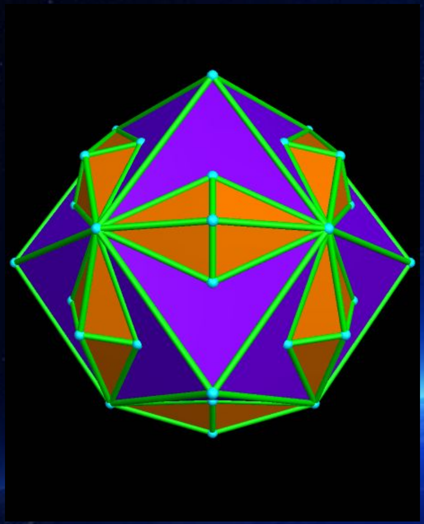
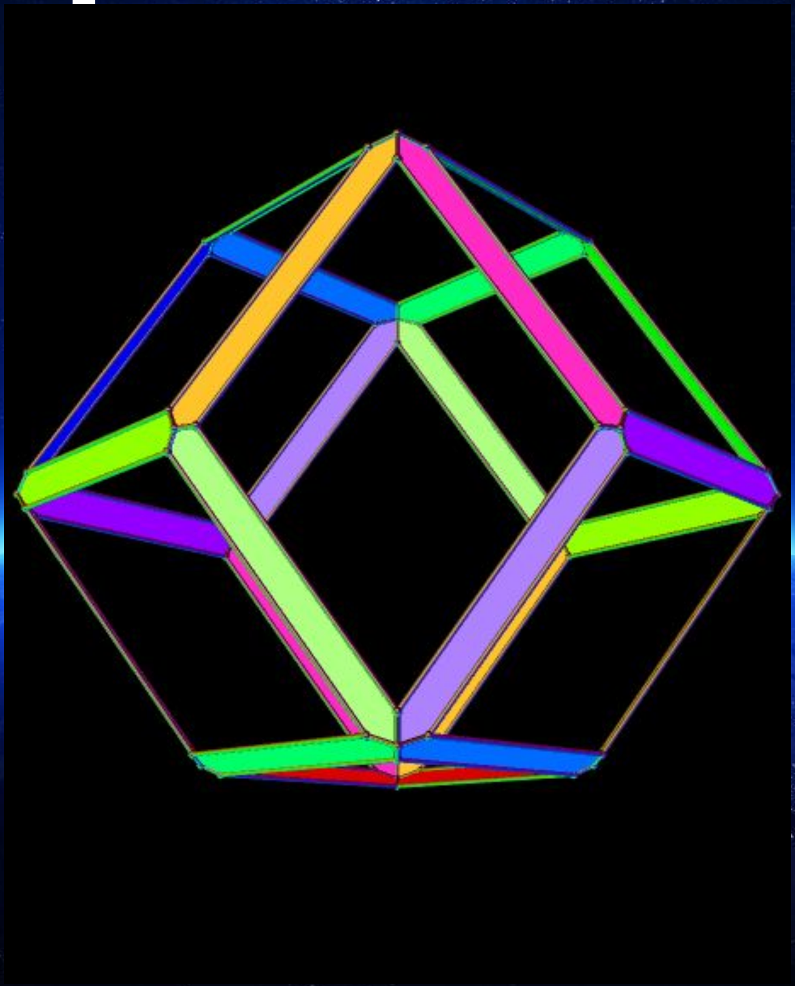
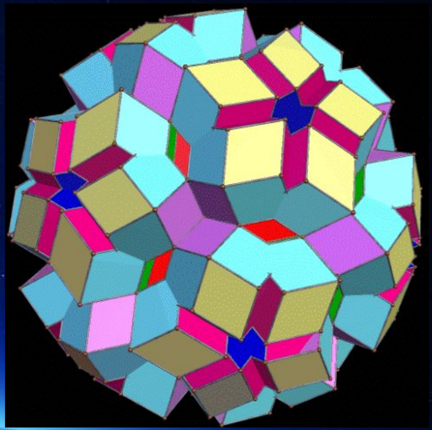
Стереометрия

