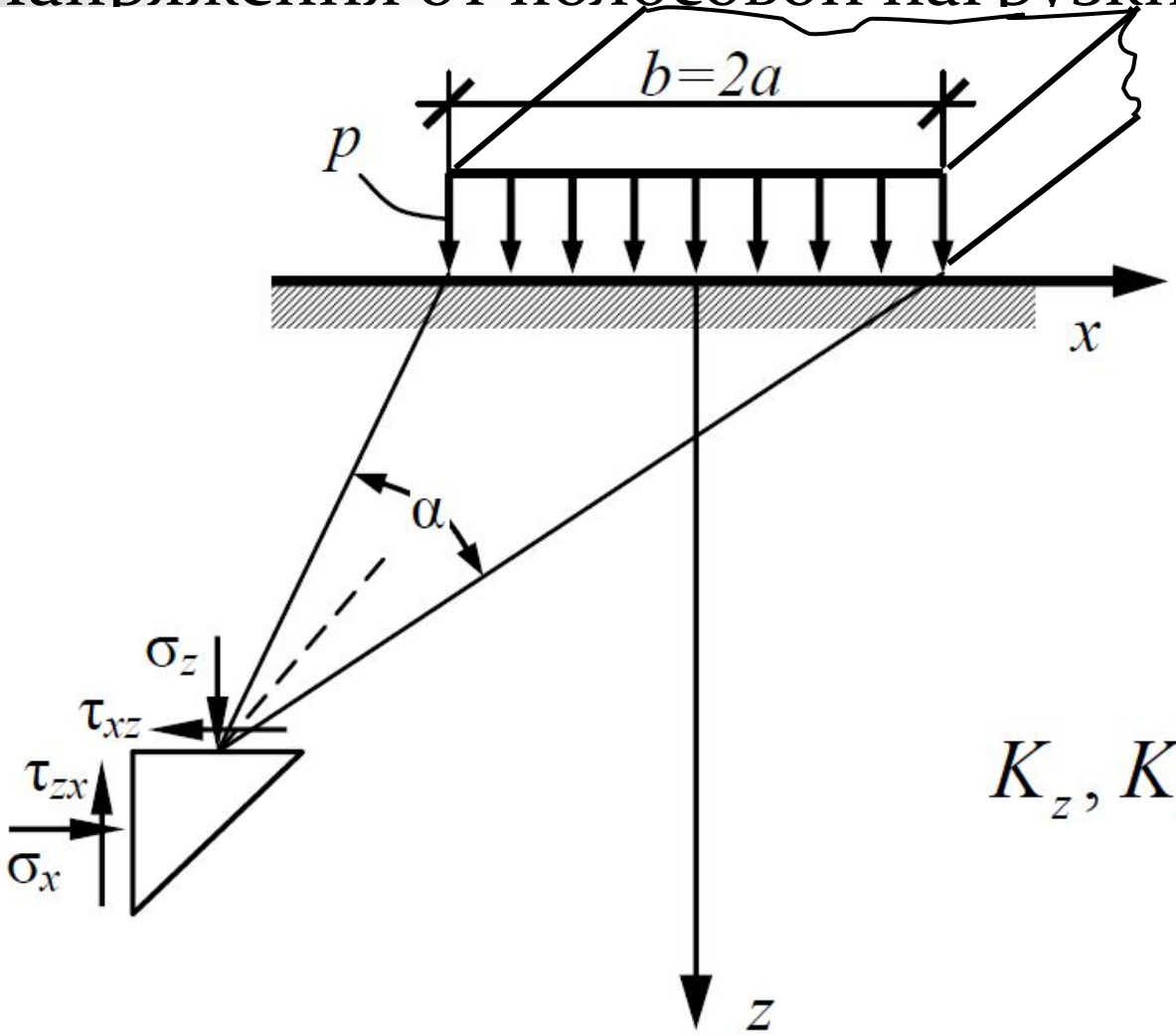
Напряжение от произвольно распределенной нагрузки



$$\sigma_{z\,i} = \frac{K_i}{z^2} N_i$$

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{zi}$$

Напряжения от полосовой нагрузки (плоская задача)



