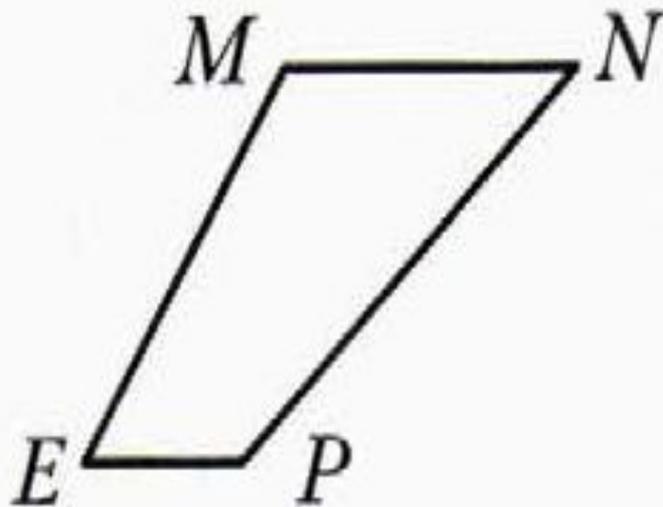
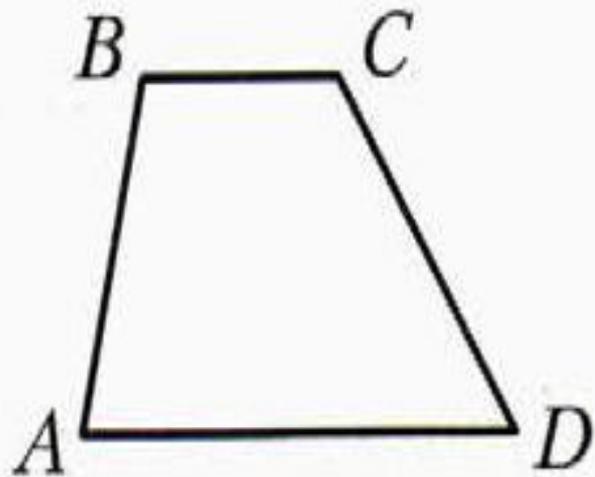


