

Законы алгебры логики

- Законы однопарных элементов

$$x \& 1 = x; \quad x \vee 1 = 1;$$

$$x \& 0 = 0; \quad x \vee 0 = x$$

- Законы отрицания

$$\neg \neg x = x; \quad x \vee \neg x = 1; \quad x \& \neg x = 0$$

- Законы двойственности (де Моргана)

$$\neg(x \vee y) = \neg x \& \neg y;$$

$$\neg(x \& y) = \neg x \vee \neg y$$

- Законы поглощения (абсорбции)

$$x \vee x \& y = x;$$

$$x \& (x \vee y) = x$$

Законы алгебры логики

- **Рефлексивности**

$$a \vee a = a; a \& a = a$$

- **Коммутативности**

$$a \vee b = b \vee a; a \& b = b \& a$$

- **Ассоциативности**

$$(a \& b) \& c = a \& (b \& c)$$

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$$

- **Дистрибутивности**

$$a \& (b \vee c) = a \& b \vee a \& c$$

$$a \vee b \& c = (a \vee b) \& (a \vee c)$$

- **Склеивания**

$$x \& y \vee x \& \neg y = x; (x \vee y) \& (x \vee \neg y) = x$$

Пример 1

Вычислить значение логической формулы:

$$\neg X \vee Y \vee X \vee Z$$

если логические переменные имеют следующие значения: X = ложь, Y = истина, Z = истина

Пример 1. Упростить логические выражения.

$$\text{a) } \overline{A \vee B} \wedge (A \wedge \overline{B}) = \overline{A} \wedge \overline{B} \wedge A \wedge \overline{B} = \underbrace{(\overline{A} \wedge A)}_0 \wedge \underbrace{(\overline{B} \wedge \overline{B})}_{\overline{B}} = 0$$

$$\text{b) } (\overline{A} \wedge B) \vee \overline{A \vee B} \vee A = (\overline{A} \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B}) \vee A = \\ = \overline{A} \wedge \underbrace{(B \vee \overline{B})}_1 \vee A = \underbrace{(\overline{A} \wedge 1)}_{\overline{A}} \vee A = \overline{A} \vee A = 1$$

$$\text{c) } \overline{A \wedge B} \vee \overline{B} \vee \overline{\overline{C}} = \overline{A} \vee \overline{B} \vee (\overline{B} \wedge \overline{\overline{C}}) = \overline{A} \vee \overline{B} \vee \underbrace{(\overline{B} \wedge C)}_{\overline{B}} = \\ = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Пример 3

Составить таблицу истинности для выражения

$$\overline{x \cdot y} \vee \overline{x \vee y} \vee x$$

Переменные		Промежуточные формулы					ИТОГ
x	y	\overline{x}	$\overline{x \cdot y}$	$x \vee y$	$\overline{x \vee y}$	$\overline{x \cdot y} \vee \overline{x \vee y}$	
0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1

Пример 4

Какому логическому выражению соответствует таблица истинности

A	B	C	$A \vee B$?
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

1. $(A \vee B) \& C$

2. $(A \vee B) \& (C \vee \overline{C})$

3. $(A \vee B) \vee C$

4. $\overline{A \vee B}$

ПРИМЕР 5

При каких значениях переменных A и B логическая функция

$$F = \overline{A} \cdot B + \overline{(A \cdot B)}$$

принимает значение ложь?

1. Построить таблицу истинности исходной логической функции
2. Упростить выражение и построить таблицу истинности преобразованной логической функции