$$\sigma_z = K_z p$$

$$\sigma_x = K_x p$$

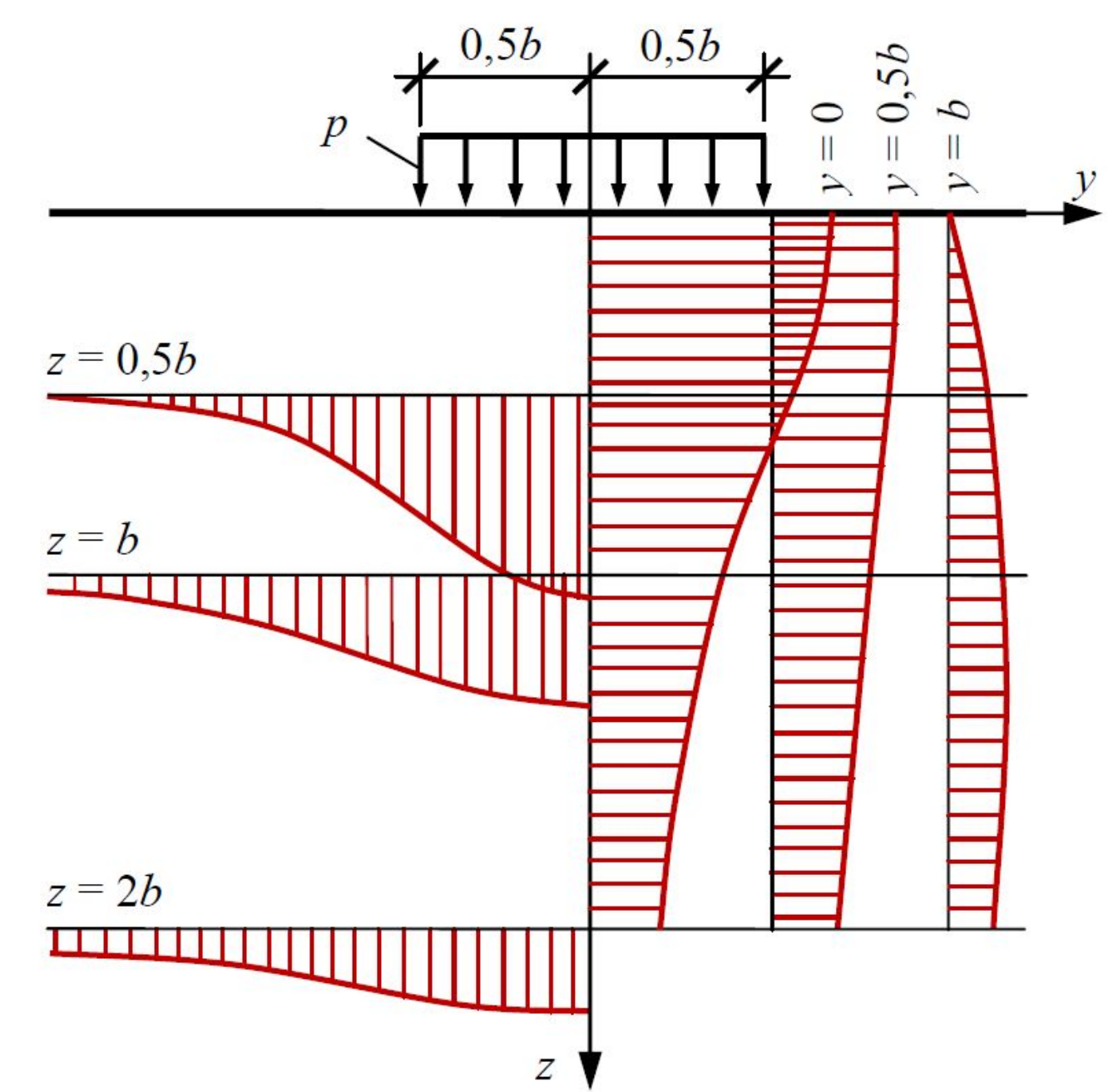
$$\tau_{xz} = K_{xz} p$$

$$K_z, K_x, K_{xz} = f\left(\frac{x}{b}; \frac{z}{b}\right)$$

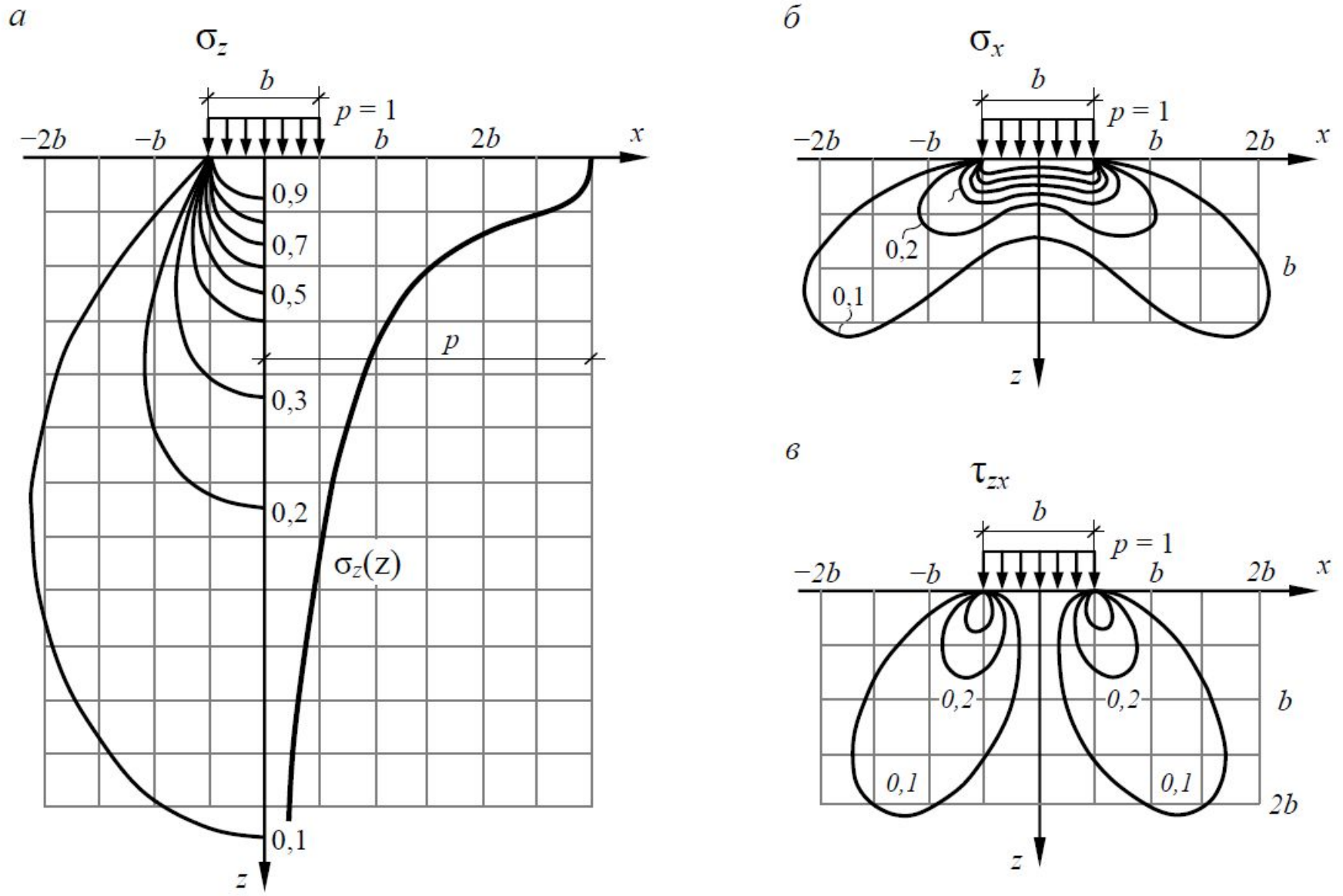
α – угол видимости нагрузки

при $l/b \geq 10$ – плоская задача, $l_{усл} = 1$ *пог. м*

Эпюры вертикальных напряжений

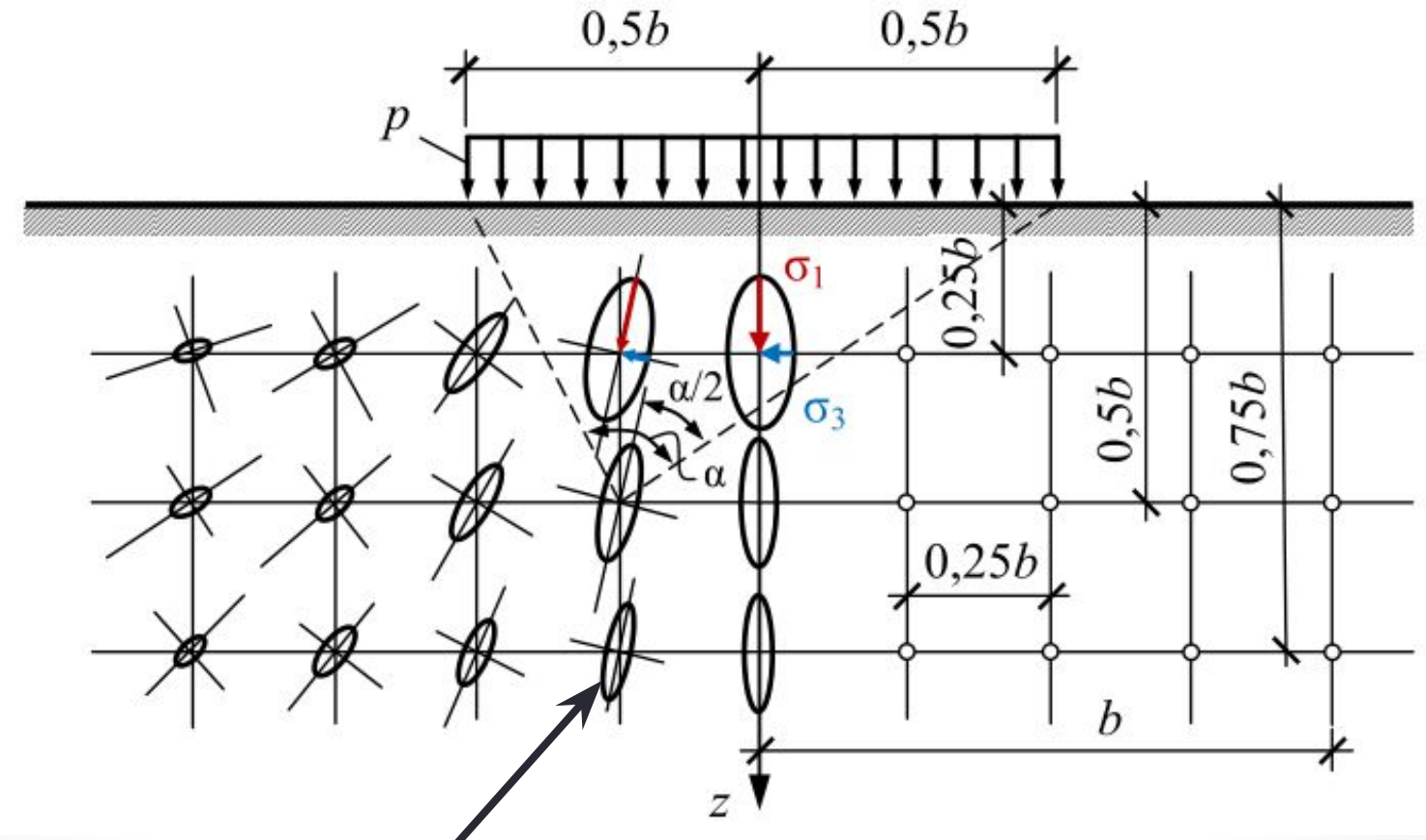


Изолинии равных напряжений



