

Лекция 5

# Напряжения в грунтах

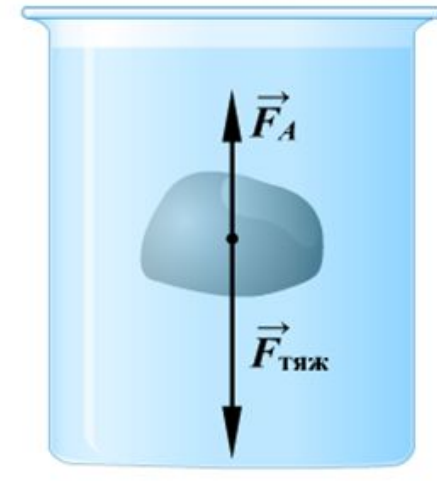
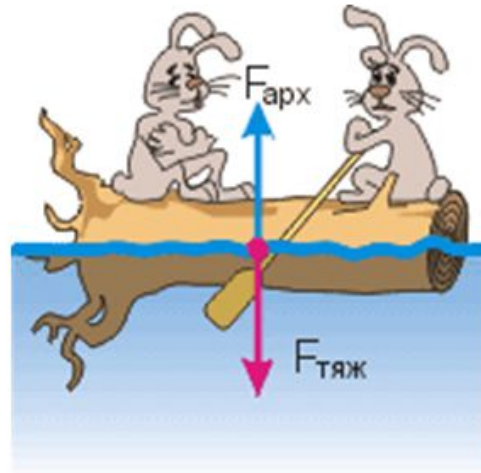
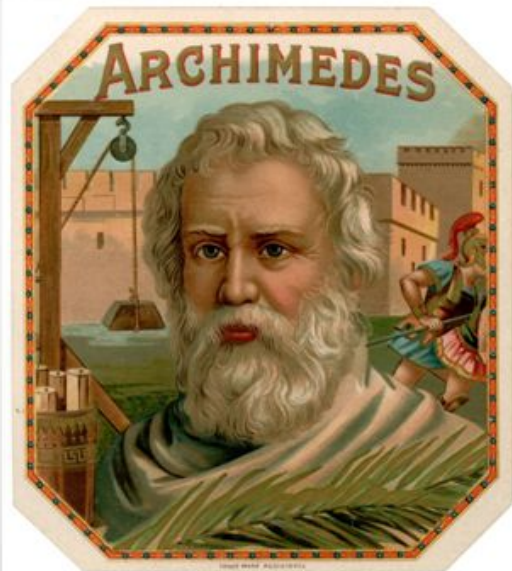
# Напряжения от собственного веса

Плотность грунта с учетом взвешивающего действия воды:

$$\rho_{sb} = (\rho_s - \rho_w) \cdot (1 - n)$$

Удельный вес грунта с учетом взвешивающего действия воды

$$\gamma_{sb} = (\gamma_s - \gamma_w) \cdot (1 - n)$$

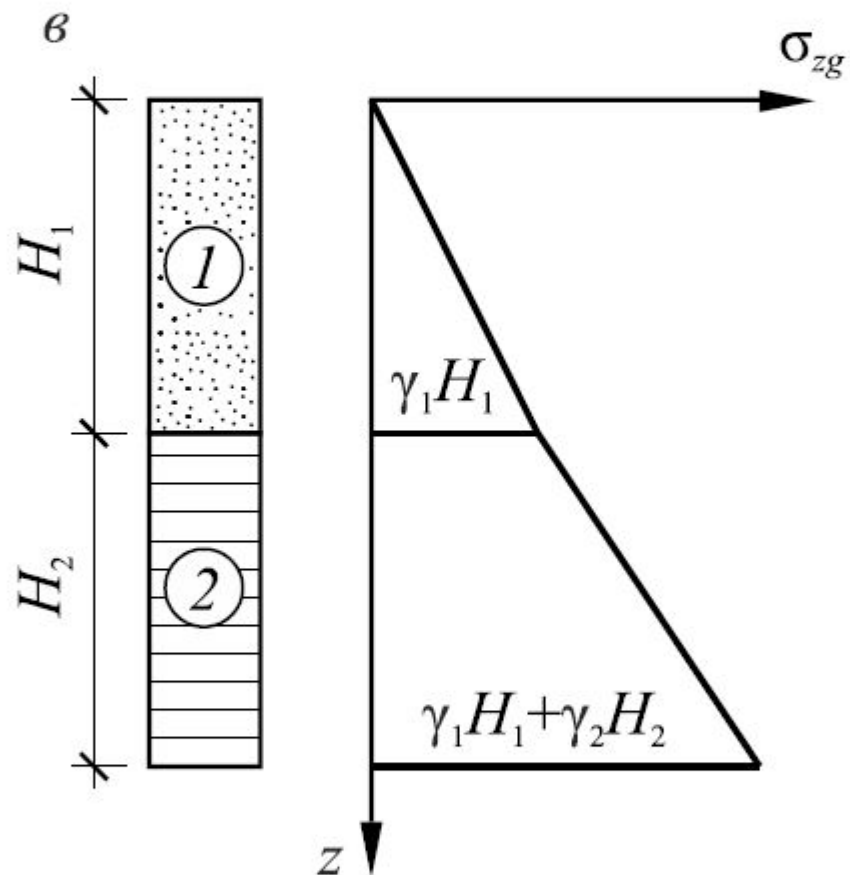


$$\sigma_{zg} = \gamma \cdot z$$

$$\sigma_{zg} = \gamma_1 \cdot H_1 + \gamma_{sb,1} \cdot H_2$$

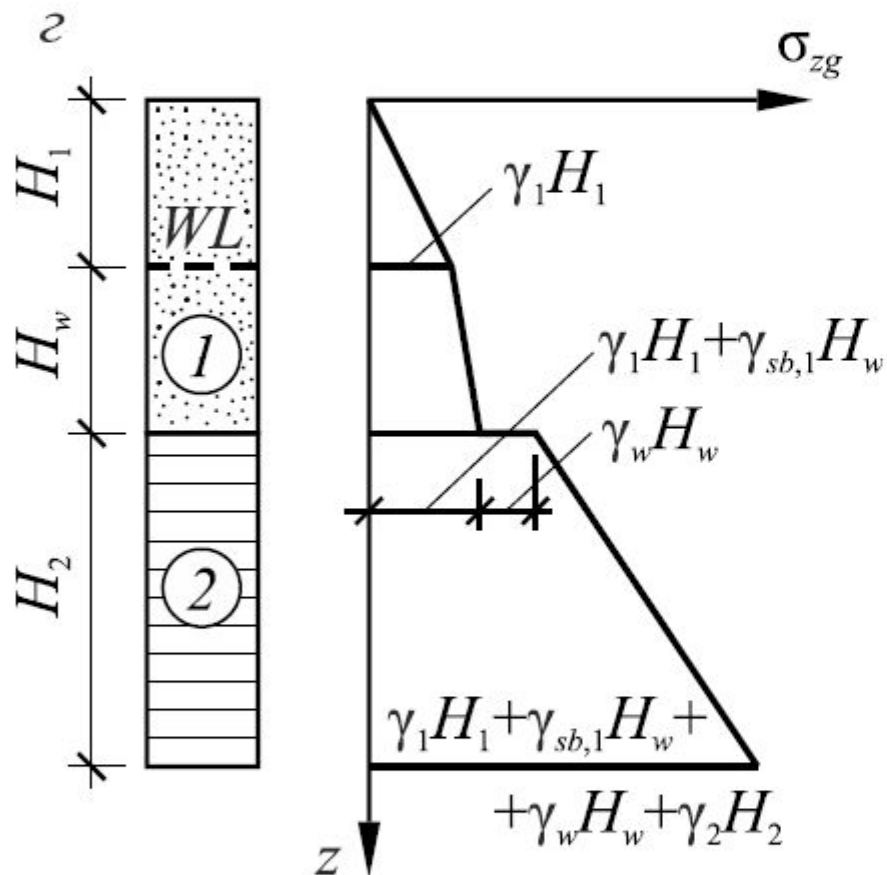
$\gamma_{sb}$  – удельный вес грунта с учетом взвешивающего действия грунтовых вод