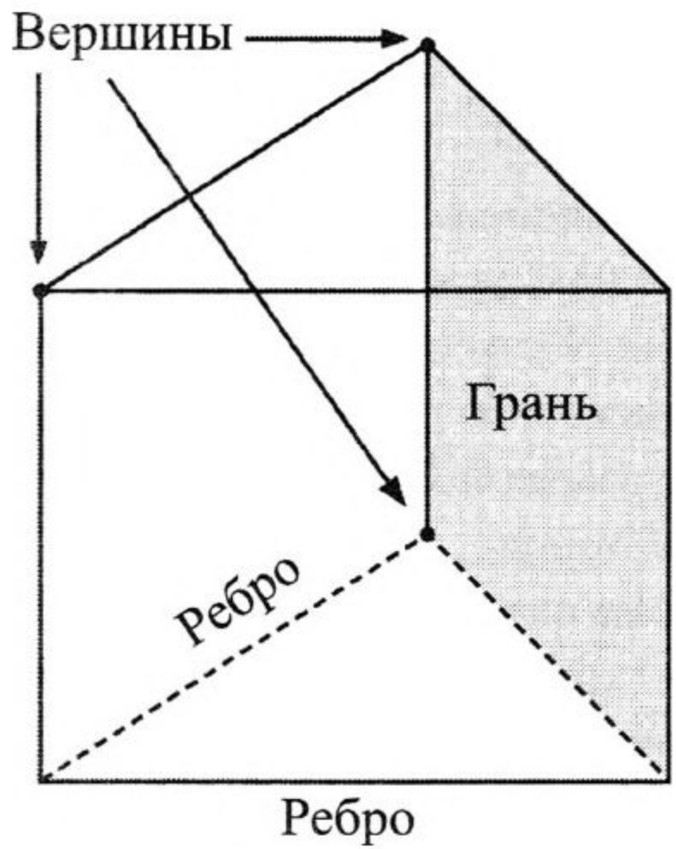






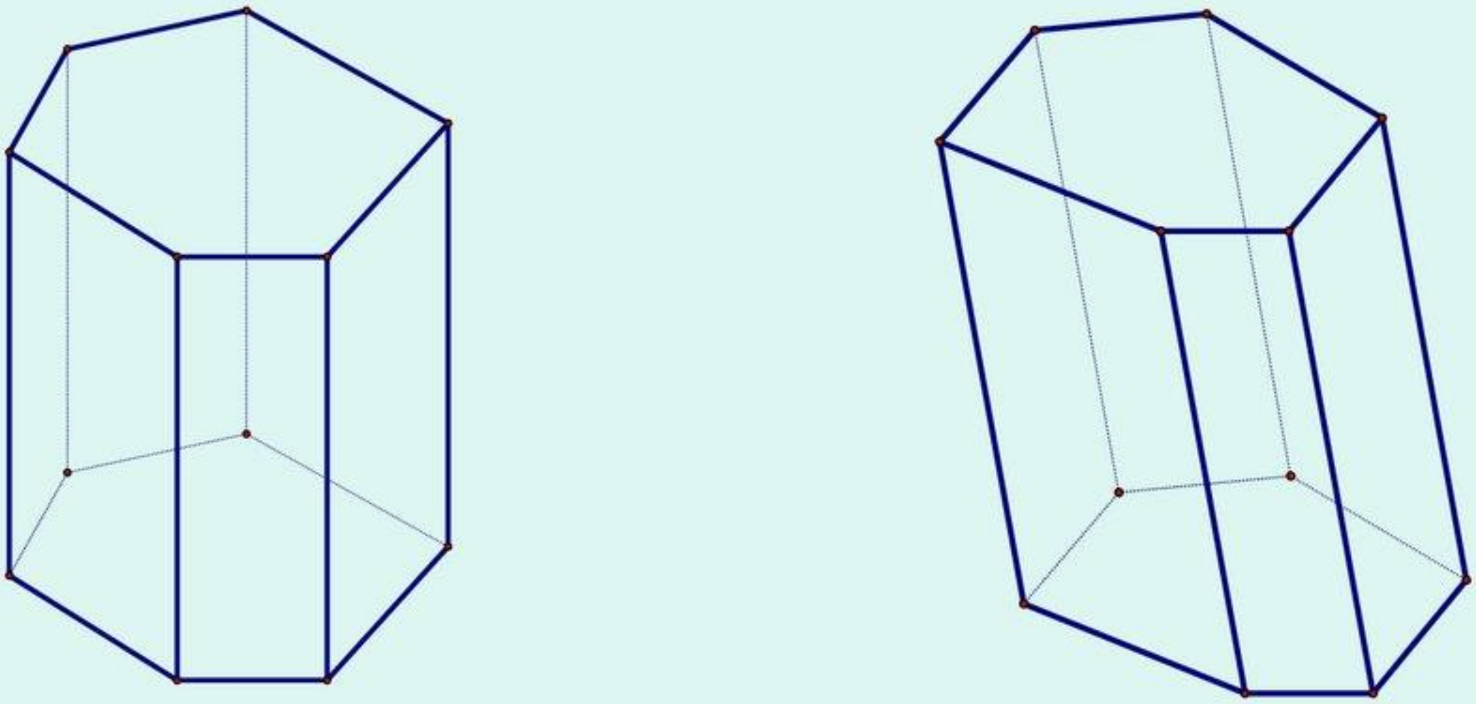
Объемные тела — это **многогранники** (куб, параллелепипед, призма, пирамида) и **тела вращения** (цилиндр, конус, шар).