ТРАПЕЦИЯ

Определение

Трапецией называют четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

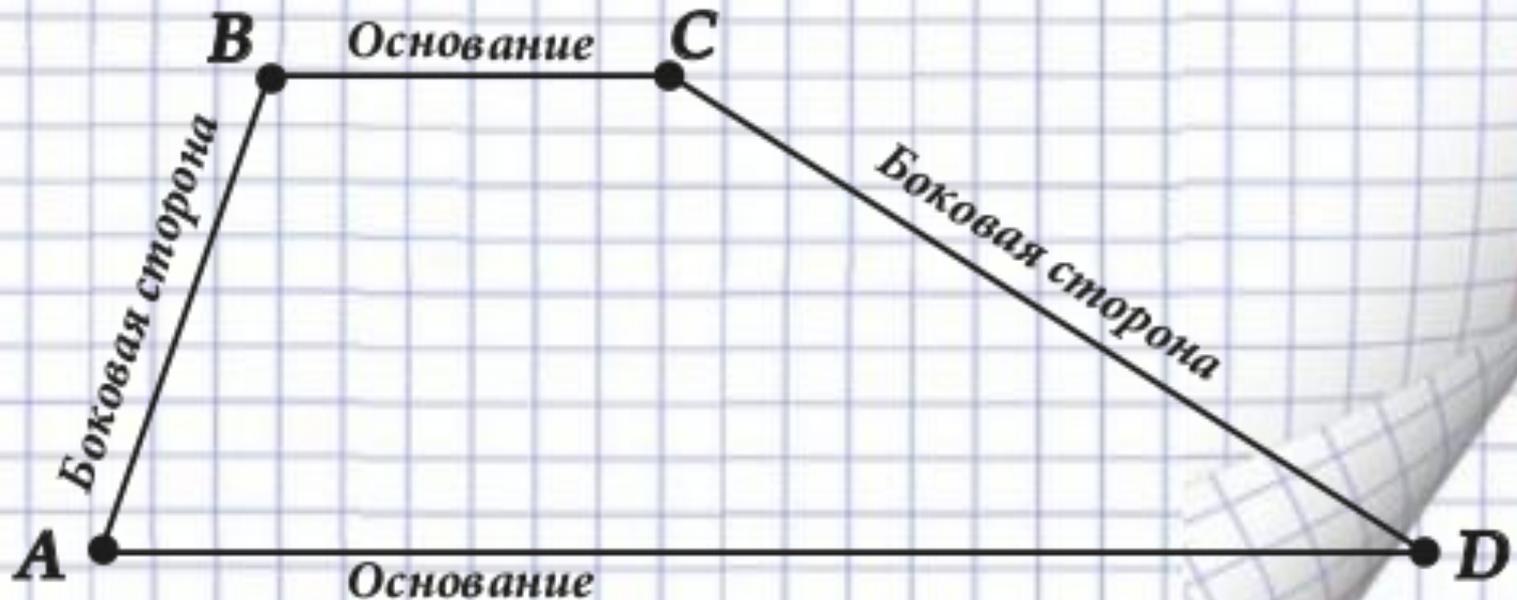


Трапеция

от греч. *trapeza* — стол.

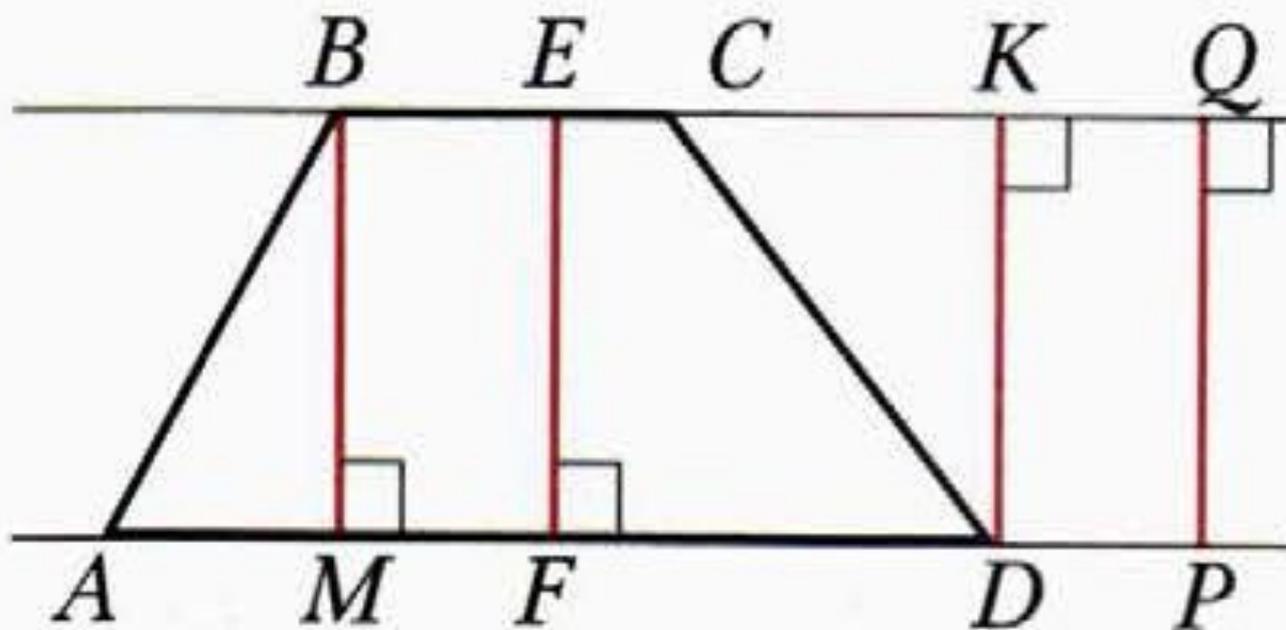
Трапеция буквально — «столик».

Геометрическая фигура была названа так по внешнему сходству с маленьким столом.