# Напряжения от собственного веса



Слоистое залегание

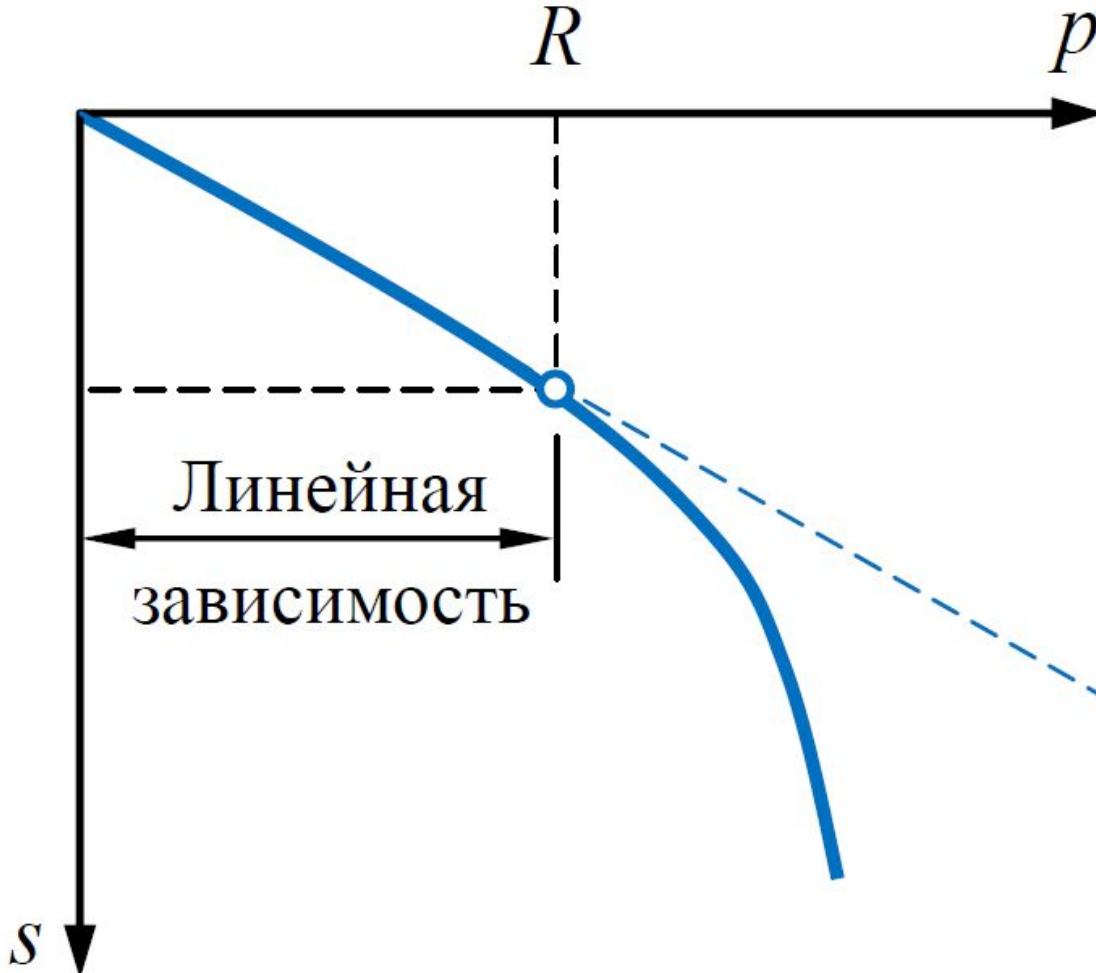
$$\sigma_{zg} = \sum \gamma_i \cdot H_i$$



Слоистое залегание с учетом УГВ

$$\sigma_{zg} = \sum \gamma_i \cdot H_i + \gamma_w \cdot H_w$$

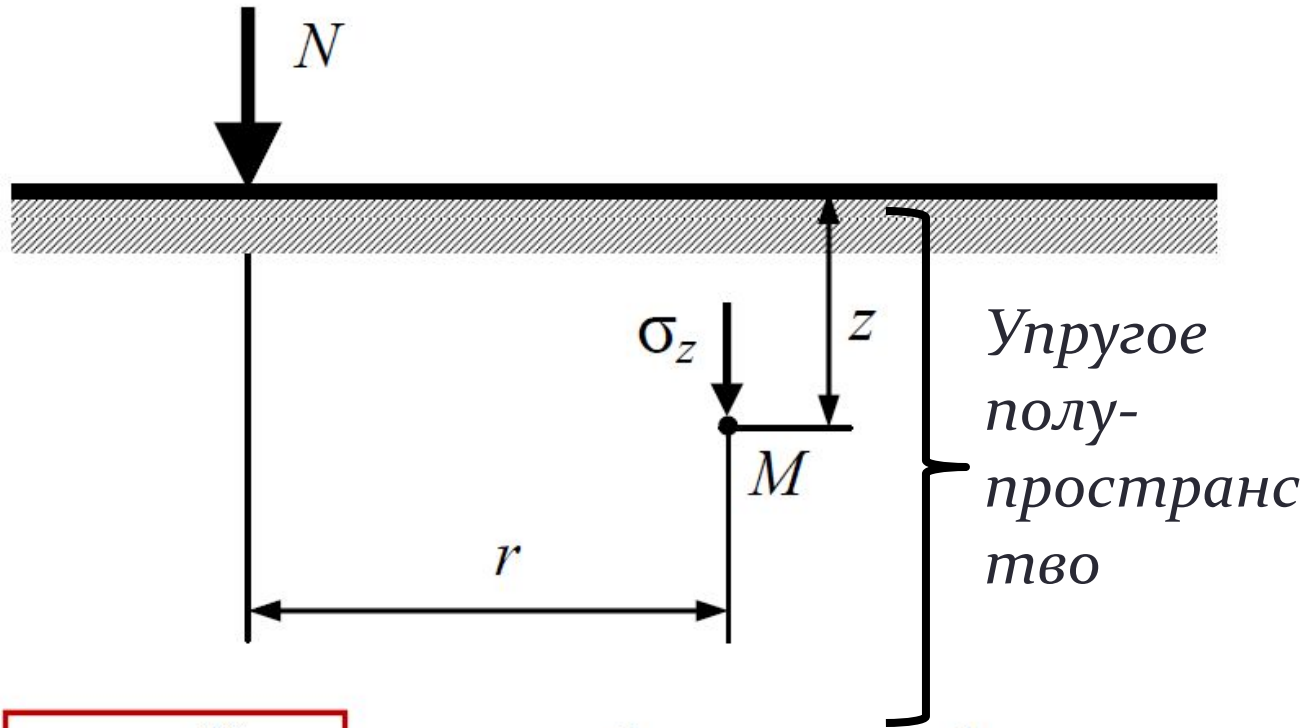
# Основные положения



**ДОПУЩЕНИЯ:**  
грунт - сплошное,  
изотропное,  
линейно-  
деформируемое тело,  
испытывающее  
одноразовое  
загружение.

При этих допущениях  
применяются законы  
ТЕОРИИ УПРУГОСТИ  
( $\sigma = \varepsilon \cdot E$ )

# Напряжения от сосредоточенной силы



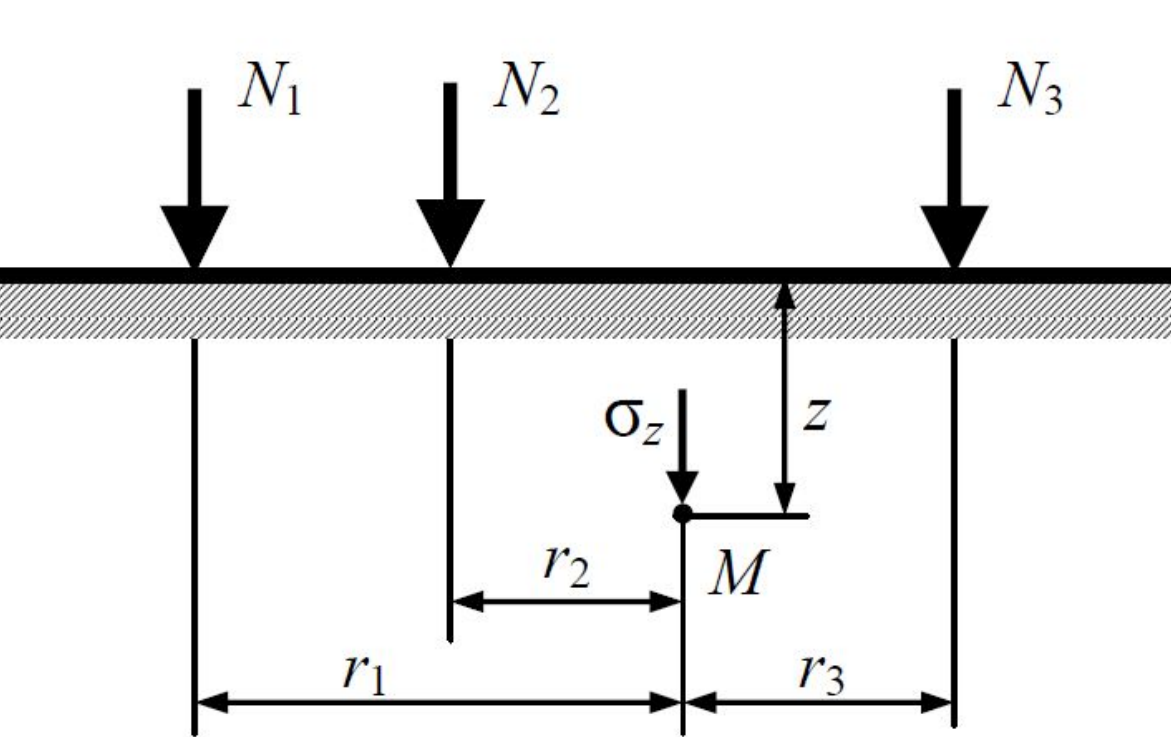
Жозеф Буссинеск  
(1842 – 1929)

$$\sigma_z = \frac{K}{z^2} N$$

$$K = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[1 + (r/z)^2\right]^{5/2}}$$

Задача Буссинеска (1885)