Если в задаче по стереометрии речь идет о многограннике, вам встретятся термины «вершины» «грани» и «ребра». Вот они, на картинке.



Чтобы найти площадь поверхности многогранника, сложите площади всех его граней.

Прямая и наклонная призмы



- *Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется* ***прямой****,*
- *в противном случае –* ***наклонной***
- *Высота прямой призмы равна её боковому ребру*

Прямой называется призма, боковые ребра которой перпендикулярны основанию.

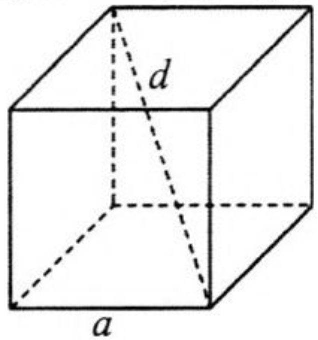
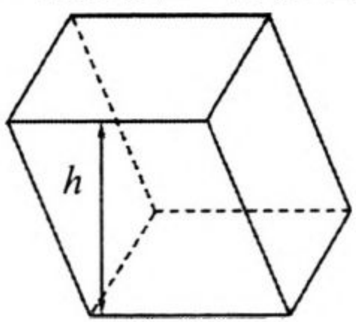
Если призма — прямая и в ее основании лежит правильный многоугольник, призма будет называться **правильной**.

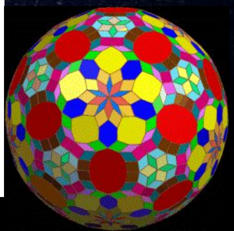
А правильная пирамида — такая, в основании которой лежит правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

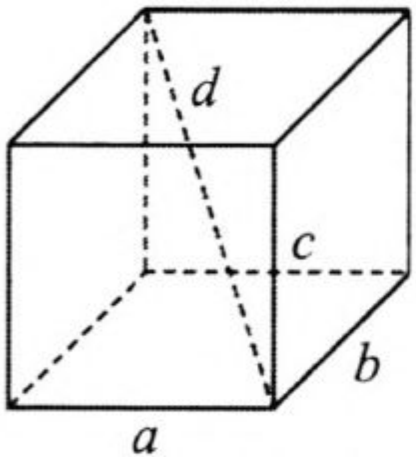
Для решения задач по стереометрии вам понадобятся формулы (они в таблицах), логика и сообразительность.

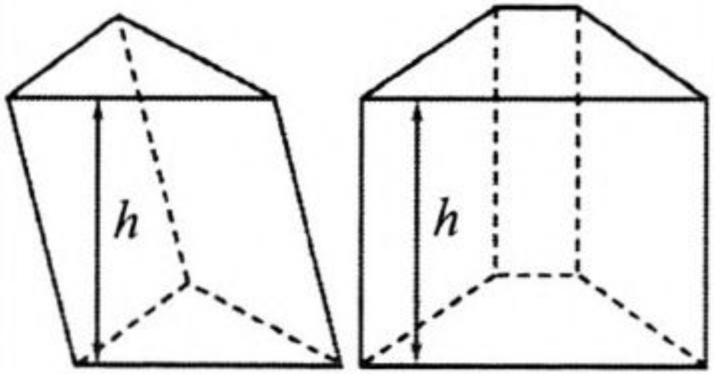
Начнем с формул объема и площади поверхности.