Определение

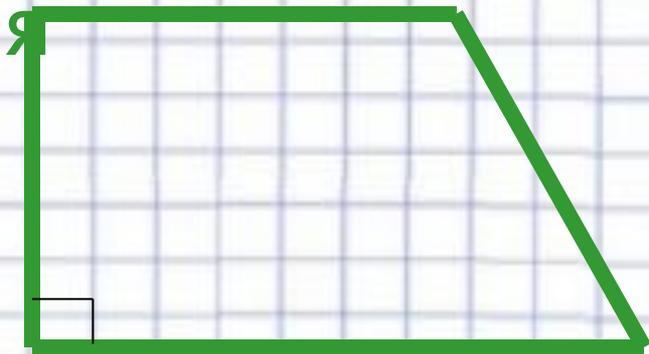
Высотой трапеции называют перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой, содержащей одно из оснований, на прямую, содержащую другое основание.



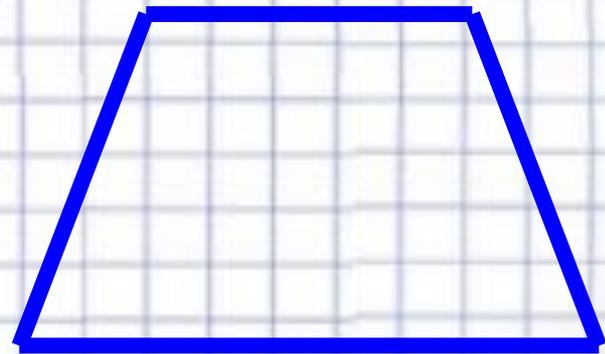
Виды трапеций



прямоугольная



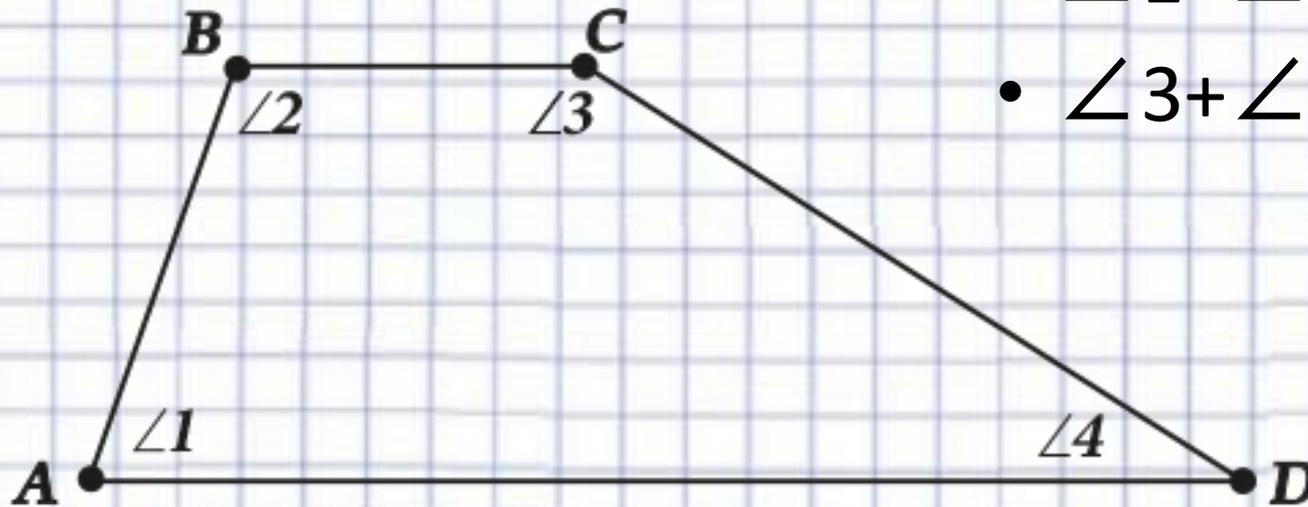
равнобедренная



Трапецию, у которой боковые стороны равны, называют равнобедренной.

Трапецию, у которой боковая сторона является её высотой, называют прямоугольной.

