

Задание 21. Решите уравнение $(x^2-20)(x-4)^2 + 16x^2 = 0$

$x=4$ не является корнем, т.к. $(4^2-20)(4-4)^2 + 16 \cdot 4^2 \neq 0$

$$(x^2-20)(x-4)^2 + 16x^2 = 0 \quad /: (x-4)^2 \neq 0$$

$$(x^2-20) + \frac{16x^2}{(x-4)^2} = 0$$

$$x^2 + \left(\frac{4x}{x-4}\right)^2 - 20 = 0$$

$$x^2 + 2x \cdot \frac{4x}{x-4} + \left(\frac{4x}{x-4}\right)^2 - 2x \cdot \frac{4x}{x-4} - 20 = 0$$

$$\left(\frac{x-4}{x-4} + \frac{4x}{x-4}\right)^2 - 2x \cdot \frac{4x}{x-4} - 20 = 0$$

$$\left(\frac{x^2}{x-4}\right)^2 - 8 \cdot \frac{x^2}{x-4} - 20 = 0$$

$$t^2 - 8t - 20 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 8 \\ t_1 \cdot t_2 = -20 \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = 10 \\ t_2 = -2 \end{cases}$$

Вернёмся к замене:

$$\frac{x^2}{x-4} = 10$$

$$x^2 = 10x - 40$$

$$x^2 - 10x + 40 = 0$$

$$\frac{x^2}{x-4} = -2$$

$$x^2 = -2x + 8$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

Применим формулу

$$~~a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2~~$$



$$x^2 = -2$$

$$x^2 = -8$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

Пусть $\frac{x^2}{x-4} = t$

Ответ: -2; 4.

Задание 21. Решите уравнение и укажите все целые числа, заключенные между его корнями.

Применим формулу

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



$$x^2 - 9(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - 11$$

$$x^2 - 9(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - 11 + 11 = 0$$

Таблица квадратов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

$$\sqrt{1,96} < \sqrt{2} < \sqrt{2,25}$$

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$$

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$

$$\sqrt{1,96} < \sqrt{3} < \sqrt{2,25}$$

$$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

$$\sqrt{3} \approx 1,7$$

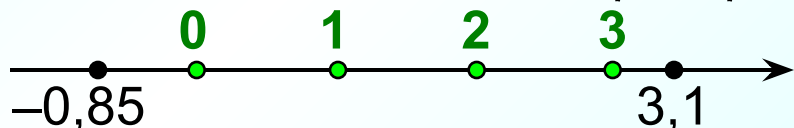
$$x - \sqrt{2} - \sqrt{3} = 0$$

$$x = \sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3,1$$

$$4x + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 9 = 0$$

$$4x = -4\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 9 \quad /: 4$$

$$x = -\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2,25 \approx -3,1 + 2,25 = -0,85$$



Ответ: 0; 1; 2; 3.

Задание 21. Решите

$$4(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 5x^2$$

$$4(x^2+x+6x+6)(x^2+2x+8x+8) = 5x^2$$

$$4(x^2+7x+6)(x^2+5x+6) = -3x^2 \quad /: x^2$$

$$4\left(\frac{x^2+7x+6}{x^2}\right)\left(\frac{x^2+5x+6}{x^2}\right) = -3$$

Пусть $x + \frac{6}{x} = t$

$$4\left(\frac{x^2}{x^2} + \frac{7x}{x^2} + \frac{6}{x^2}\right)\left(\frac{x^2}{x^2} + \frac{5x}{x^2} + \frac{6}{x^2}\right) = -3$$

$$4\left(x + 7 + \frac{6}{x}\right)\left(x + 5 + \frac{6}{x}\right) = -3$$

$$4(t + 7)(t + 5) = -3$$

$$4(t^2 + 7t + 5t + 35) = -3$$

$$4(t^2 + 12t + 35) = -3$$

$$4t^2 + 48t + 140 + 3 = 0$$

$$4t^2 + 48t + 143 = 0$$

$$\frac{D}{4} = k^2 - ac$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$$

$a=4, k=24, c=143$
 $x=0$ не является корнем,
 поэтому можно поделить на x^2
 $24^2 - 4 \cdot 143 = 576 - 572 = 4 = 2^2$

$$t = \frac{-24 \pm 2}{4} = \begin{cases} t_1 = -\frac{22}{4} = -\frac{11}{2} \\ t_2 = -\frac{26}{4} = -\frac{13}{2} \end{cases}$$

Вернемся к замене

$$x + \frac{6}{x} = -\frac{11}{2} \quad / \cdot 2x$$

$$2x^2 + 12 = -11x$$

$$2x^2 + 11x + 12 = 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 121 - 96 = 25 = 5^2$$

$$x = \frac{-11 \pm 5}{4} = \begin{cases} x_1 = -1,5 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$x + \frac{6}{x} = -\frac{13}{2} \quad / \cdot 2x$$

$$2x^2 + 12 = -13x$$

$$2x^2 + 13x + 12 = 0$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 169 - 96 = 73$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{73}}{4}$$

Ответ: $-4; -1,5; \frac{-13 \pm \sqrt{73}}{4}$