# Напряжение от нескольких сосредоточенных сил



$$\sigma_{zi} = \frac{K_i}{z^2} N_i$$

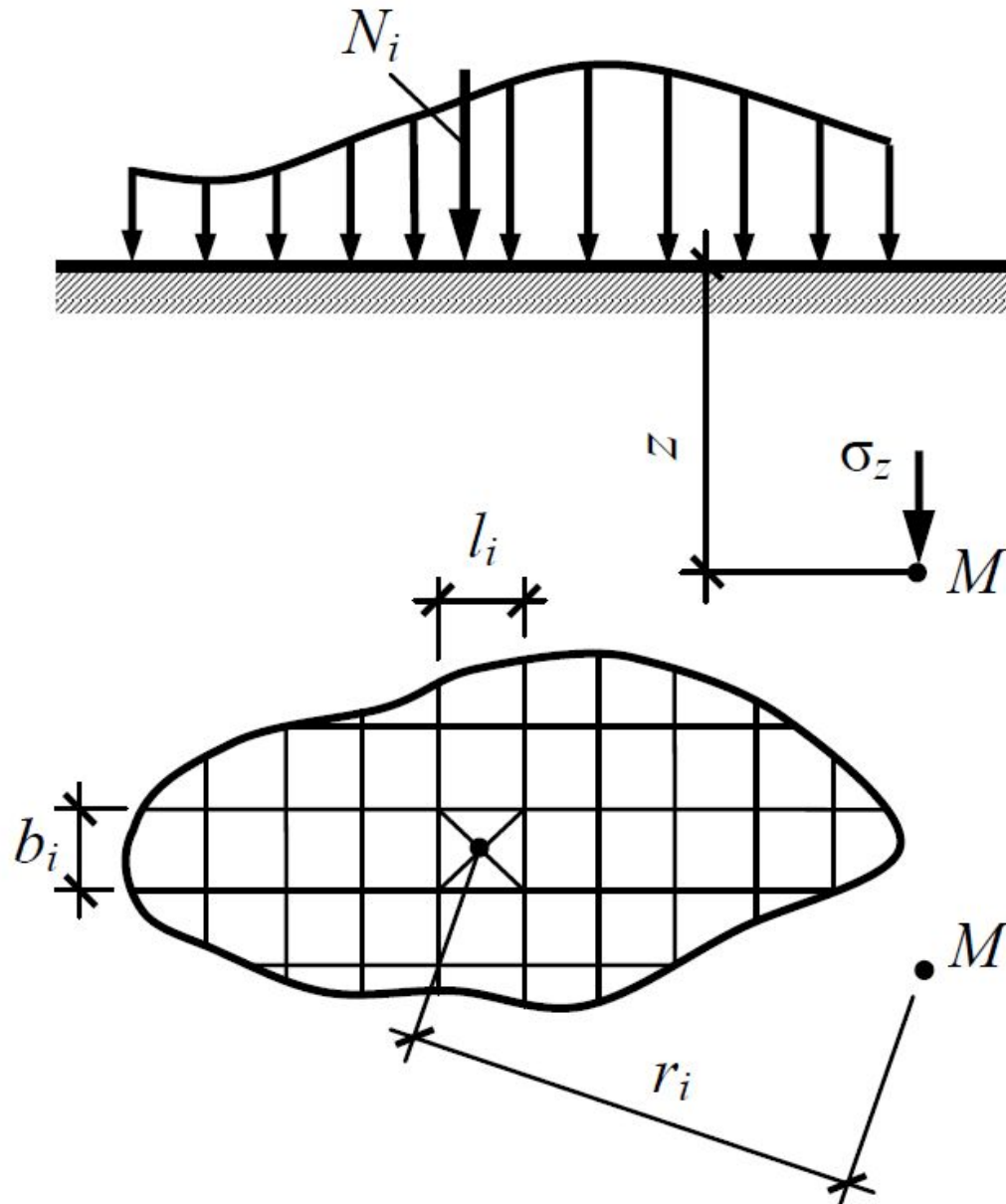
Согласно принципу Сен-Венана (принципу независимости действия сил):

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \sigma_{zi}$$

$$\sigma_z = \frac{K_1}{z^2} N_1 + \frac{K_2}{z^2} N_2 + \frac{K_3}{z^2} N_3 = \frac{1}{z^2} \sum_{i=1}^n K_i N_i$$