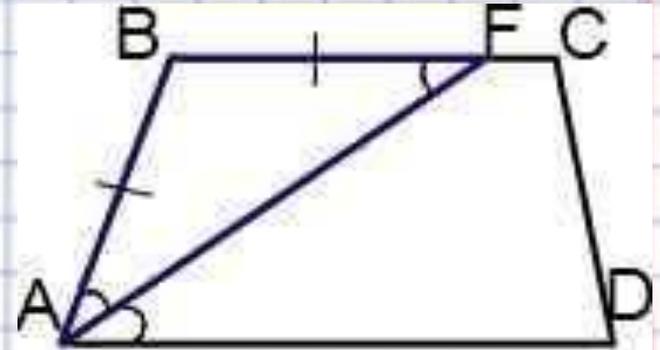
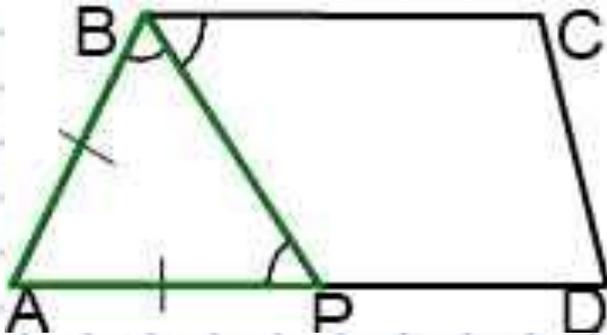
Сумма углов при каждой **боковой** стороне равна 180^0



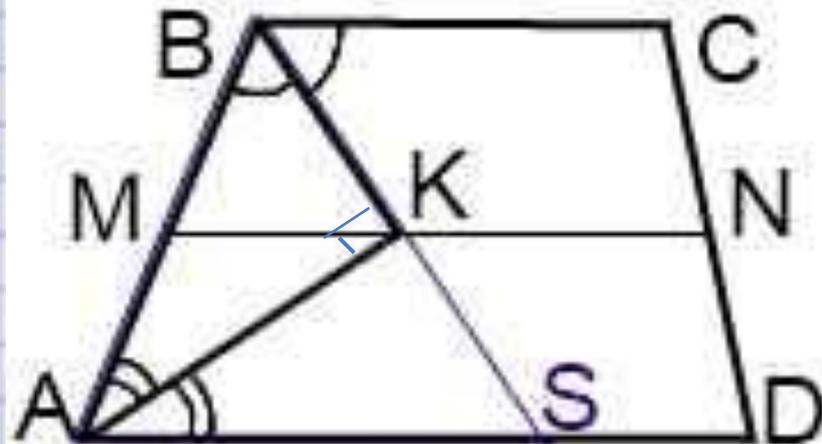
- $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$
- $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

Сумма всех углов 360^0

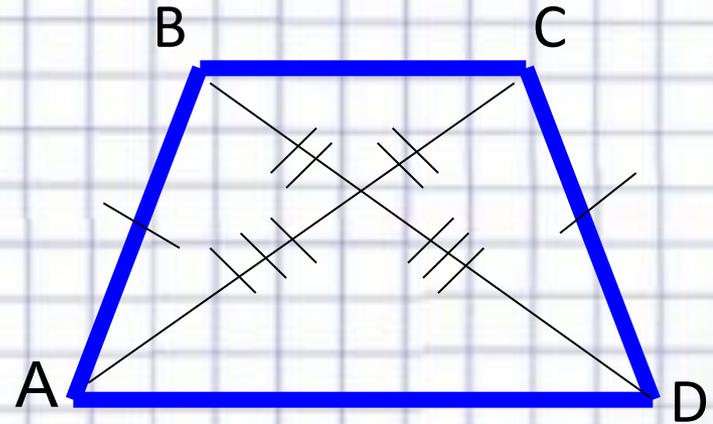
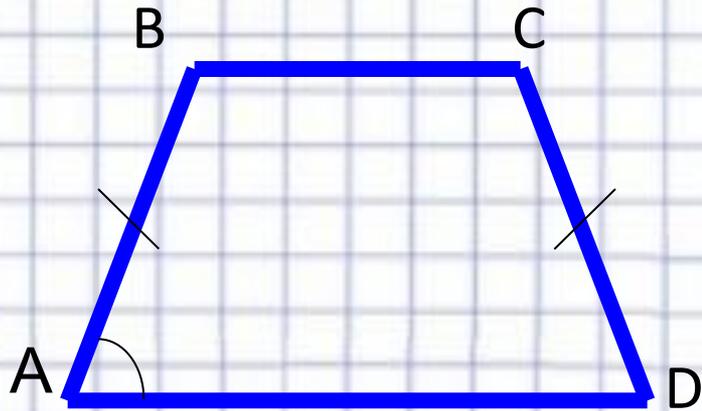
Биссектриса любого угла трапеции отсекает
равнобедренный треугольник.



