



Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение города Москвы
«Московский колледж архитектуры и градостроительства»

Вычисление неопределенных интегралов методом интегрирования по частям.

Москва 2020 г.

ГБПОУ «МКАГ»



www.mcag.ru
spo-mcag@edu.mos.ru

Формула интегрирования по частям

Если $u(x)$ и $v(x)$ – дифференцируемые функции, то справедлива следующая формула:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Эта формула используется в тех случаях, когда подынтегральное выражение $f(x)dx$ можно так представить в виде $u dv$ ($f(x)dx = u dv$), чтобы можно было найти $v = \int dv$ и полученный в правой части интеграл $\int v du$ был проще исходного $\int u dv$.

Таблица типичных интегралов, к которым применима формула

$\int u dv$	u	dv	
$\int x \sin x dx$	x	$\sin x dx$	
$\int x \cos x dx$	x	$\cos x dx$	
$\int P_n(x) \sin x dx$	$P_n(x)$	$\sin x dx$	Применить формулу n раз
$\int P_n(x) \cos x dx$	$P_n(x)$	$\cos x dx$	
(где $P_n(x)$ - многочлен степени n)			
$\int x \cdot e^x dx$	x	$e^x dx$	
$\int x \cdot a^x dx$	x	$a^x dx$	
$\int P_n(x) \cdot e^x dx$	$P_n(x)$	$e^x dx$	Применить формулу n раз
$\int P_n(x) \cdot a^x dx$	$P_n(x)$	$a^x dx$	
$\int \ln x dx$	$\ln x$	dx	
$\int \log_a x dx$	$\log_a x$	dx	
$\int P_n(x) \cdot \ln x dx$	$\ln x$	$P_n(x) dx$	
$\int P_n(x) \cdot \log_a x dx$	$\log_a x$	$P_n(x) dx$	
$\int \arctg x dx$	$\arctg x$	dx	
$(\arcsin x, \arccos x)$	$(\arcsin x, \arccos x)$		
$\int P_n(x) \arctg x dx$	$\arctg x$	$P_n(x) dx$	
$\int P_n(x) \arccos x dx$	$\arccos x$	$P_n(x) dx$	
$\int e^{ax} \sin bx dx$	e^{ax} (или $\sin bx$)	$\sin bx dx$ (или $e^{ax} dx$)	Применить формулу 2 раза
$\int e^{ax} \cos bx dx$	e^{ax} (или $\cos bx$)	$\cos bx dx$ (или $e^{ax} dx$)	

Примеры нахождения неопределенных интегралов по формуле

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\begin{aligned} 1. \quad \int x \ln x dx &= \left[\begin{array}{l} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = x dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2} \end{array} \right] = \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \int x^2 \sin x dx &= \left[\begin{array}{l} u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx \\ dv = \sin x dx \Rightarrow v = -\cos x \end{array} \right] = \\ &= -x^2 \cos x + 2 \int \cos x \cdot x dx = \left[\begin{array}{l} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x \end{array} \right] = \\ &= -x^2 \cos x + 2(x \sin x - \int \sin x dx) = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C. \end{aligned}$$

Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение города Москвы
«Московский колледж архитектуры и градостроительства»

Спасибо за
внимание