

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Определение. Неравенства вида

$$ax^2 + bx + c > 0, \quad \text{строгие}$$

$$ax^2 + bx + c < 0, \quad \text{неравенства}$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0, \quad \text{нестрогие}$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0, \quad \text{неравенства}$$

где x – переменная,

a , b и c – некоторые числа и $a \neq 0$,

называют **неравенствами второй степени с одной переменной**.

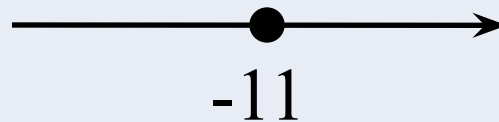
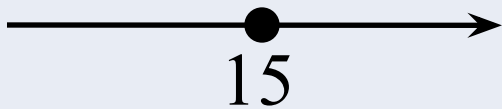


Решите неравенство:

$$16x \geq 13x + 45$$

$$-2x \geq 11 + 8x$$

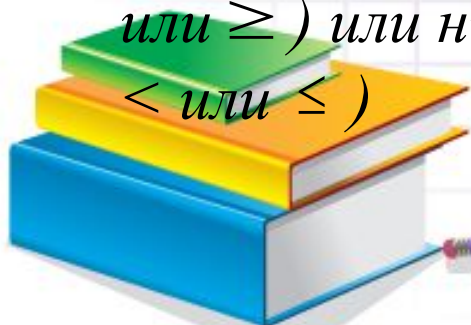
$$2(x+8) - 5x < 4 - 3x$$



Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

Решение неравенств второй степени с одной переменной можно рассматривать как нахождение промежутков знакопостоянства квадратичной функции.

- найти дискриминант квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$ и выяснить, имеет ли трёхчлен корни (найти нули функции);
- на оси x отмечают корни, если они есть, и проводят схематически параболу с учётом направления её ветвей;
- находят на оси x промежутки, для которых точки параболы расположены выше (если решают неравенство со знаком $>$ или \geq) или ниже оси x (если решают неравенство со знаком $<$ или \leq);



Решите неравенство

$$x^2 + 4x - 12 > 5x$$

РЕШЕНИЕ

$$x^2 + 4x - 12 - 5x > 0$$

$$x^2 - x - 12 > 0$$

Пусть $y = x^2 - x - 12$

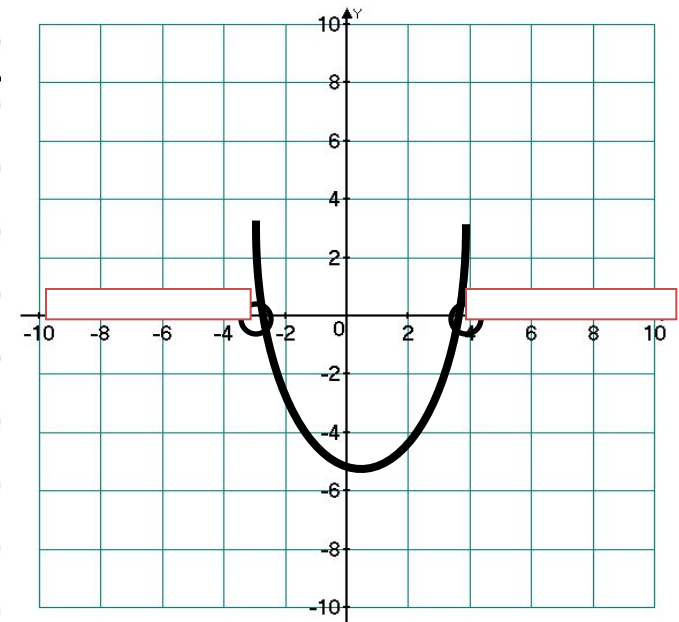
$a=1$, значит ветви параболы направлены вверх.

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49, 49 > 0$$

$$x_1 = \frac{1-7}{2} = -3, x_2 = \frac{1+7}{2} = 4$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$$



Решите неравенство

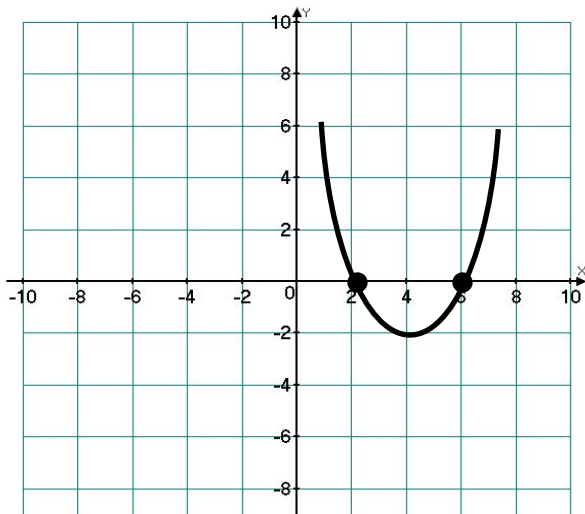
$$x^2 - 8x + 12 \geq 0$$

$$y = x^2 - 8x + 12$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$D = 16$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$