Биссектрисы углов при боковой стороне трапеции
пересекаются под прямым углом.



Свойства равнобедренной трапеции

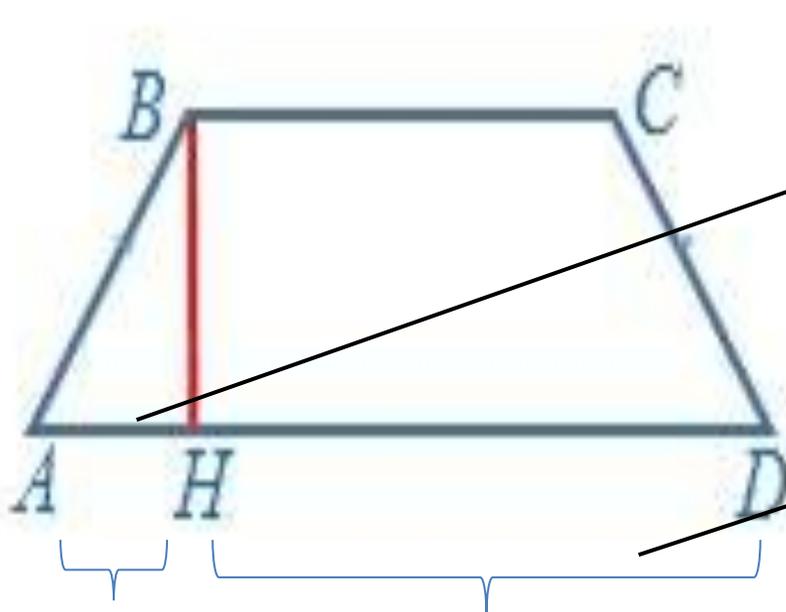


1) Углы при основаниях равны 2) Диагонали равны $AC=BD$

$$\angle A = \angle B$$

Свойства равнобедренной трапеции

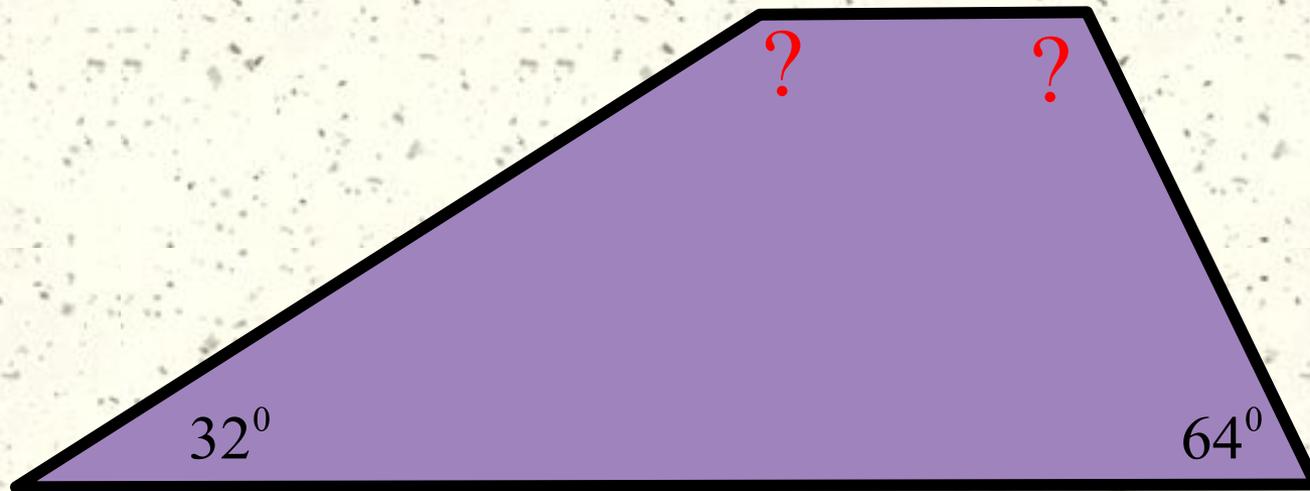
высота трапеции, проведённая из вершины тупого угла, делит основание трапеции на два отрезка, меньший из которых равен полуразности оснований, а больший — полусумме оснований