# Напряжение от произвольно распределенной нагрузки

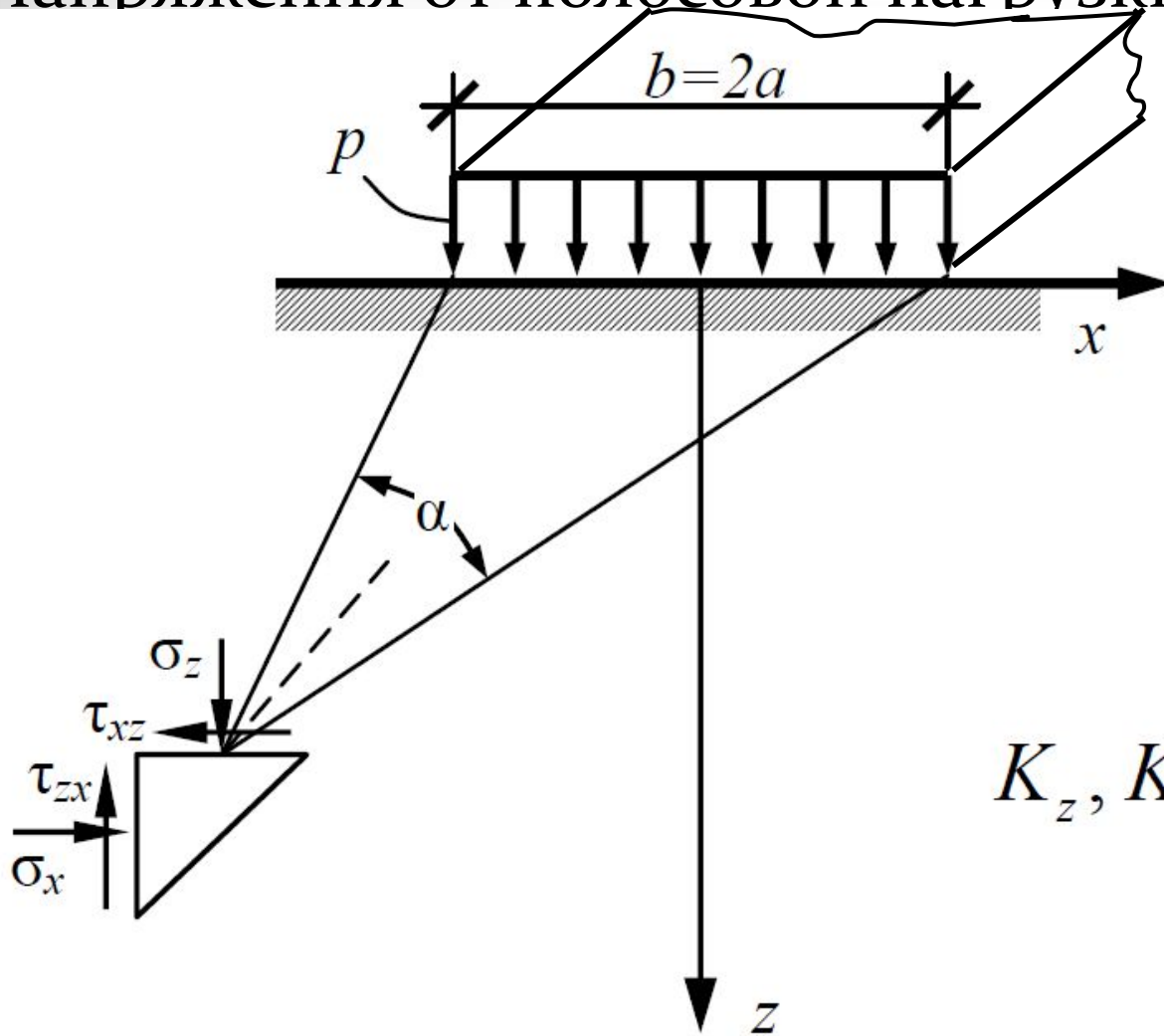
## нагрузки



$$\sigma_{zi} = \frac{K_i}{z^2} N_i$$

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \sigma_{zi}$$

# Напряжения от полосовой нагрузки (плоская задача)



$$\sigma_z = K_z p$$

$$\sigma_x = K_x p$$

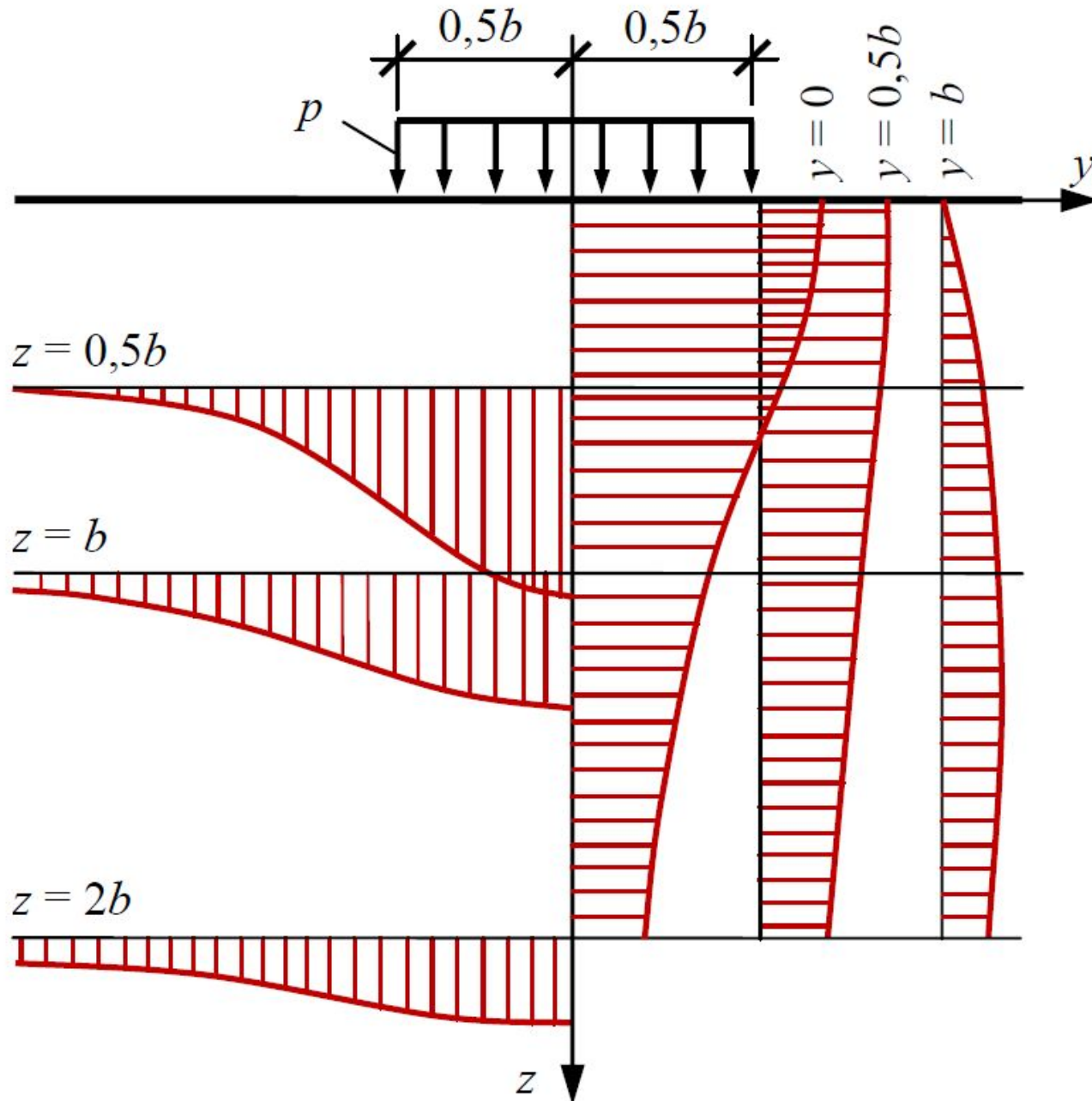
$$\tau_{xz} = K_{xz} p$$

$$K_z, K_x, K_{xz} = f\left(\frac{x}{b}; \frac{z}{b}\right)$$

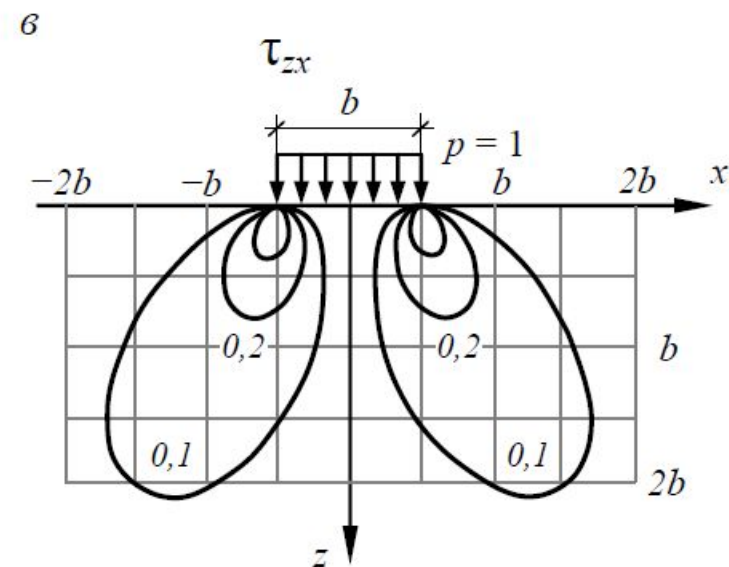
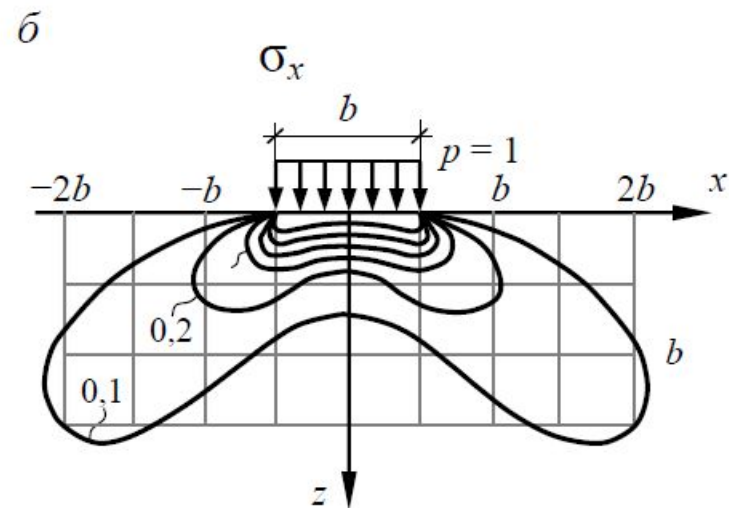
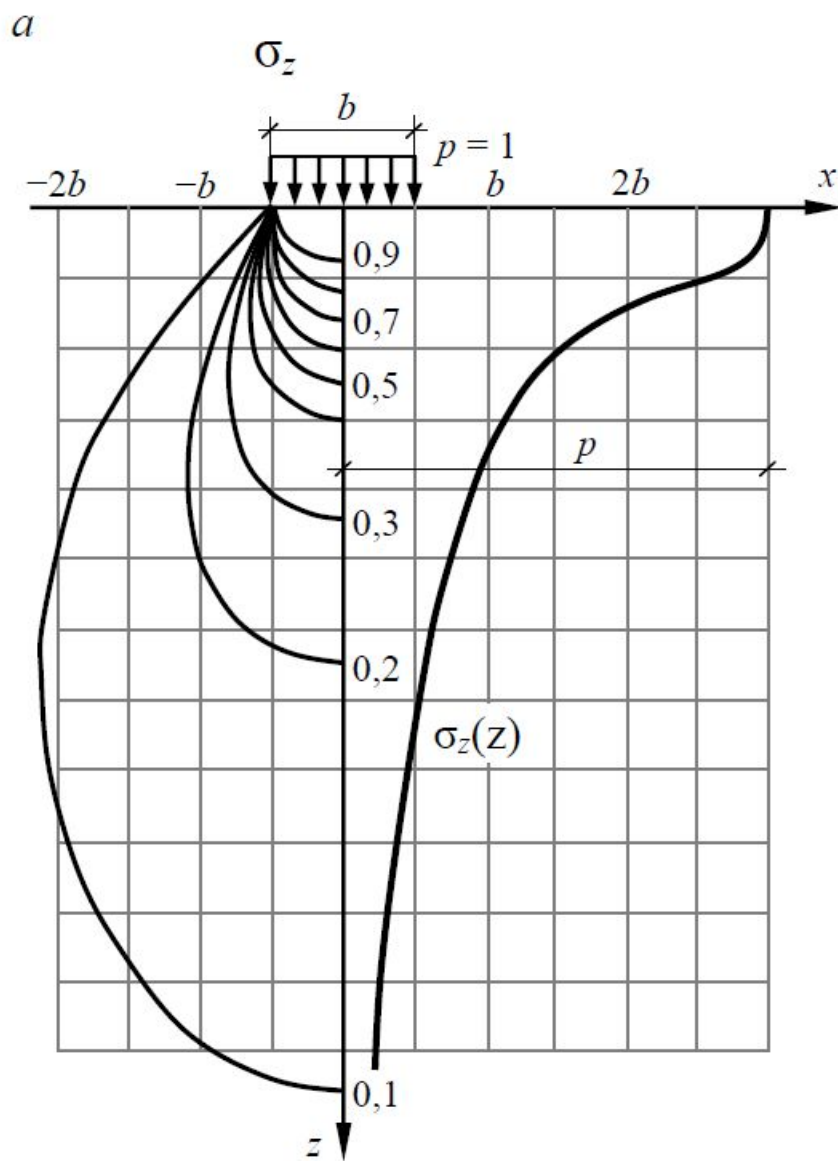
$\alpha$  – угол видимости нагрузки  
при  $l/b \geq 10$  – плоская задача,  $l_{\text{учл}} = 1$  пог. м