Изолинии вертикальных (*а*), горизонтальных (*б*) и касательных (*в*) напряжений для плоской задачи и эпюра вертикальных сжимающих напряжений $\sigma_z(z)$

Главные напряжения в грунте



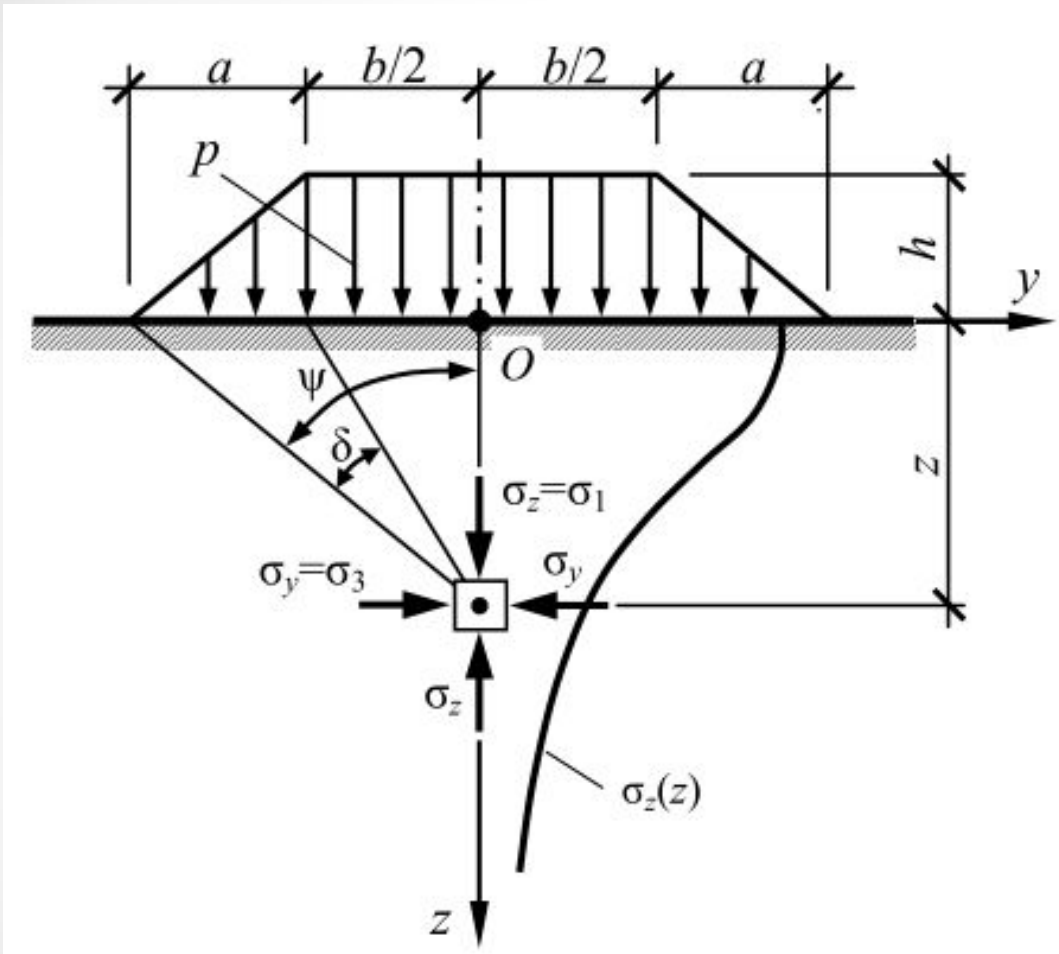
Эллипсы напряжений

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi}(\alpha + \sin\alpha); \quad \sigma_3 = \frac{p}{\pi}(\alpha - \sin\alpha)$$