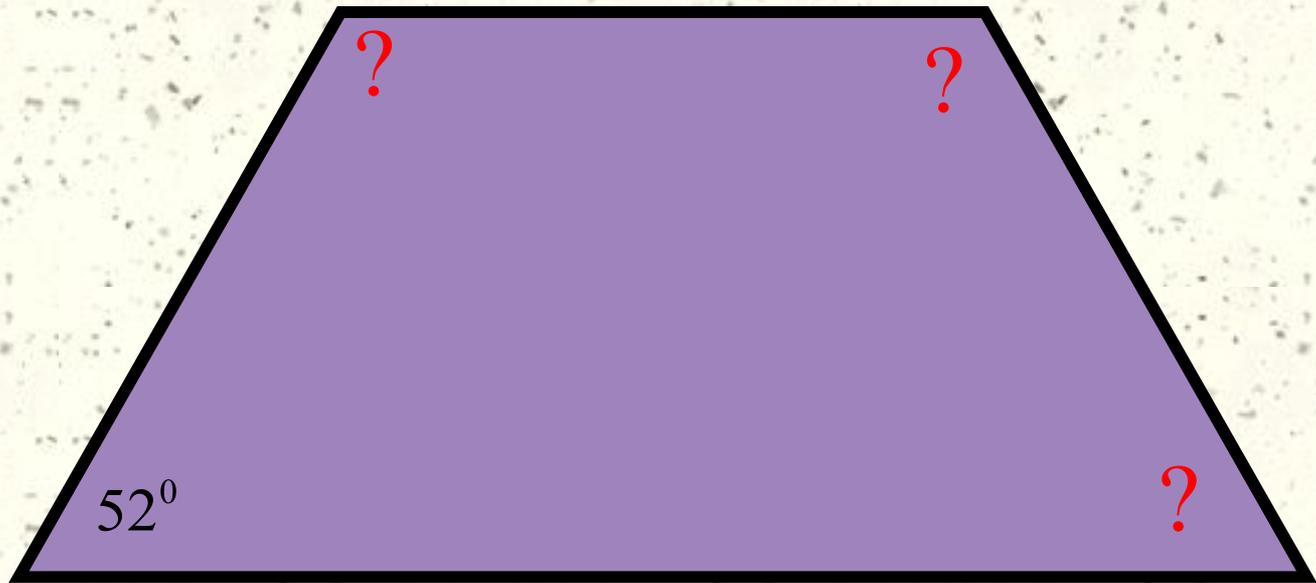
$$AH = \frac{AD - BC}{2};$$

$$HD = \frac{AD + BC}{2}$$

Найдите углы трапеции.
Решить устно и проверить себя.

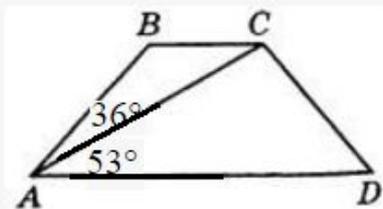


Найдите углы равнобедренной трапеции.
Решить устно и проверить себя.



Разбор задач

Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 36° и 53° соответственно. Ответ дайте в градусах.



Решение.

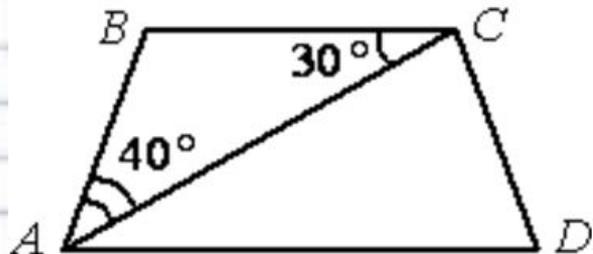
Углы при основании равнобедренной трапеции равны, то есть $\angle A = \angle D$. Также равны углы $\angle B = \angle C$. Учитывая, что $\angle A = 36^\circ + 53^\circ = 89^\circ$, то получаем, что $\angle A + \angle D = 2 \cdot 89^\circ = 178^\circ$, и так как в четырехугольнике сумма всех углов равна 360 градусов, имеем:

$$\angle B = \frac{360^\circ - 178^\circ}{2} = \frac{182^\circ}{2} = 91^\circ.$$

Ответ: 91.

Разбор задач

Найдите угол $\angle ADC$ равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной AB углы, равные 30° и 40° соответственно.