# Эпюры вертикальных напряжений

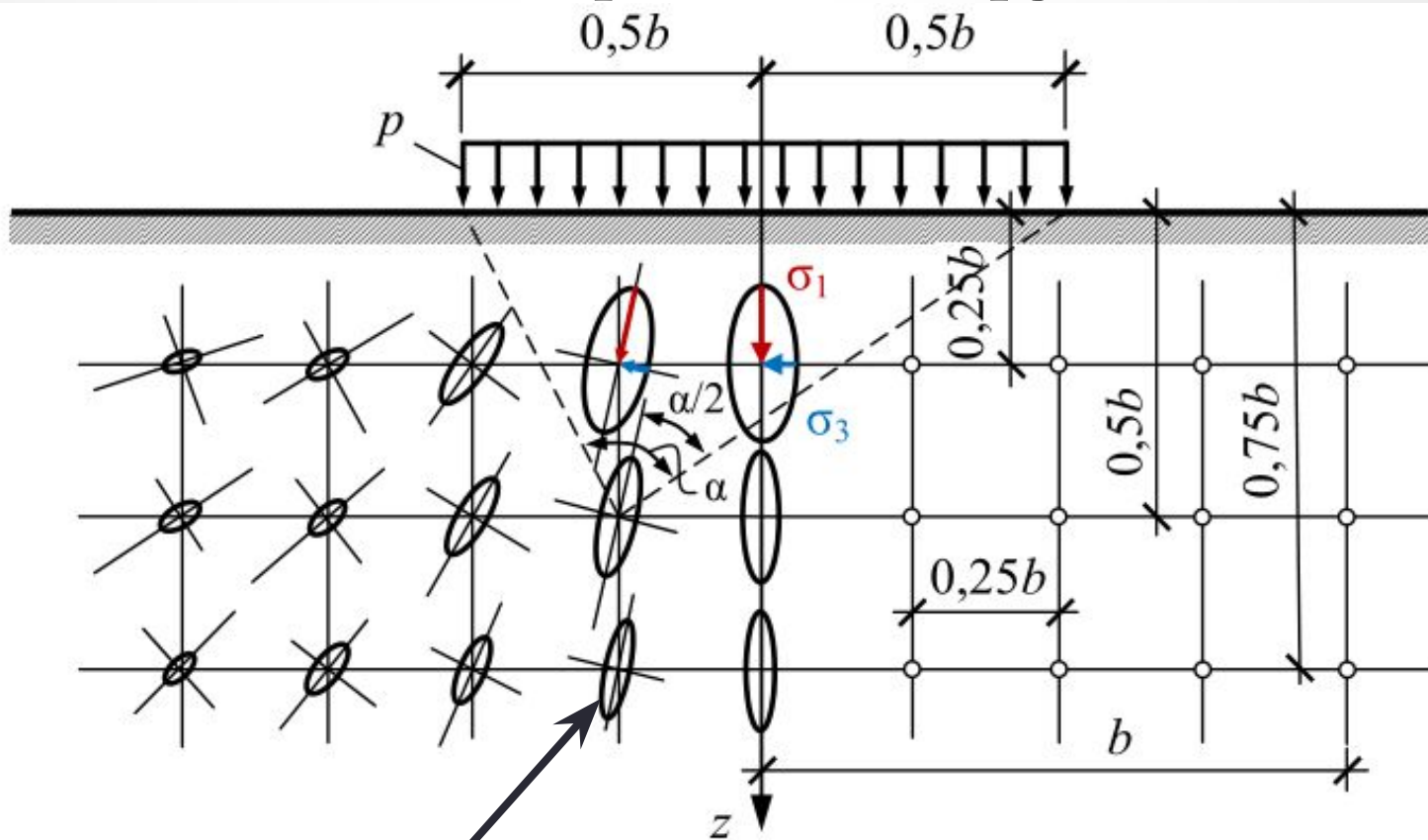


# Изолинии равных напряжений



Изолинии вертикальных (*a*), горизонтальных (*б*) и касательных (*в*) напряжений для плоской задачи и эпюра вертикальных сжимающих напряжений  $\sigma_z(z)$

# Главные напряжения в грунте



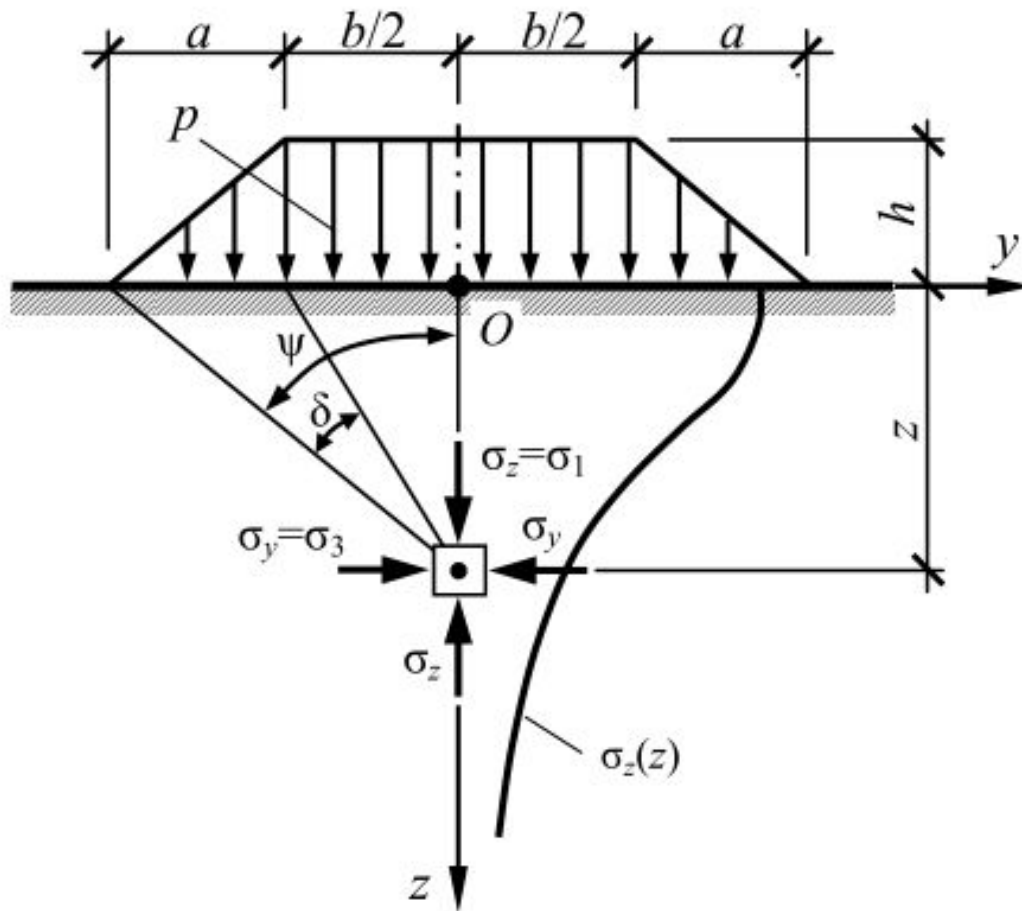
Эллипсы напряжений

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi}(\alpha + \sin \alpha); \quad \sigma_3 = \frac{p}{\pi}(\alpha - \sin \alpha)$$

Задача Митчела

- $\alpha$  – угол видимости нагрузки

# Напряжения от полосовой нагрузки, распределённой по трапеции



$$\sigma_z = \alpha p$$

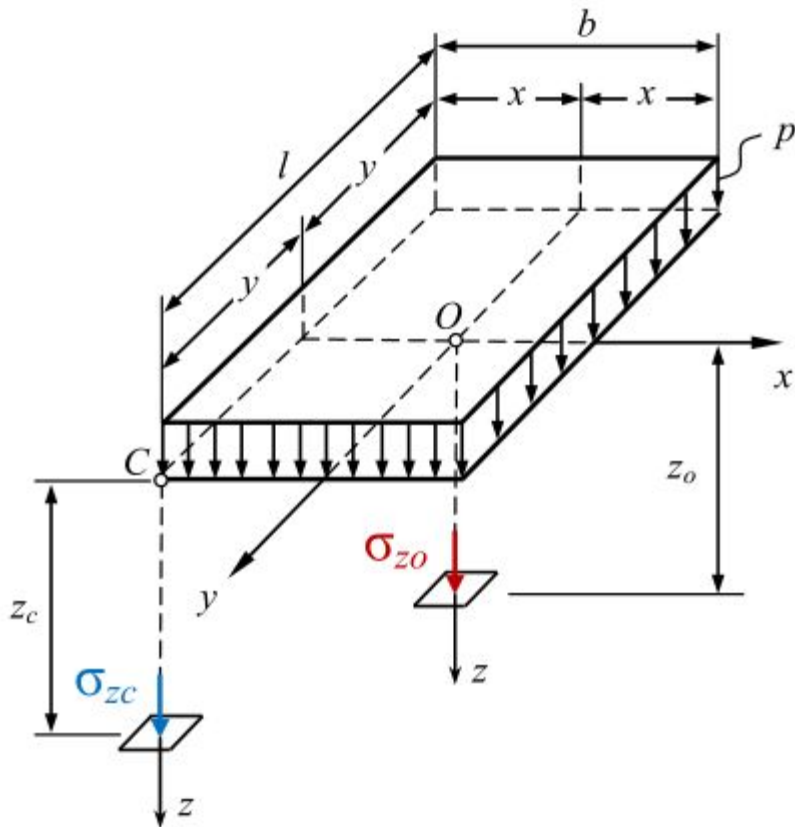
$$\alpha = \frac{1}{\pi} \left( \frac{b}{a} \delta + 2\psi \right)$$

