17.04.2020

Решение тригонометрических уравнений

Проверка дз 11.12

в) $\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$

$3x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $k\in Z$

$3x=-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}+2\pi k$; $k\in Z$

$3x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k \mid :3$; $k\in Z$

$x=-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3}$; $k\in Z$

Проверка дз №11.12

2) $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1$

$x+\frac{\pi}{6}=2\pi k;\ k\in Z$

$x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ k\in Z$

9) $\cos 3x=0$

$3x=\frac{\pi}{2}+\pi k\ /:3,\ k\in Z$

$x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{3};\ k\in Z$

m) $tg\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$

$x+\frac{\pi}{4}=\pi k,\ k\in Z$

$x=-\frac{\pi}{4}+\pi k;\ k\in Z$

3) $tg\frac{x}{2}=-1$

$\frac{x}{2}=-\frac{\pi}{4}+\pi k\ /\cdot 2,\ k\in Z$

$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ k\in Z$

ч) $tg\left(\frac{3\pi}{4}+2x\right)=-1$

$\frac{3\pi}{4}+2x=-\frac{\pi}{4}+\pi k;\ k\in Z$

$2x=-\frac{\pi}{4}-\frac{3\pi}{4}+\pi k;\ k\in Z$

$2x=-\pi+\pi k\ /:2\quad k\in Z$

$x=-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi k}{2};\ k\in Z$

Проверка дз №11.12

к) $\operatorname{ctg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$

$x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\pi k;\ k\in Z$

$x=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}+\pi k;\ k\in Z$

$x=\frac{3\pi}{4}+\pi k;\ k\in Z$

л) $\operatorname{ctg}(-4x)=1$

$-4x=\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z\ /:(-4$

$x=-\frac{\pi}{16}-\frac{\pi k}{4}\quad k\in Z$

$x=-\frac{\pi}{16}+\frac{\pi k}{4}\quad k\in Z$

м) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{2}\right)=-1$

$\frac{\pi}{6}-\frac{x}{2}=\frac{3\pi}{4}+\pi k$

$-\frac{x}{2}=\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}+\pi k$

$-\frac{x}{2}=\frac{7\pi}{12}+\pi k\ /\cdot(-2)$

$x=-\frac{7\pi}{6}+2\pi k$

Проверка дз №11.13

№ 11.13 (б – ж) $k \in Z$

б) $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{x_1}{2} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid \cdot 2$

$x_1 = \frac{\pi}{2} + 4\pi k$

$\frac{x_2}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$\frac{x_2}{2} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \mid \cdot 2$

$x_2 = \frac{3\pi}{2} + 4\pi k$

в) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2x_1 - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$2x_1 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k : 2$

$x_1 = \frac{\pi}{3} + \pi k$

$2x_2 - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$

$2x_2 = \pi + 2\pi k : 2$

$x_2 = \frac{\pi}{2} + \pi k$

Проверка дз №11.13

2) $\cos 3x = -\frac{1}{2}$

$3x_1 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \;|:3$

$x_1 = \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$

$3x_2 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \;|:3$

$x_2 = -\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$

9) $\cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{x}{2} = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \;|\cdot 2$

$x = \pm \frac{3\pi}{2} + 4\pi k$

Проверка дз №11.13

л) $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x_1+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$

$x_1=\frac{2\pi}{3}+2\pi k$

$x_2+\frac{\pi}{6}=-\frac{5\pi}{6}+2\pi k$

$x_2=-\pi+2\pi k$

м) $\operatorname{tg}3x=\sqrt{3}$

$3x=\frac{\pi}{3}+\pi k \;/:3$

$x=\frac{\pi}{9}+\frac{\pi k}{3}$

Проверка дз №11.13

3) $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{x}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+\pi k$

$\frac{x}{3}=\frac{\pi}{3}+\pi k \quad | \cdot 3$

$x=\pi+3\pi k$

4) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)=-\sqrt{3}$

$\frac{3\pi}{4}-2x=-\frac{4\pi}{3}+\pi k$

$-2x=-\frac{7\pi}{12}+\pi k \quad | :(-2)$

$x=\frac{7\pi}{24}-\frac{\pi k}{2}$

$x=\frac{7\pi}{24}+\frac{\pi k}{2}$

Проверка дз №11.13

к) $ctg\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$

$3x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+\pi k$

$3x=\frac{\pi}{3}+\pi k \quad /:3$

$x=\frac{\pi}{9}+\frac{\pi k}{3}$

л) $ctg\left(\frac{x}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{x}{3}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+\pi k$

$\frac{x}{3}=\frac{2\pi}{3}+\pi k \quad /\cdot 3$

$x=2\pi+3\pi k$

Проверка дз №11.13

и) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = -\sqrt{3}$

$\frac{\pi}{6} - 2x = \frac{5\pi}{6} + \pi k$

$-2x = \frac{2\pi}{3} + \pi k \quad / : (-2)$

$x = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi k}{2}$

$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{2}$

11.12 а) $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0$; б) $\sin 2x=1$; в) $\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$;

г) $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1$; д) $\cos 3x=0$; е) $\cos\left(\frac{3\pi}{4}-2x\right)=-1$;

ж) $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$; з) $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=-1$; и) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}+2x\right)=-1$;

к) $\operatorname{ctg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$; л) $\operatorname{ctg}(-4x)=1$; м) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{2}\right)=-1$.

11.13 а) $\sin 2x=\frac{1}{2}$; б) $\sin\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\cos 3x=-\frac{1}{2}$;

д) $\cos\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; е) $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

ж) $\operatorname{tg} 3x=\sqrt{3}$; з) $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$;

и) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)=-\sqrt{3}$; к) $\operatorname{ctg}\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$;

л) $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$; м) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)=-\sqrt{3}$.

Методы решения тригонометрических уравнений

Разложение на множители

Сведение к алгебраическому уравнению

Сведение к однородному уравнению

Использование тригонометрических формул преобразования

Обращение к условию равенства одноименных тригонометрических функций

Использование свойства ограниченности функций (метод оценки)

1.Разложение на множители

$$2\sin 2x + \sin x = 0$$

$$4\sin x\cos x + \sin x = 0$$

$$\sin x(4\cos x + 1) = 0$$

Формула!!!

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in Z$$

$$4\cos x + 1 = 0$$

$$4\cos x = -1$$

$$\cos x = -\frac{1}{4}$$

$$x = \pm\arccos(-\frac{1}{4}) + 2\pi k, k \in Z$$

Ответ:

$$x = \pi n, n \in Z,$$

$$x = \pm(\pi - \arccos\frac{1}{4}) + 2\pi k, k \in Z.$$

$$x = \pm(\pi - \arccos\frac{1}{4}) + 2\pi k, k \in Z$$

Решить уравнение разложением на множители

Решите уравнение (11.8—11.14):

11.8 а) $\sin x(\sin x + 1) = 0$; б) $\cos x(\cos x - 1) = 0$;

в) $\sin^2 x - \sin x = 0$; г) $\cos^2 x + \cos x = 0$;

д) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0$; е) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 0$;

ж) $\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{ctg} x = 0$; з) $\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg} x = 0$.

- ***ДЗ: №11.8***