Задача Митчела

- α – угол видимости нагрузки

Напряжения от полосовой нагрузки, распределённой по трапеции



$$\sigma_z = \alpha\, p$$

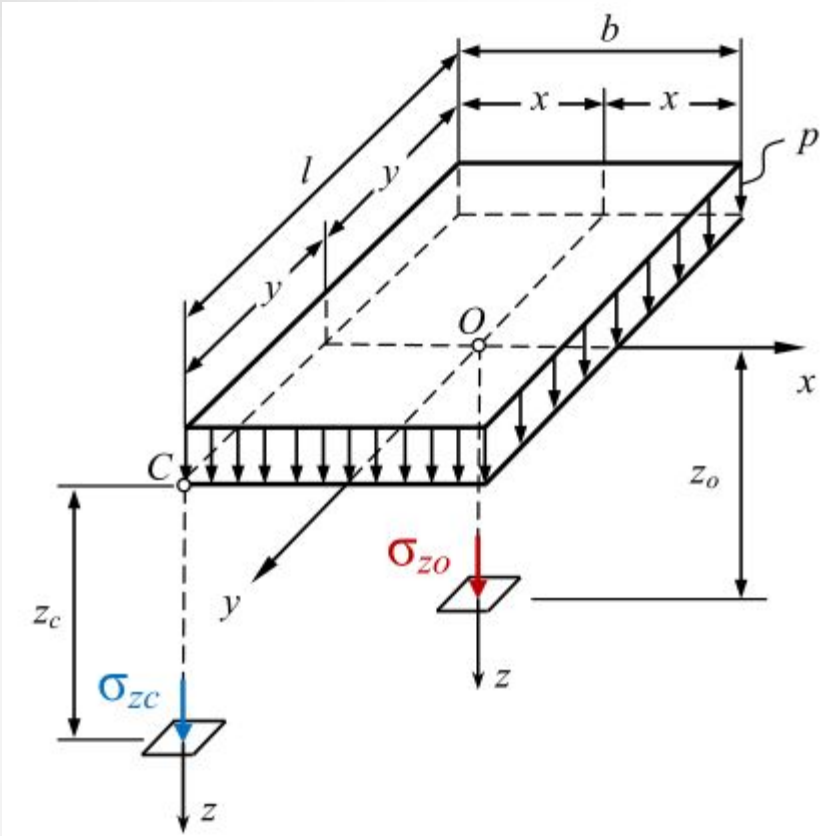
$$\alpha = \frac{1}{\pi}\left(\frac{b}{a}\delta + 2\psi\right)$$

$$\psi = \operatorname{arctg}\frac{a + 0{,}5b}{z}$$

$$\delta = \psi - \operatorname{arctg}\frac{b}{2z}$$

Примеры:
насыпи,
дороги

Напряжения от равномерно распределенной нагрузки по площади



$$\sigma_{zo} = \alpha p$$

$$\alpha = f\left(\frac{2z_o}{b}, \frac{l}{b}\right)$$

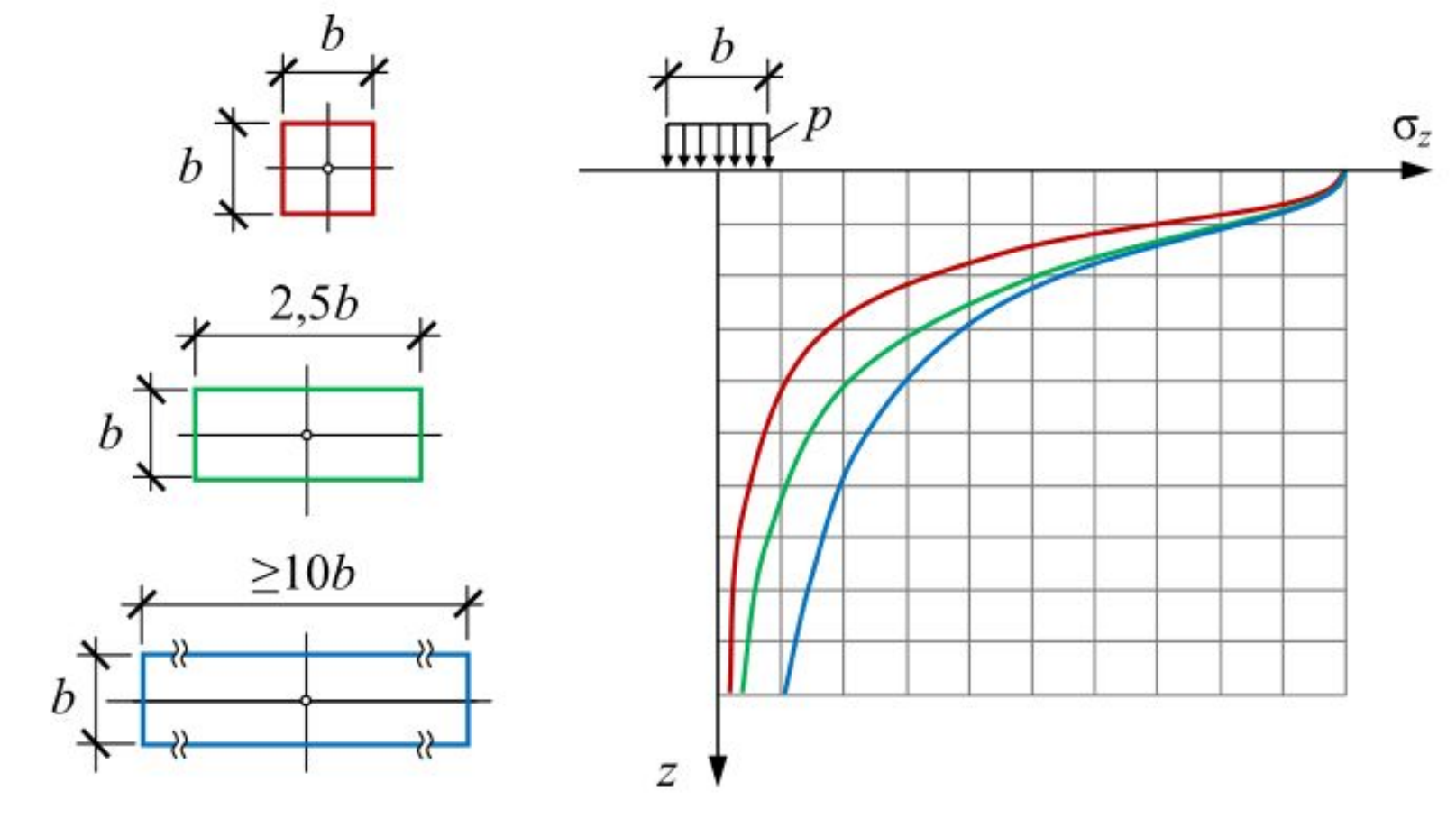
$$\sigma_{zc} = 0{,}25 \cdot \alpha \cdot p$$