$$\psi = \arctg \frac{a + 0,5b}{z}$$

$$\delta = \psi - \arctg \frac{b}{2z}$$

Примеры:  
насыпи,  
дороги

# Напряжения от равномерно распределенной нагрузки по площади



$$\sigma_{z_o} = \alpha p$$

$$\alpha = f\left(\frac{2z_o}{b}, \frac{l}{b}\right)$$

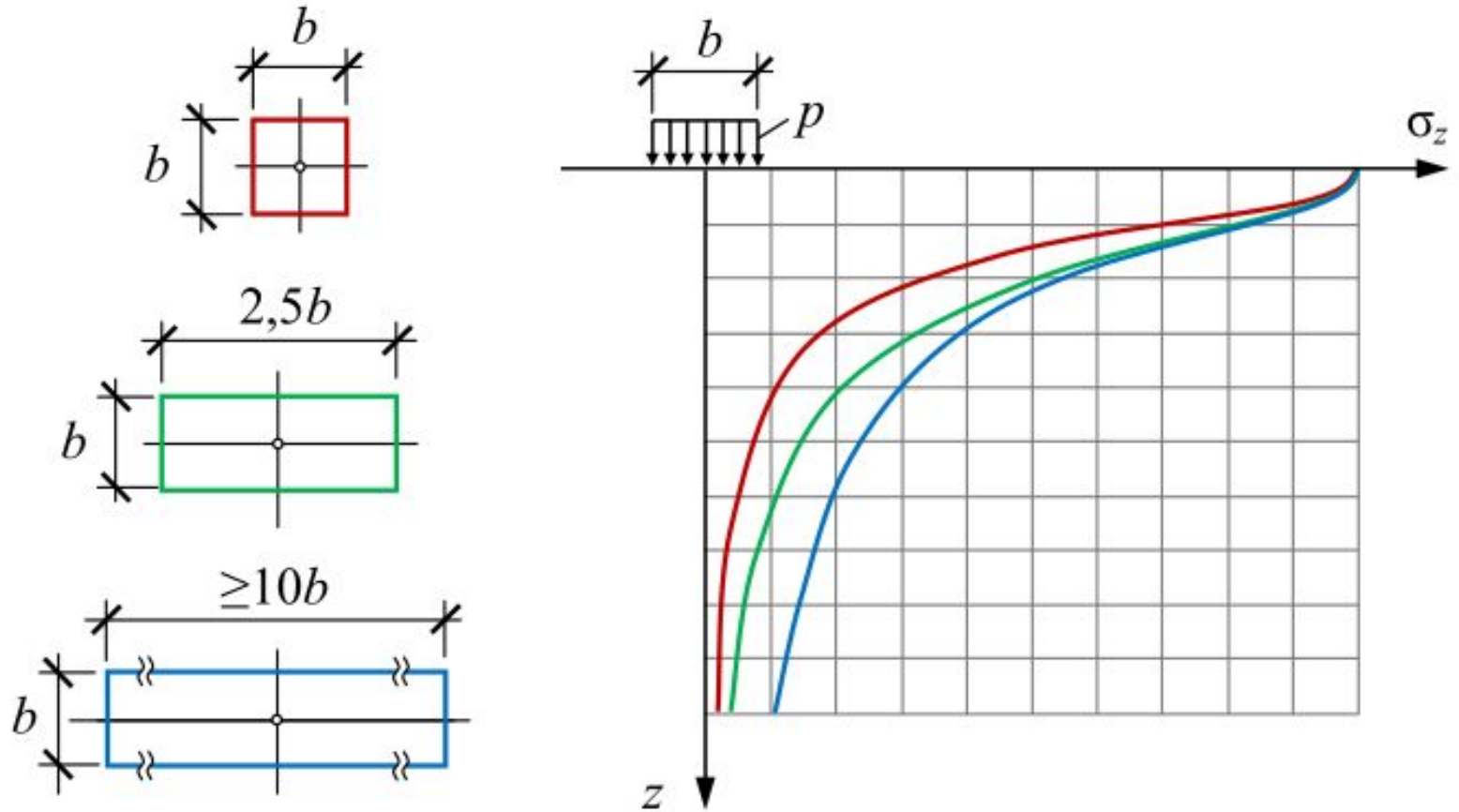
$$\sigma_{z_c} = 0,25 \cdot \alpha \cdot p$$

$$\alpha = f\left(\frac{z_c}{b}; \frac{l}{b}\right)$$

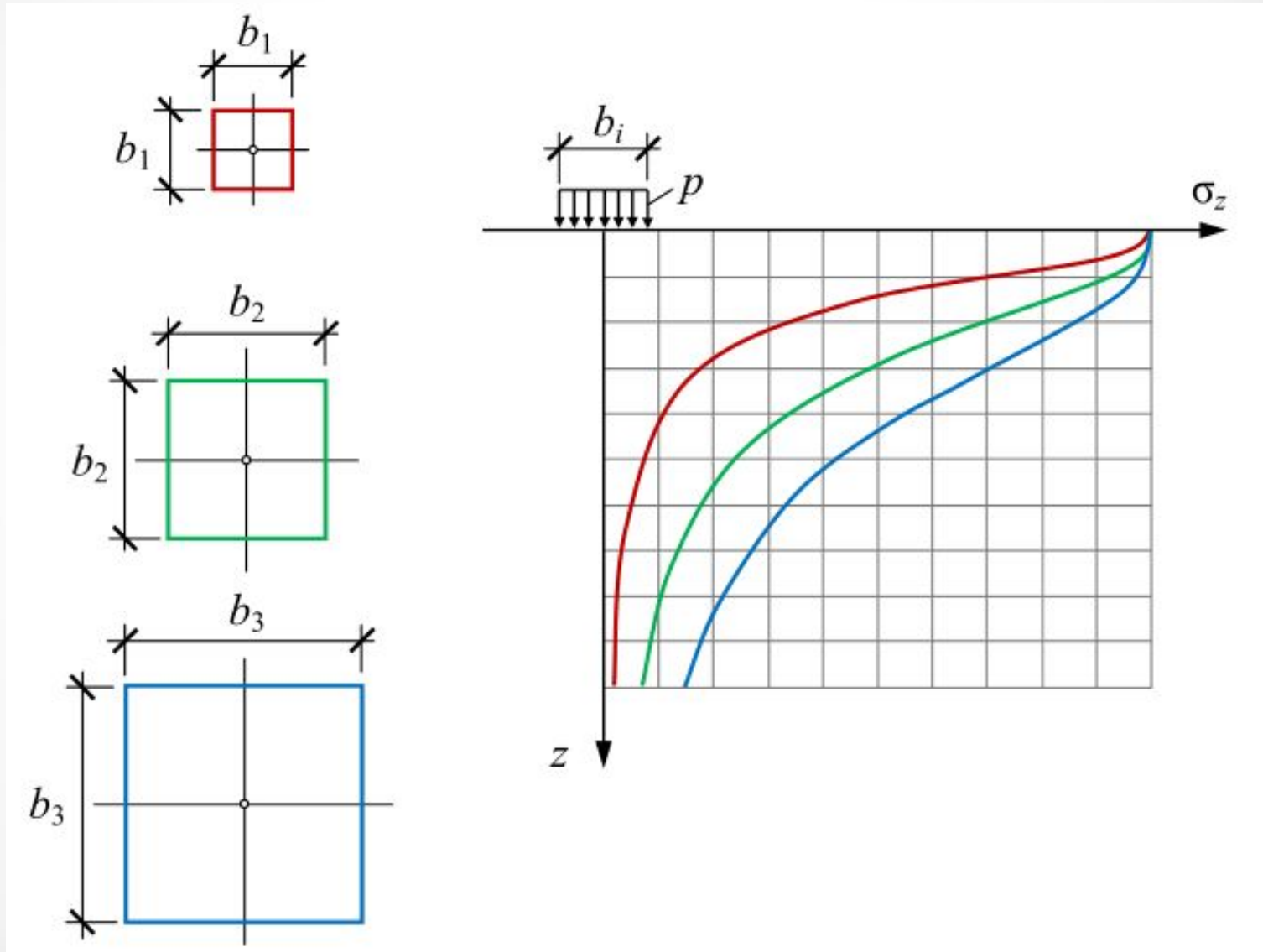
ИЛИ

$$\sigma_{z_c} = 0,25 \cdot \sigma_{z_o}$$

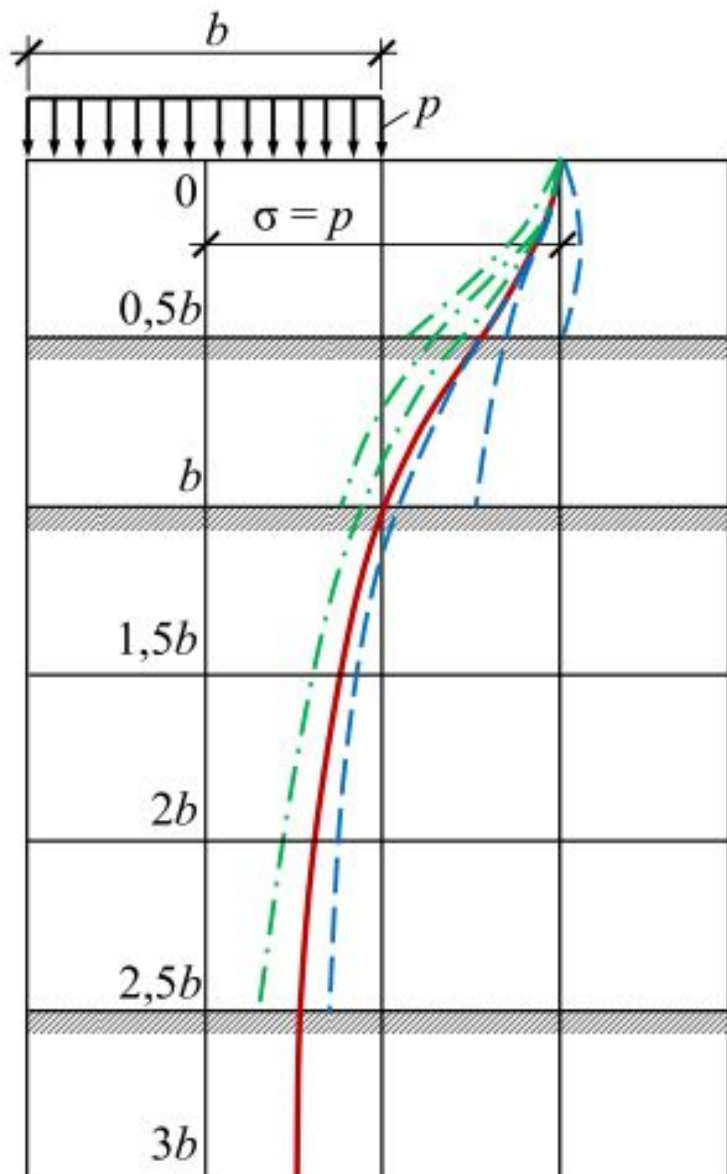
# Влияние соотношения $l/b$ на распределение напряжений



