Зачётный вопрос по

Физике.

5.) <u>Момент</u> силы и момент импульса относительно точки и оси. Уравнение моментов. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращающегося тела. Момент инерции относительно оси вращения. Теорема Гюйгенса - Штейнера. Вычисление моментов инерции простейших тел.

<u>Момент силы</u> - векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус - вектора, на вектор этой силы. Характеризует вращающее действие силы на твёрдое тело.

Если имеется материальная точка O_F, к которой приложена сила $\vec{F}$, то момент силы относительно точки O равен векторному произведению радиус вектора $\vec{r}$, соединяющего точки O и O_F, на вектор силы $\vec{F}$:

$\vec{M}_o = [\vec{r} \times \vec{F}]$

Моментом силы относительно оси называется момент проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью.

Момент силы измеряется в ньютонах-метрах. 1 Н·м. – момент силы, который производит сила 1 Н на рычаг длиной 1 м. Сила приложена к концу рычага и направлена перпендикулярно ему.

Момент импульса – характеризует количество вращательного движения. Величина, зависящая от того, сколько массы вращается, как она распределена ~~отн~~ относительно оси вращения и с какой скоростью происходит вращения.

Момент импульса L, материальной точки относительно некоторого начала отсчёта определяется векторным произведением её радиус вектора и импульса: $L = r \cdot p$, где r – радиус-вектор частицы относительно выбранного неподвижного в данной системе отсчёта, начало отсчёта, p – импульс частицы.

Для нескольких частиц момент импульса определяется как (векторная) сумма таких членов: $L = \sum_i r_i \cdot p_i$ где r_i, p_i – радиус вектор и импульс каждой частицы, входящей в систему, момент импульса которой определяется.

В системе СИ момент импульса измеряется в единицах джоуль-секунда; ~~Дж~~. Дж. · с.

Закон сохранения момента импульса - момент импульса замкнутой системы тел относительно любой неподвижной точки не изменяется с течением времени.

Это один из фундаментальных законов природы.

Аналогично для замкнутой системы вращающихся вокруг оси z: $\frac{d\vec{L}_x}{dt} = \vec{M}_x = 0$ $\vec{L}_z = const$ $\vec{L}_z = \cancel{const}$ const

Кинетическая энергия - величина аддитивная. Поэтому кинетическая энергия тела, движущегося произвольным образом, равна сумме кинетических энергий всех n материальных точек, на которые это тело можно мысленно разбить: $K_{вращ} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 = \frac{I\omega^2}{2}$ (формула 1)

Если тело вращается вокруг неподвижной оси z с угловой скоростью $\vec{\omega}$, то линейная скорость i-й точки

$K_{пол.} = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2}$ (формула 2), R_i - расстояние до оси вращения.

Следовательно, $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0$

Сопоставив формулу 1 и формулу 2, можно увидеть, что момент инерции ~~при~~ тела I является мерой инертности при вращательном движении, так же как масса т – мера инерции при поступательном движении.

В общем случае движение твёрдого тела можно представить в виде суммы двух движений – поступательного со скоростью v_c и вращательного с угловой скоростью ω вокруг мгновенной оси, проходящей через центр инерции. Тогда полная кинетическая энергия этого тела

$$\frac{d\vec{L_z}}{dt} = \vec{M_z} \equiv 0$$

Здесь I_c – момент инерции относительно мгновенной оси вращения, проходящей через центр инерции.

Момент инерции тела относительно оси вращения

Момент инерции твёрдого тела характеризует его инертные свойства при вращательном движении.

Момент инерции тела зависит от:

1) массы тела;

2) его формы и размеров.

3) распределения плотности по объёму

4) расположения оси вращения

$I = \int r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV$

Рассмотрим м.т. (материальную ~~тод~~ точку.) А массой m, вращающуюся вокруг неподвижной оси z на расстоянии r от неё:

$\boxed{I_{м.т.} = mr^2}$ [кг · м^2]

~~М.Т.~~ М.И. - аддитивная величина

Момент инерции системы материальных точек:

$\boxed{I = \sum_i m_i r_i^2}$

Теорема Гюйгенса - Штейнера: Момент инерции тела относительно какой либо оси равен моменту инерции его относительно параллельной оси, проходящей через центр масс, сложенному с величиной ma^2 где a - расстояние между осями $I_a = I_c + ma^2$

Расчёт моментов инерции некоторых простых тел.

По формуле $I = \int_0^m R^2 dm$ не всегда просто удаётся рассчитать момент инерции тел произвольной формы.

Наиболее легко эта задача решается для тел простых форм, вращающихся вокруг оси, проходящей через центр инерции тела I_c.

В этом случае I_c вычисляется по формуле:

$$\boxed{I_c = kmR^2}$$