РЕШЕНИЕ:

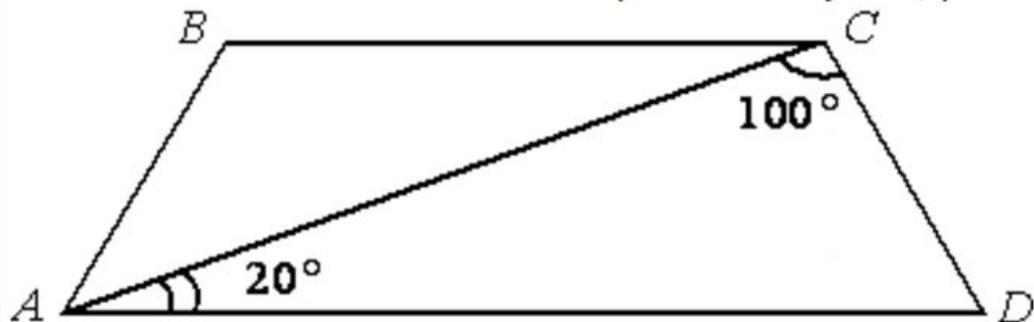
$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\angle D = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$$

Ответ: 70

Разбор задач

Найдите угол $\angle ABC$ равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной CD углы, равные 20° и 100° соответственно.



РЕШЕНИЕ:

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\angle B = 20^\circ + 100^\circ = 120^\circ$$

Ответ: 120

Разбор задач

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 268° . Найдите меньший угол трапеции.
Ответ дайте в градусах.



РЕШЕНИЕ:

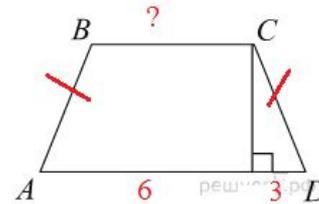
Один угол $268^\circ / 2 = 134^\circ$

Противолежащий угол $180^\circ - 134^\circ = 46^\circ$

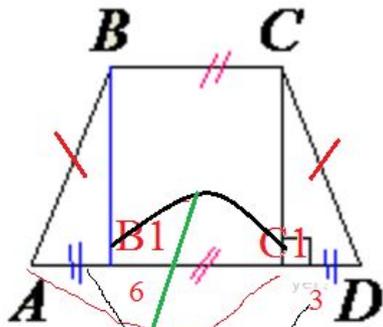
Ответ: 46

Разбор задач

Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 3 и 6. Найдите длину основания BC .



РЕШЕНИЕ:



Проведём высоту из точки B . $BB_1 = CC_1$
Треугольники ABB_1 и треугольник CDC_1 равны.

Поэтому $AB_1 = DC_1 = 3$

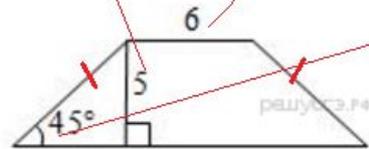
$$B_1C_1 = 6 - 3 = 3$$

$$BC = B_1C_1 = 3$$

Ответ: 3

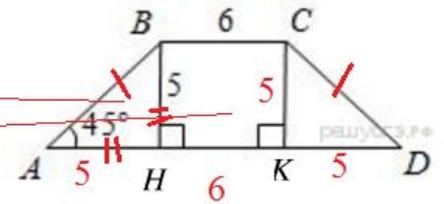
Разбор задач

В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании. Найдите большее основание.



Решение.

Проведём вторую высоту и введём обозначения, как показано на рисунке. Треугольник ABH — прямоугольный, угол $ABH = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, углы BAH и ABH равны, следовательно, треугольник ABH — равнобедренный, $AH = BH = 5$. В четырёхугольнике $HBCK$ $BC \parallel HK$ и $BH \parallel CK$, следовательно, он параллелограмм. Угол $BHK = 90^\circ$, значит, $HBCK$ — прямоугольник, откуда $BH = CK = 5$ и $BC = HK = 6$. Поскольку трапеция равнобедренная, углы BAH и CDK равны. Треугольники ABH и CDK прямоугольные, $BH = CK$, $\angle BAH = \angle CDK$, следовательно, эти треугольники равны, откуда $AH = KD = 5$. Большее основание трапеции $AD = AH + HK + KD = 5 + 6 + 5 = 16$.



Ответ: 16.