$$x \in (-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$$

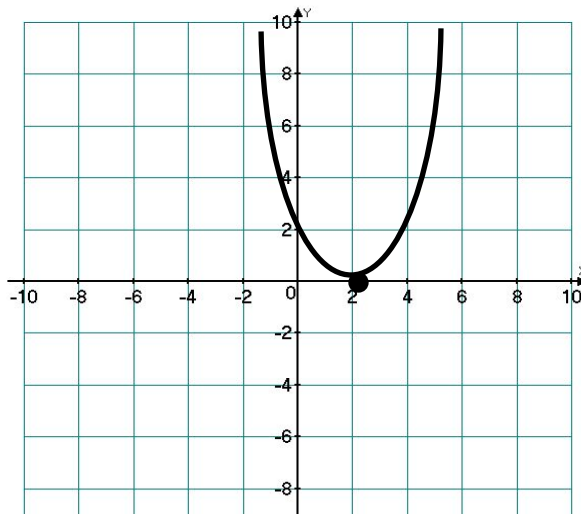
$$x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$y = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$D = 0$$

$$x = 2$$



$$x \in (-\infty; +\infty)$$

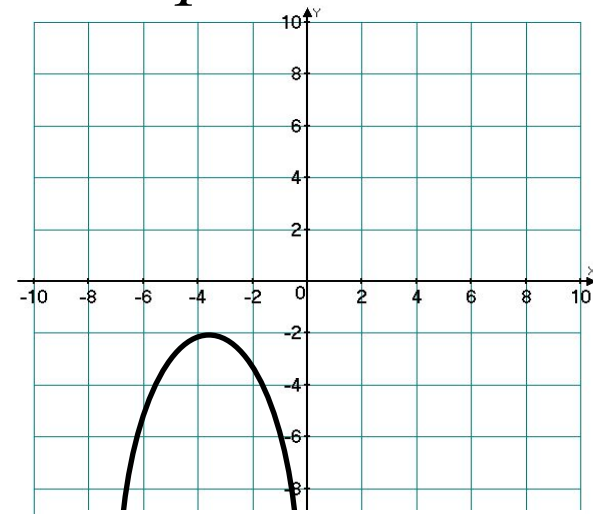
$$^{222} -x^2 + 4x - 5 > 0$$

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

$$-x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D = -4, \quad D < 0$$

Корней нет



Решений нет

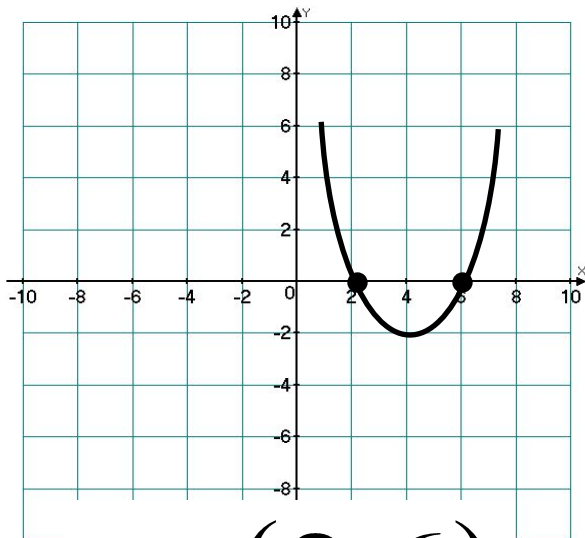
Решите неравенство

$$x^2 - 8x + 12 < 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$D = 16$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$



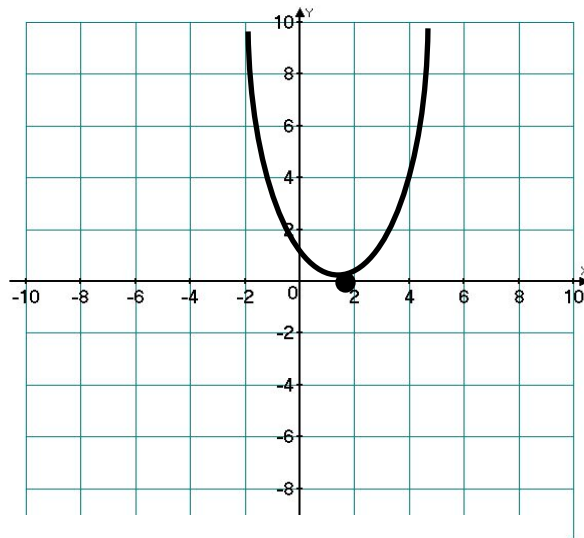
$$x \in (2; 6)$$

$$x^2 - 4x + 4 < 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$D = 0$$

$$x = 2$$



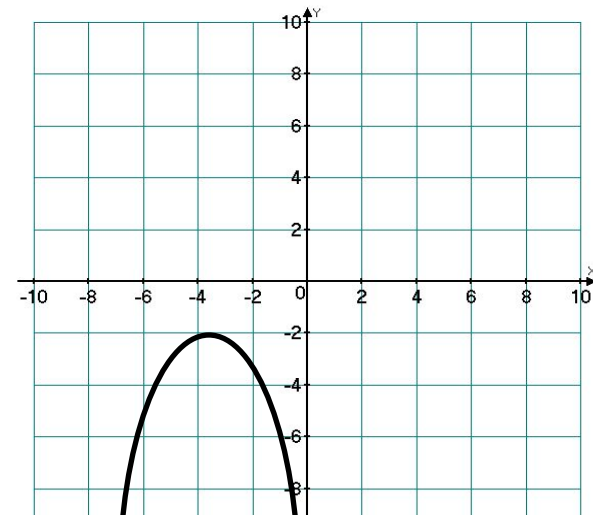
Решений нет

$$-x^2 + 4x - 5 < 0$$

$$-x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D = -4, \quad D < 0$$

Корней нет



$$x \in (-\infty; +\infty)$$