$$\alpha = f\left(\frac{z_c}{b}; \frac{l}{b}\right)$$

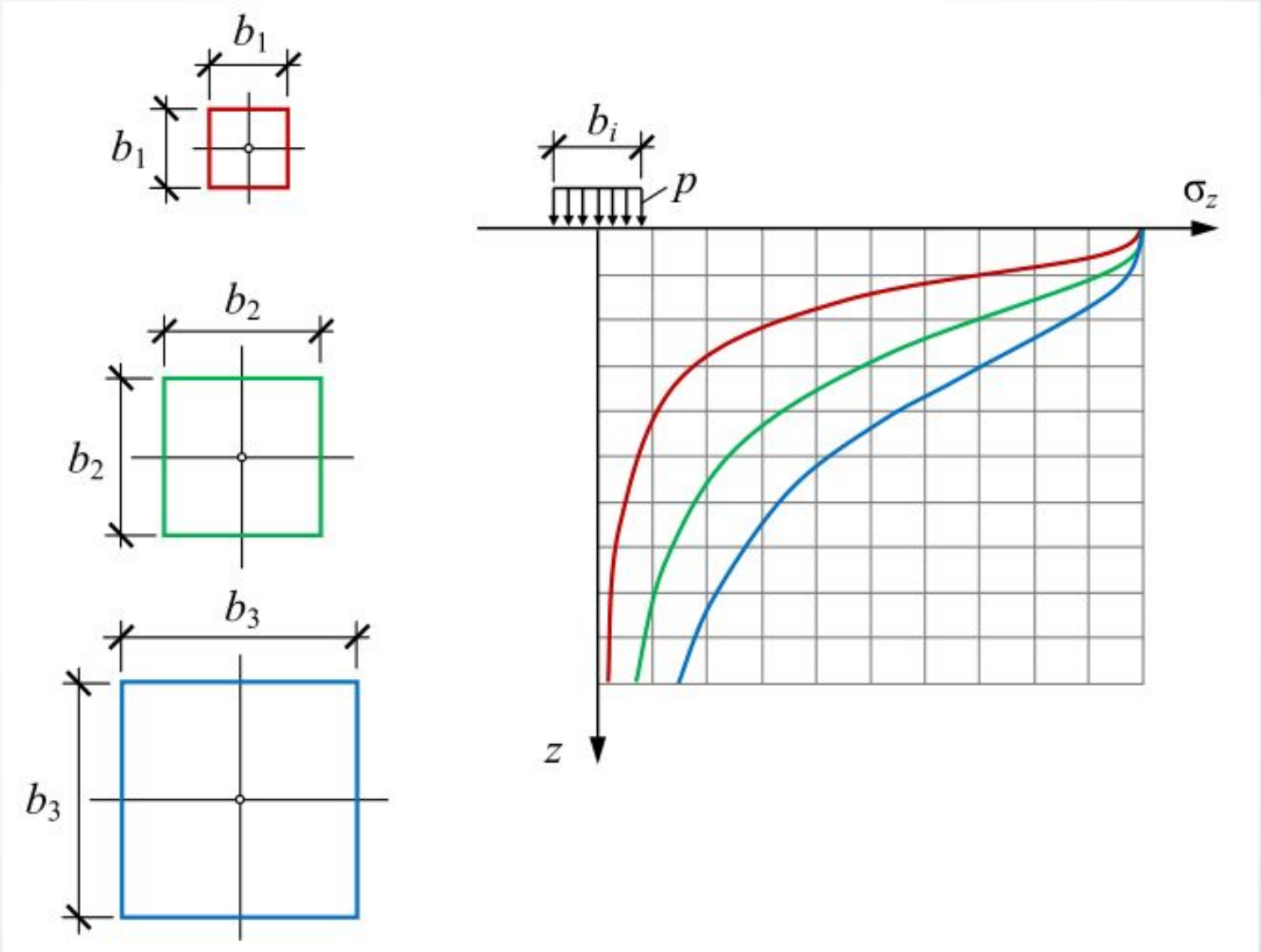
или

$$\sigma_{zc} = 0{,}25 \cdot \sigma_{z0}$$

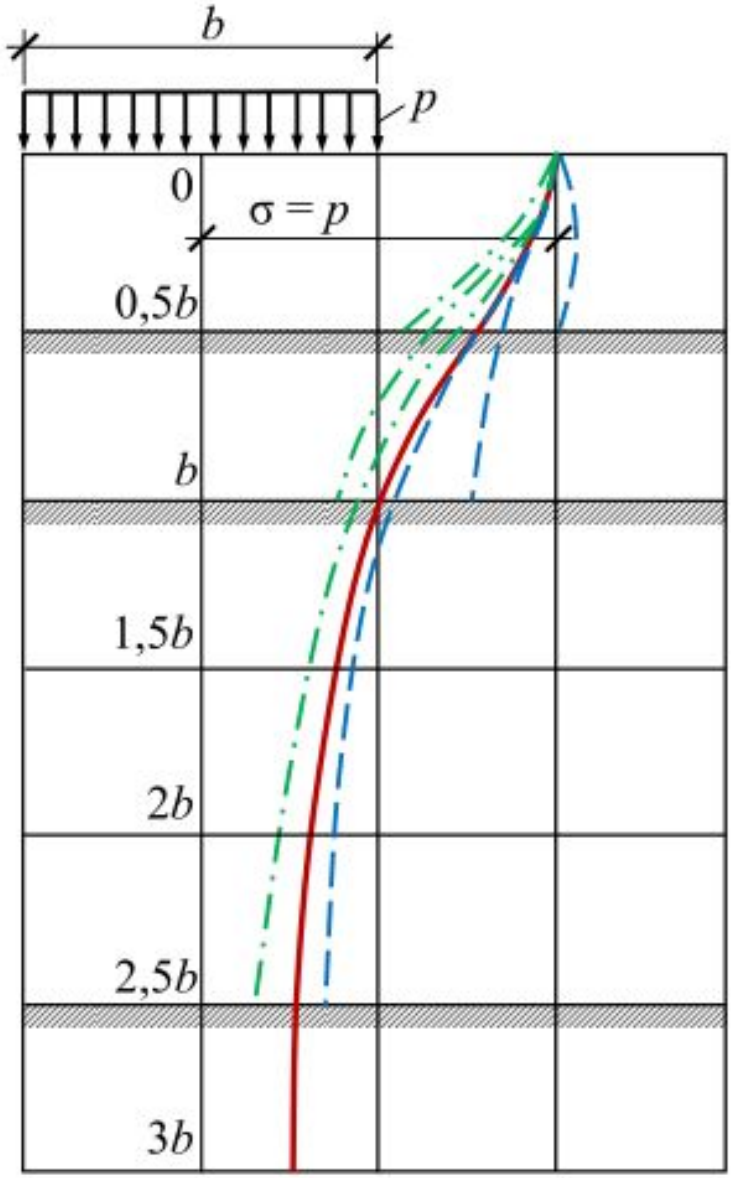
Влияние соотношения l/b на распределение напряжений