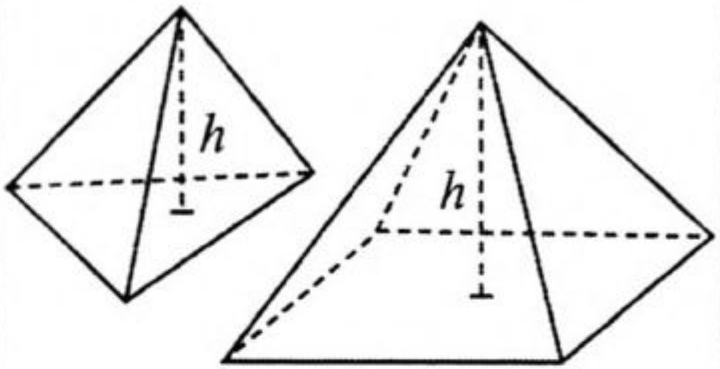
Многогранники

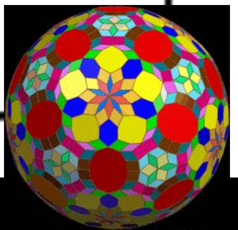
Объем	Площадь поверхности	Еще
 Куб $\boldsymbol{V = a^3}$ a — ребро куба	$\boldsymbol{S = 6a^2}$	$d = a\sqrt{3}$ длина диагонали
 Параллелепипед $\boldsymbol{V = S_{осн} \cdot h}$ $S_{осн}$ — площадь основания; h — высота		



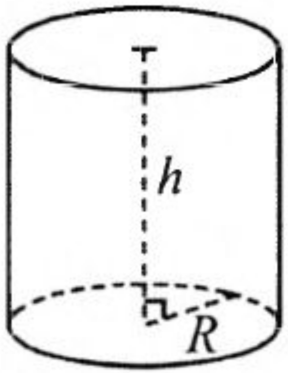
Объем	Площадь поверхности	Еще
 Пямоугольный параллелепипед $V = a \cdot b \cdot c$	$S = 2ab + 2bc + 2ac$	$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ длина диагонали

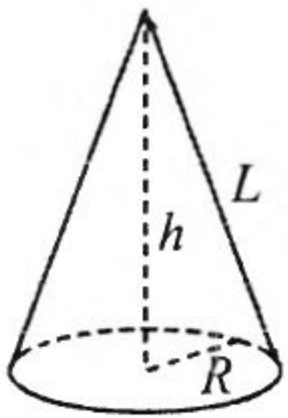
 Призма $V = S_{осн} \cdot h$	$S = 2S_{осн} + S_{бок}$	

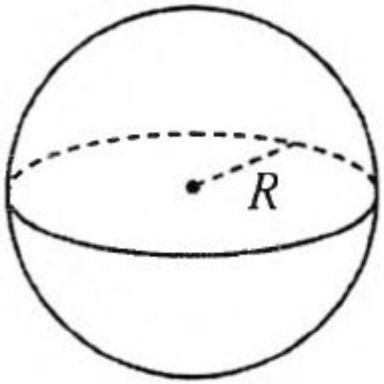
 Пирамида $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$	$S = S_{осн} + S_{бок}$	

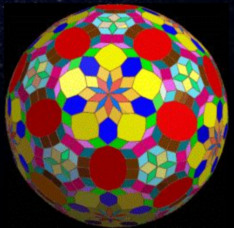


Тела вращения

Объем	Площадь поверхности	Еще
 Цилиндр $V = \pi R^2 \cdot h$ R — радиус основания; h — высота	$S = 2S_{осн} + S_{бок} =$ $= 2\pi R^2 + 2\pi Rh$	

 Конус $V=\frac{1}{3}\pi R^2\cdot h$	$S=S_{осн}+S_{бок}=$ $=\pi R^2+\pi RL$ L — образующая	$L=\sqrt{R^2+h^2}$