# Влияние соотношения размеров $b$ на распределение напряжений



# Влияние соотношения размеров сжимаемости грунтов на распределение напряжений



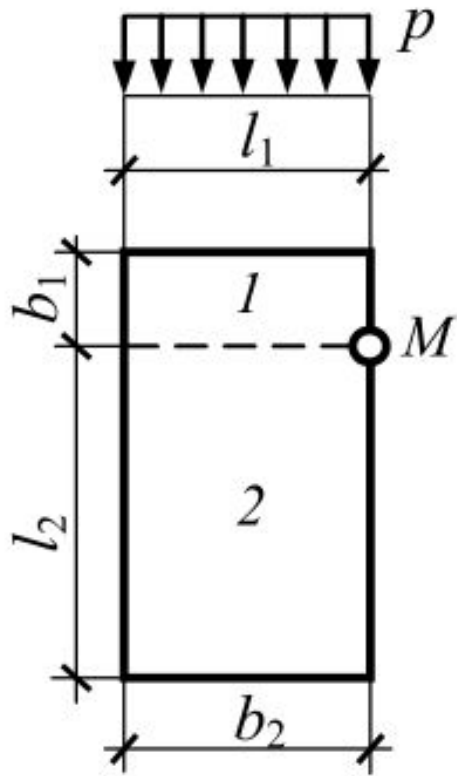
- относительно однородное по сжимаемости основание
- - - практически несжимаемый подстилающий слой
- · - значительно более сжимаемый подстилающий слой
- ▨ граница грунтовых слоев различной сжимаемости

При наличии практически несжимаемого подстилающего слоя (например, скального), происходит концентрация напряжения  $\sigma_z$  по оси нагрузки;

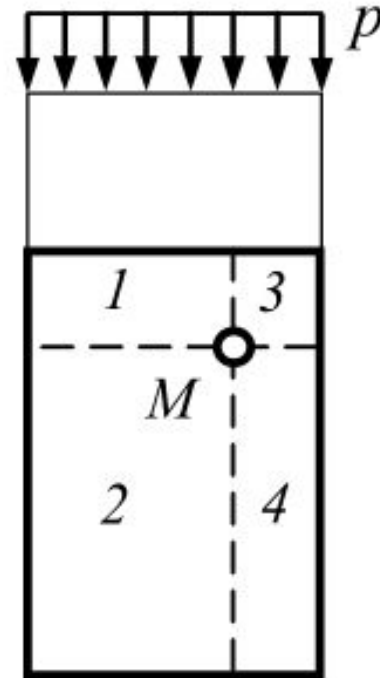
Если подстилающий слой обладает значительно большей сжимаемостью (например торф или слабый глинистый грунт) то наблюдается рассеивание (деконцентрация) напряжений на большую площадь и уменьшение напряжения  $\sigma_z$  по оси нагрузки



# Метод угловых точек



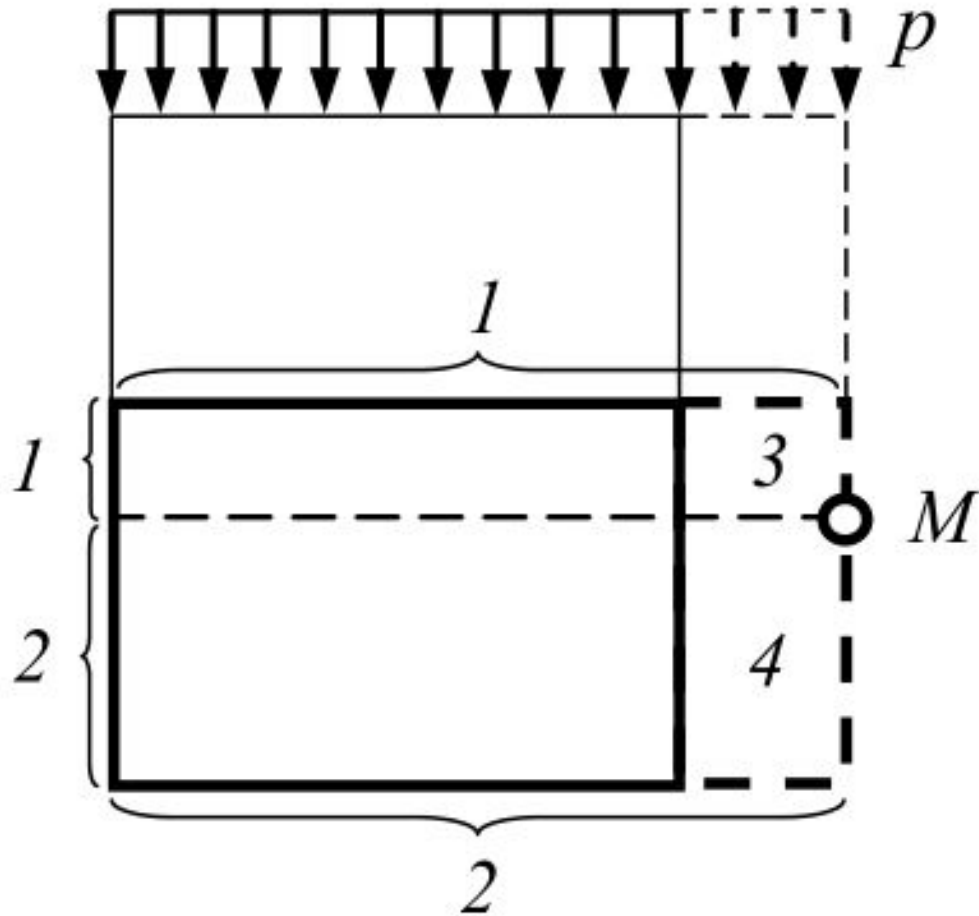
$$\sigma_{zM} = \sigma_{zc,1} + \sigma_{zc,2}$$



$$\sigma_{zM} = \sigma_{zc,1} + \sigma_{zc,2} + \sigma_{zc,3} + \sigma_{zc,4}$$

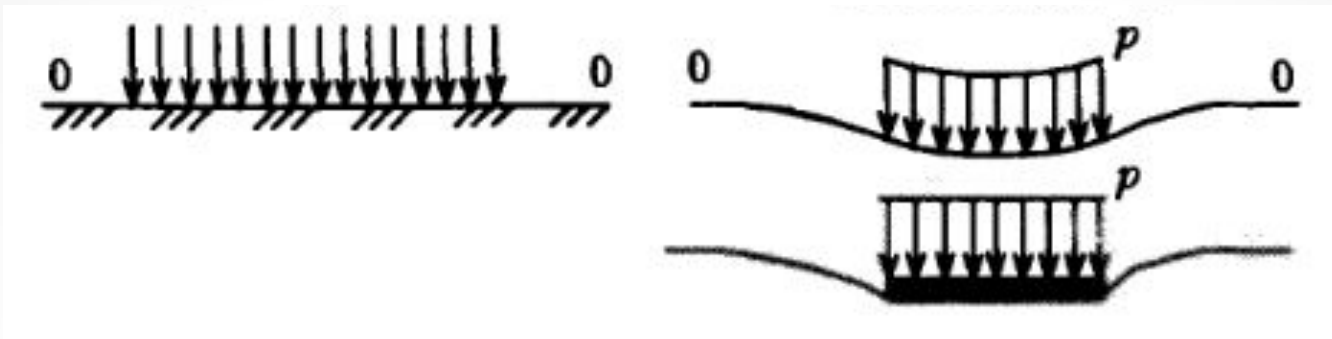
$$\sigma_{zMi} = \alpha_i \cdot p$$

# Метод угловых точек



$$\sigma_{zM} = \sigma_{zc,1} + \sigma_{zc,2} - \sigma_{zc,3} - \sigma_{zc,4}$$

# Напряжения под подошвой жестких фундаментов (штампов)



$$t \approx 10 \cdot \frac{E \cdot l^3}{E_k \cdot h^3}$$

- показатель гибкости фундамента (М.И. Горбунов-Посадов)

$E, E_k$  - модуль деформации грунта основания и модуль упругости конструкции;

$l$  и  $h$  - длина и толщина конструкции фундамента.

$t \leq 1$  - абсолютно жесткий фундамент ( $h/l > 1/3$ );

$t > 1$  - фундамент конечной жесткости;

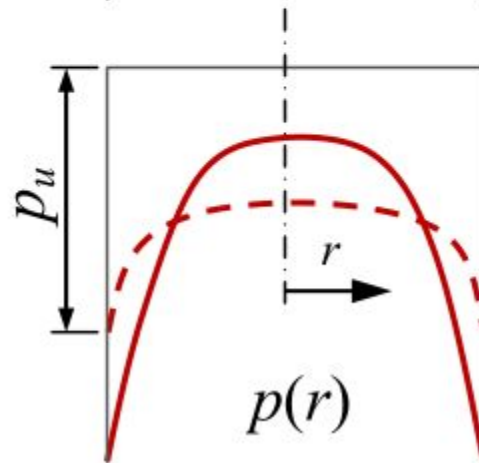
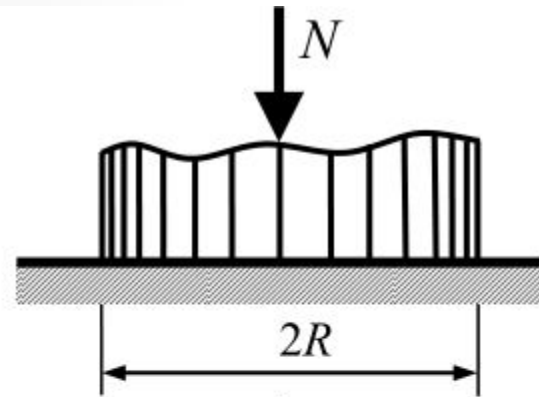
$t = \infty$  - фундамент абсолютно гибкий;