Влияние соотношения размеров b на распределение напряжений



Влияние соотношения размеров сжимаемости грунтов распределение напряжений



относительно однородное по сжимаемости основание

практически несжимаемый подстилающий слой

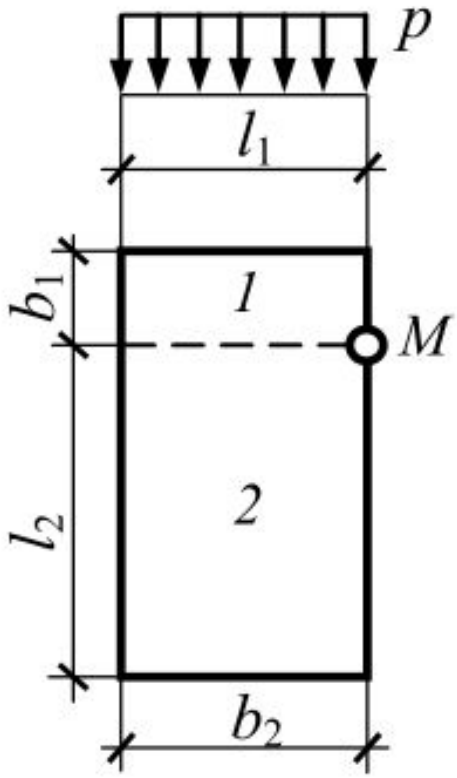
значительно более сжимаемый подстилающий слой

граница грунтовых слоев различной сжимаемости

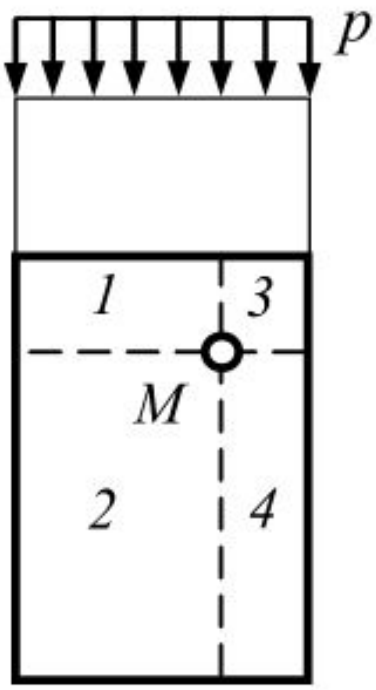
При наличии практически несжимаемого подстилающего слоя (например, скального), происходит концентрация напряжения σ_z по оси нагрузки;

Если подстилающий слой обладает значительно большей сжимаемостью (например торф или слабый глинистый грунт) то наблюдается рассеивание (деконцентрация) напряжений на большую площадь и уменьшение напряжения σ_z по оси нагрузки

Метод угловых точек



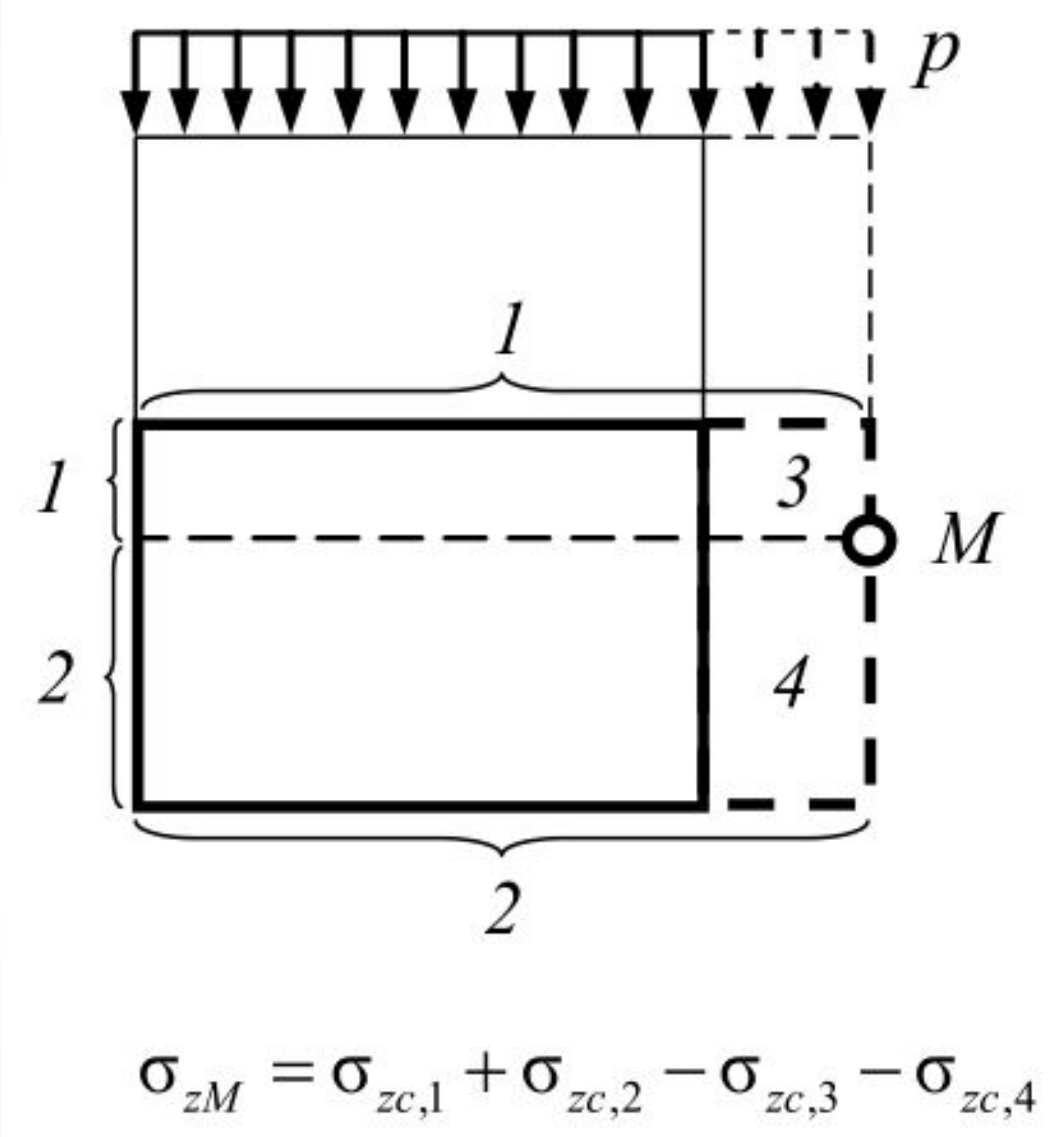
$$\sigma_{zM} = \sigma_{zc,1} + \sigma_{zc,2}$$