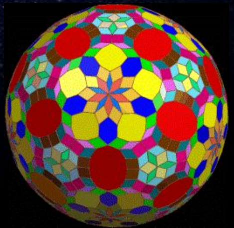
 Шар $V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$S = 4\pi R^2$	



Задачи

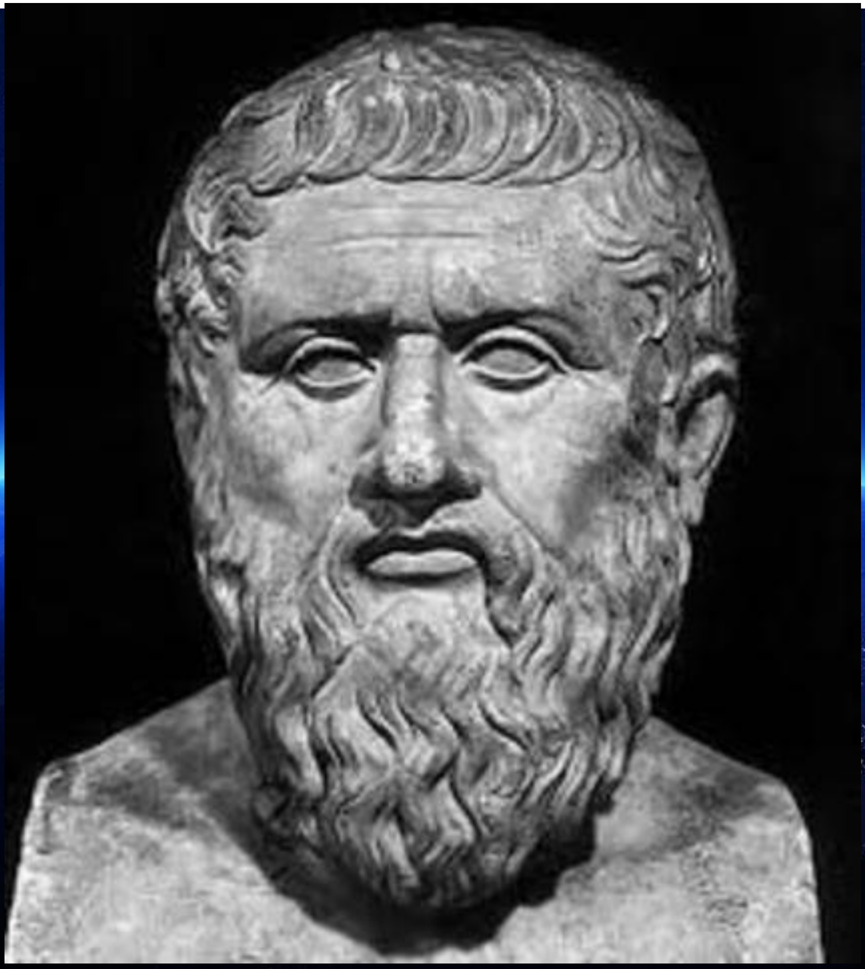
Ответы:

1. 110
2. 72
3. 96
4. 4
5. 100
6. 8



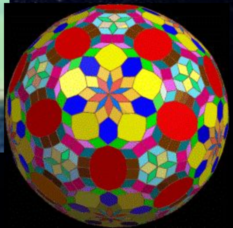
Итак, в III веке до нашей эры греческий остров Родос был окружен войсками Дементия Македонского. После целого года жестокой осады неприятель вынужден был отступить. Празднуя победу, жители Родоса решили построить статую особо почитаемого на острове бога солнца Гелиоса, чтобы отблагодарить его за заступничество.

Родосцы заказали скульптору Харесу 18-метровую статую и выделили деньги на ее создание. Но вскоре жители решили, что бог Гелиос заслуживает более грандиозного памятника. Они потребовали от скульптора увеличить высоту статуи в два раза, добавив к заплаченной сумме столько же.



Что произошло дальше, вы можете догадаться. Шли годы, Харес вдохновенно трудился над статуей. Он замечал, что денег не хватает, но не понимал, почему. Он занимал недостающие для покупки материалов деньги у близких, родственников, друзей и ростовщиков.