# Контактные напряжения

Круглый фундамент

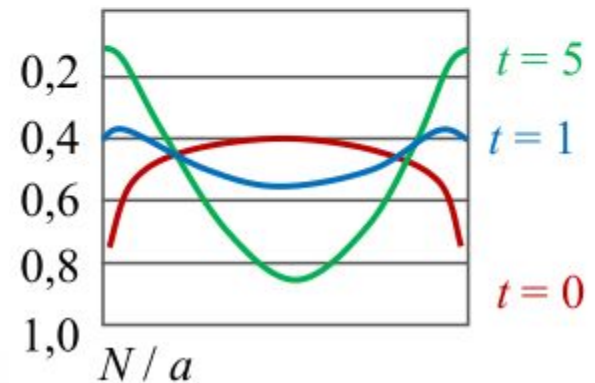
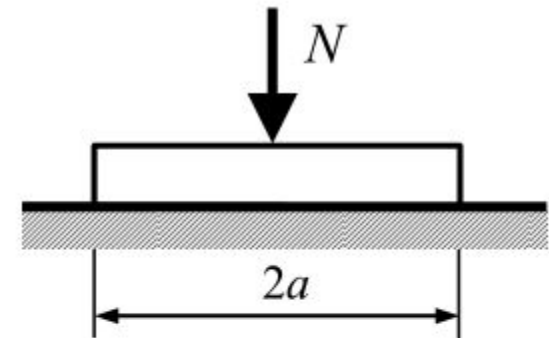
$$p(R) = \frac{p_m}{2 \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}}$$

$$p_m = \frac{N}{A}$$

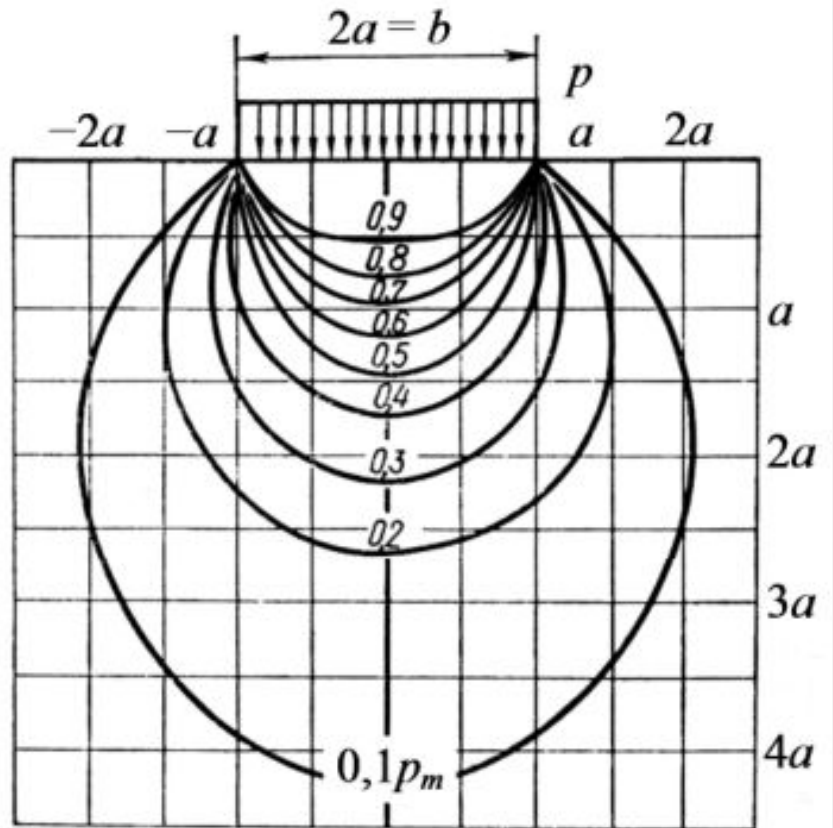
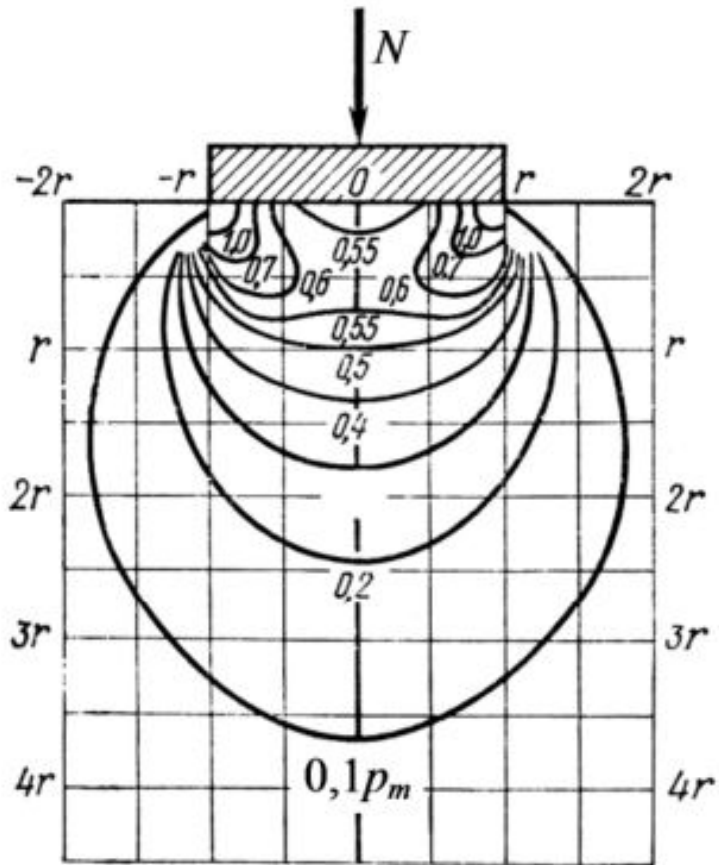


Ленточный фундамент

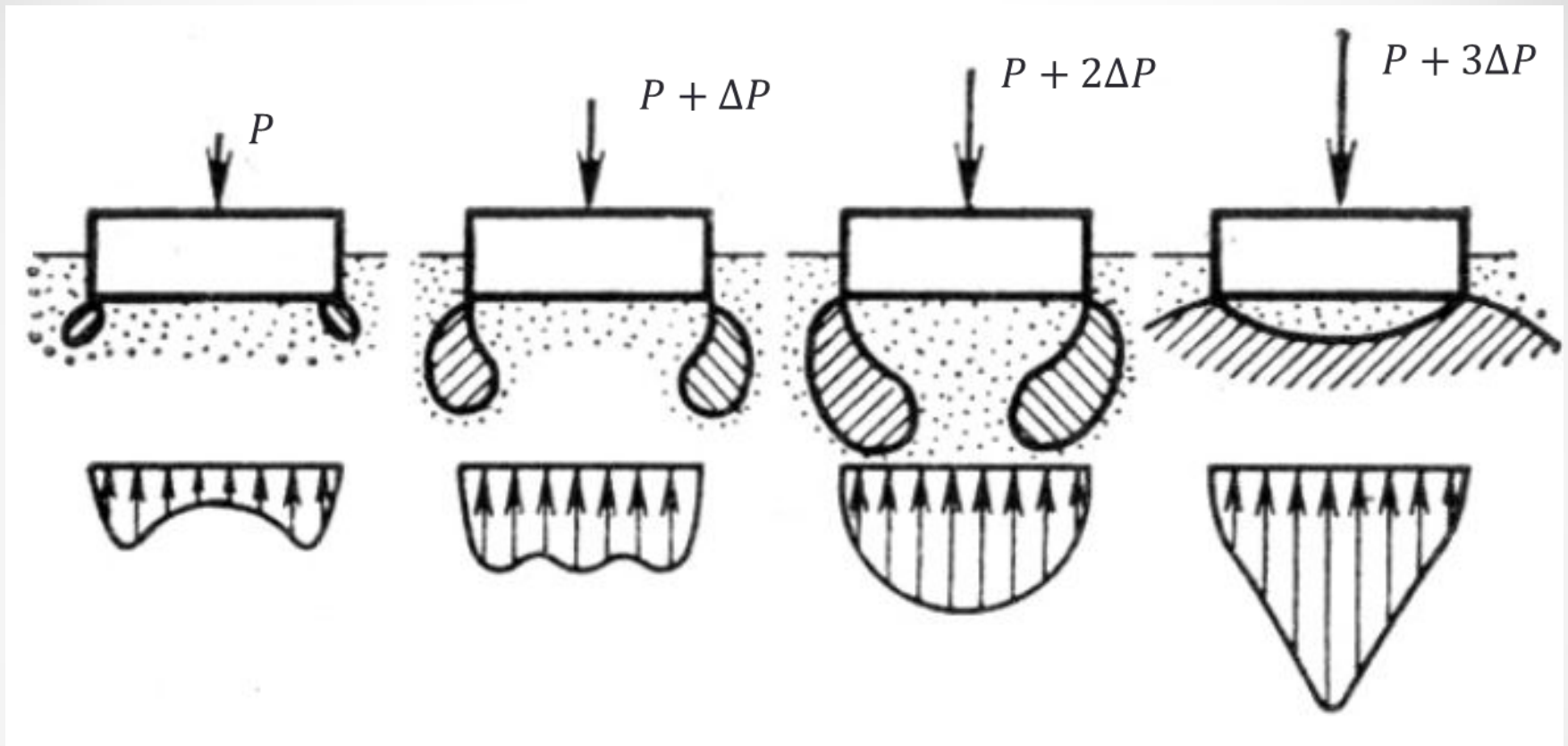
$$p(x) = \frac{2 \cdot p_m}{\pi \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}}$$



# Контактные напряжения



# Контактные напряжения



Изменение эпюр контактных напряжений под подошвой фундамента при увеличении нагрузки