$$\sigma_{zM} = \sigma_{zc,1} + \sigma_{zc,2} + \sigma_{zc,3} + \sigma_{zc,4}$$

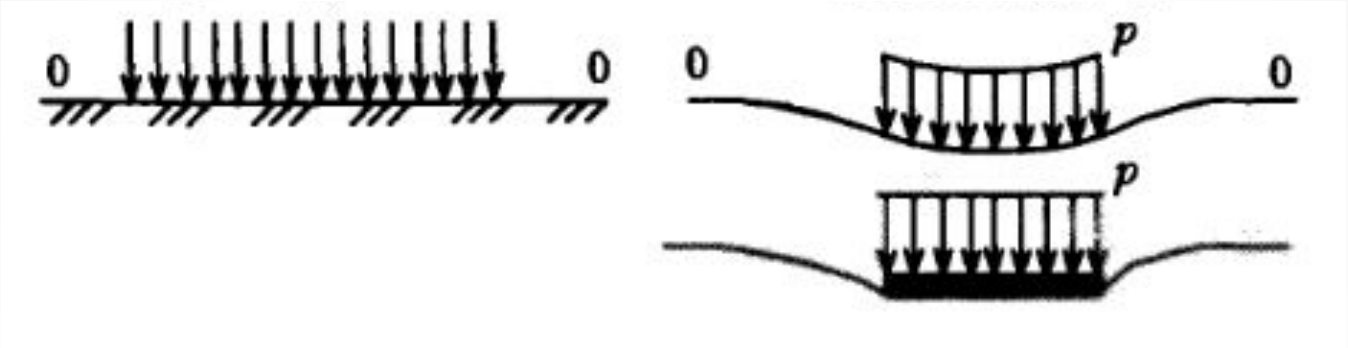
$$\sigma_{zMi} = \alpha_i \cdot p$$

Метод угловых точек



$$\sigma_{zM} = \sigma_{zc,1} + \sigma_{zc,2} - \sigma_{zc,3} - \sigma_{zc,4}$$

Напряжения под подошвой жестких фундаментов (штампов)



$$t \approx 10 \cdot \frac{E \cdot l^3}{E_k \cdot h^3}$$

- показатель гибкости фундамента (М.И. Горбунов-Посадов)

E, E_k - модуль деформации грунта основания и модуль упругости конструкции;

l и h – длина и толщина конструкции фундамента.

$t \leq 1$ – абсолютно жесткий фундамент (h/l>1/3);

$t > 1$ – фундамент конечной жесткости;

$t = \infty$ – фундамент абсолютно гибкий;

Контактные напряжения

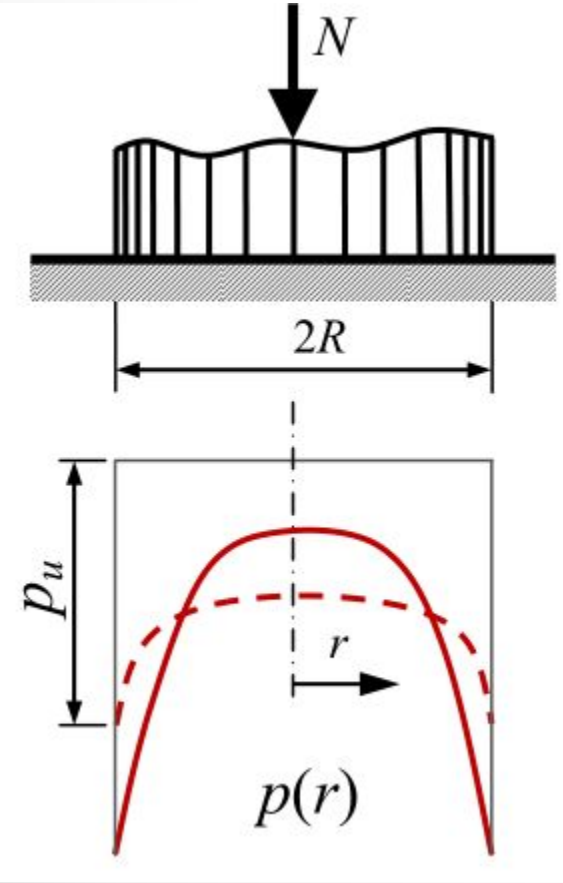
Круглый фундамент

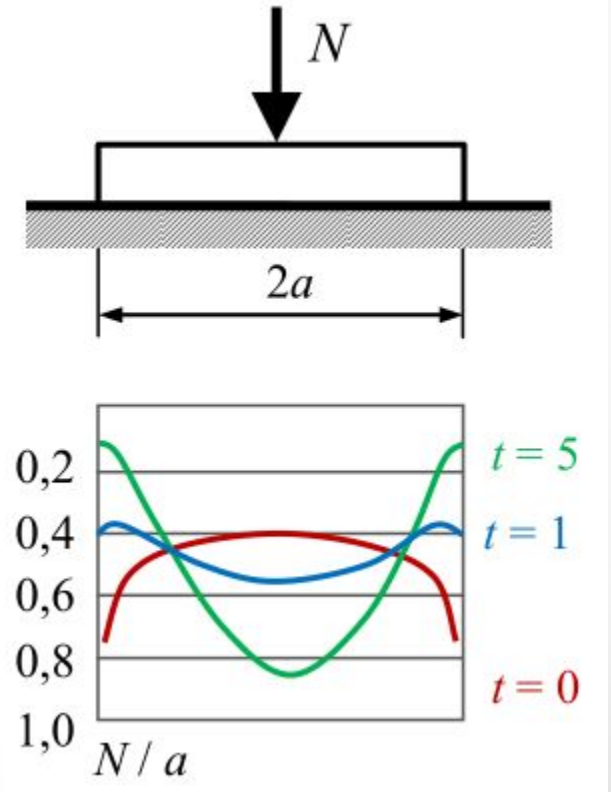
$$p(R) = \frac{p_m}{2 \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}}$$