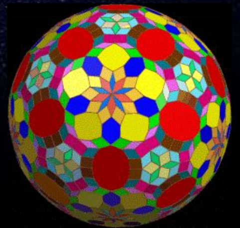
Через 12 лет работа над 36-метровой статуей бога Гелиоса была закончена. Бронзовый гигант возвышался над гаванью Родоса, сверкая на солнце, и был виден с ближайших островов. Колосс Родосский — одно из чудес света — наверняка известен вам из курса истории Древнего мира.



А сам Харес, разоренный и осаждаемый кредиторами, покончил жизнь самоубийством.

Так чего же не знал гениальный скульптор?

Если все линейные размеры фигуры увеличить в k раз — площадь увеличится в k^2 раз. Если все размеры объемного тела, то есть длину, ширину и высоту, увеличить в k раз — его площадь поверхности увеличится в k^2, а объем — в k^3 раз.



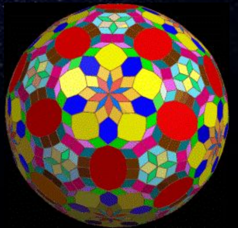
Это правило верно и для призмы, и для конуса, и для шара, и для статуи — для любого объемного тела.

Не в два раза, как предполагали жители города и сам Харес, а в 8 раз должен был увеличиться объем статуи при увеличении ее высоты в 2 раза!

Задачи

Ответы

7. 27
8. 3
9. 2
10. 8
11. 1,5
12. 2



Пример 3

Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

На самом деле это задача по алгебре. Объем шара равен $\frac{4}{3}\pi R^3$. Составьте уравнение и решите его.

$$\frac{4}{3}\pi 6^3 + \frac{4}{3}\pi 8^3 + \frac{4}{3}\pi 10^3 = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

$$6^3 + 8^3 + 10^3 = R^3.$$

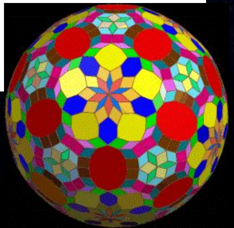
$$R^3 = 1728.$$

Как извлечь кубический корень из этого числа? Очень просто! Вспомним приемы быстрого счета и разложим 1728 на множители.

$$1728 = 8 \cdot 216 = 2^3 \cdot 6^3.$$

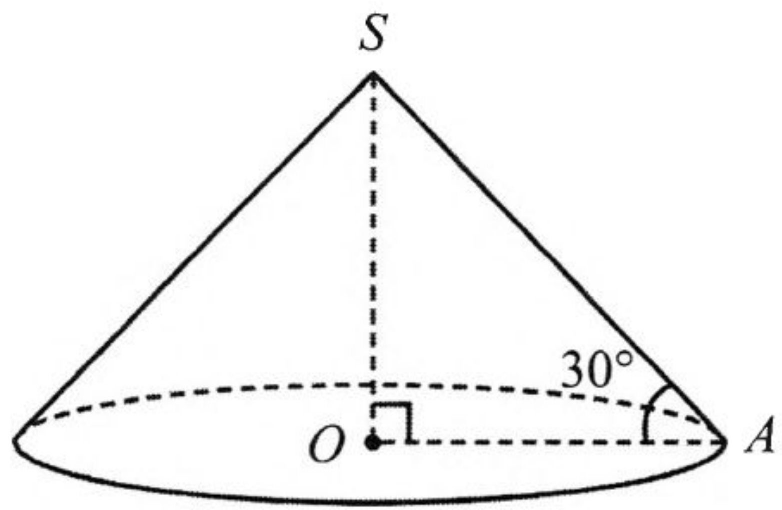
$$R = 2 \cdot 6;\ R = 12.$$

Ответ: 12.



14. Найдите объем V конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 30 градусов. В ответе укажите $\dfrac{V}{\pi}$.

Угол между прямой и плоскостью — это угол между прямой и ее проекцией на эту плоскость, то есть угол OAS.



Из прямоугольного треугольника AOS находим, что $OS = h = 1$, $AO = R = \sqrt{3}$. Объем конуса найдем по известной формуле и поделим на π.

Ответ: 3.