$$p_m = \frac{N}{A}$$

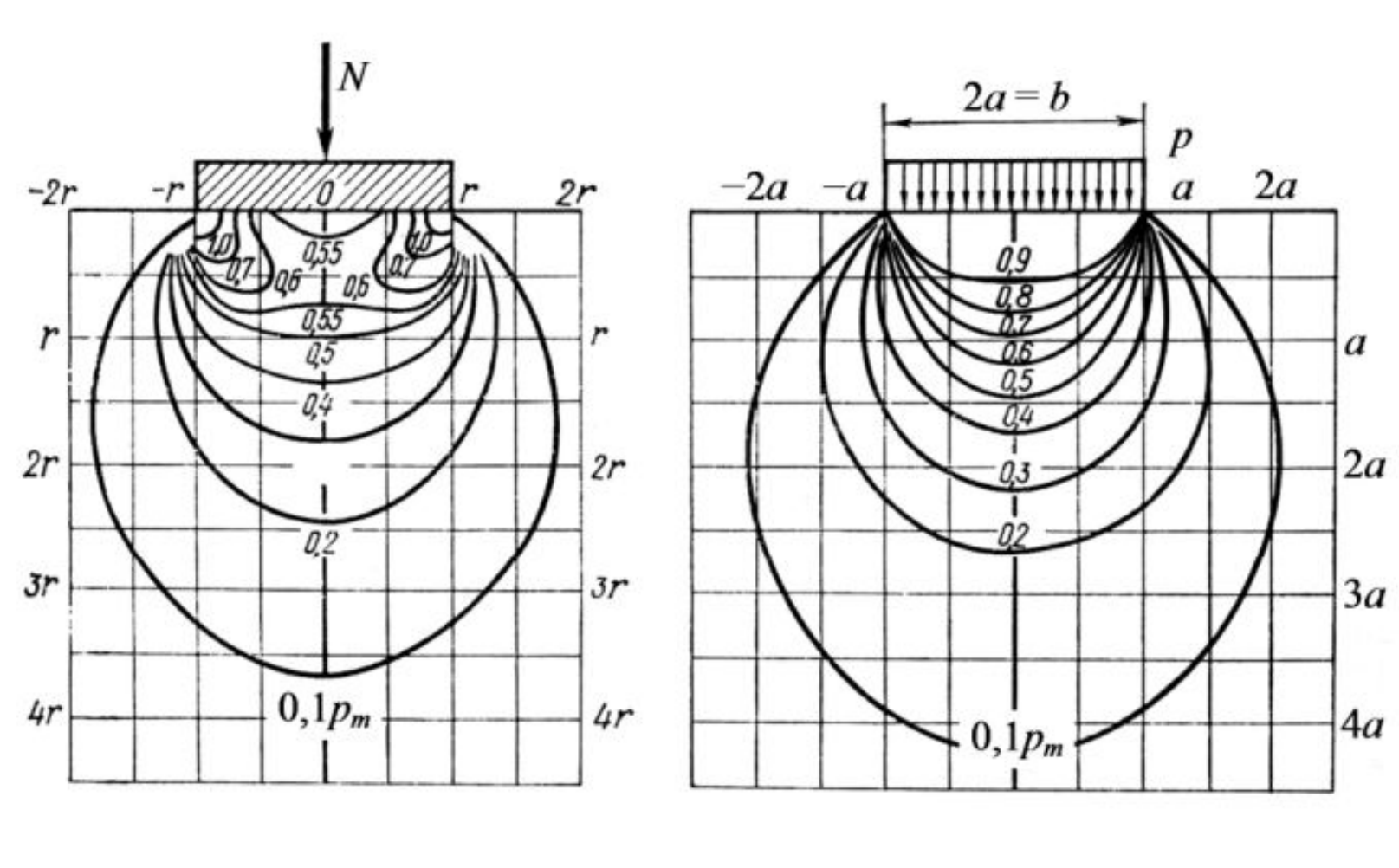
Ленточный фундамент

$$p(x) = \frac{2 \cdot p_m}{\pi \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}}$$

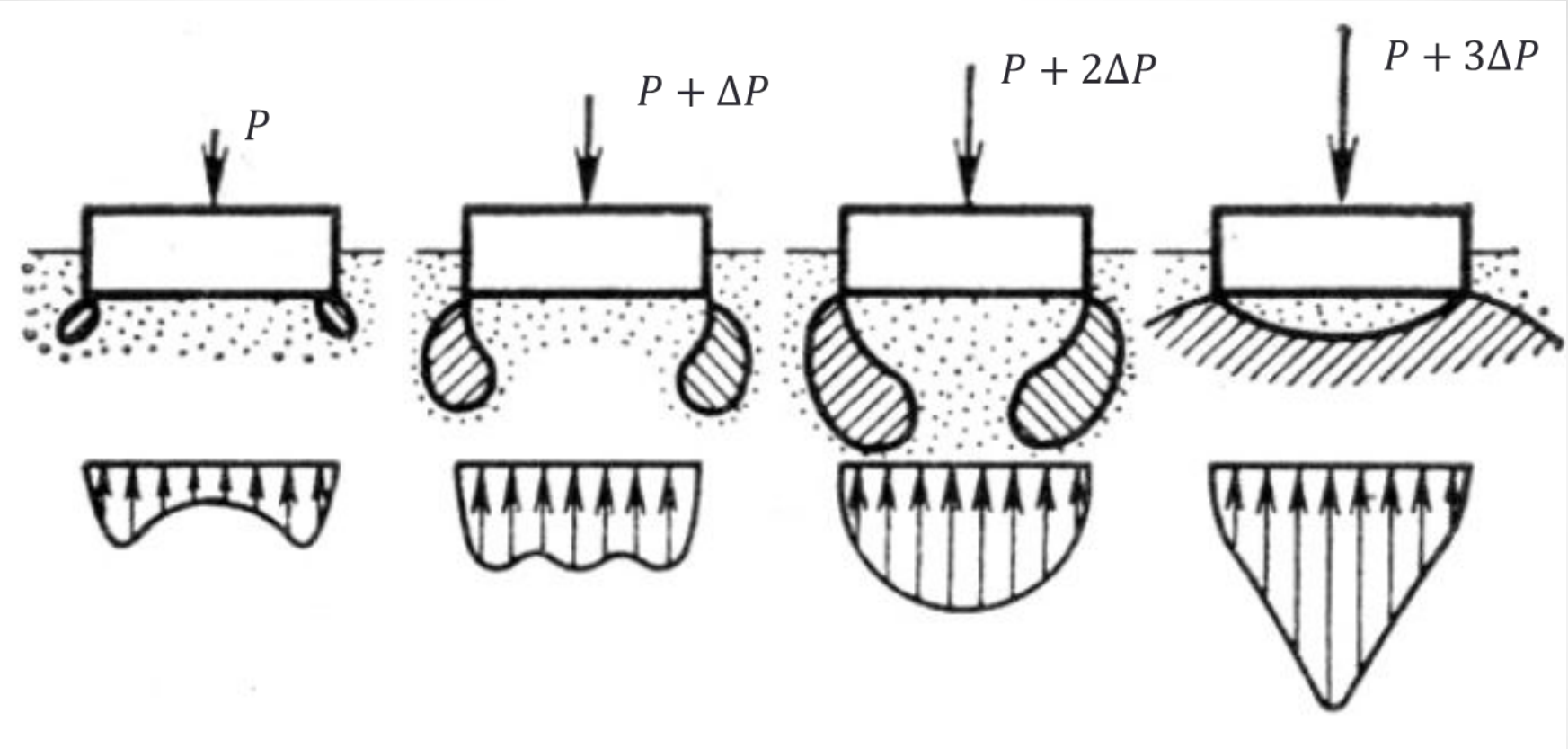




Контактные напряжения



Контактные напряжения



Изменение эпюр контактных напряжений под подошвой фундамента при увеличении нагрузки