Алгебра 8

Квадратные уравнения

ГБОУ СОШ № 564

Акимова Ольга Борисовна,

учитель математики

Содержание:

1. *Коэффициенты квадратного уравнения* — теория, задачи
2. *Полные и неполные квадратные уравнения* — теория, задачи
3. *Формула корней квадратного уравнения* — теория
4. *Исследование количества корней уравнения* — теория, задачи
5. *Квадратные уравнения: решаем устно* — теория
6. *Приведенные квадратные уравнения* — теория, задачи
7. *Формулы Виета* — теория
8. *Применение формул Виета* — часть 1, часть 2

Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

a – ***первый*** ***(старший) коэффициент***

b – ***второй*** ***коэффициент***

c – ***свободный член уравнения***

Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

$$\underline{b = 0 \text{ и (или) } c = 0}?$$

нет

да

полное

неполное

например:

$$-5x^2 + 6x - 3 = 0$$

например:

$$-x^2 + 6x = 0,$$

$$x^2 - 6 = 0, \qquad -5x^2 = 0$$

Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

Формула корней квадратного уравнения:

Шаг 1. Дискриминант $D = b^2 - 4ac$

Шаг 2. Квадратный корень из дискриминанта $\sqrt{D}$

Шаг 3. Корни уравнения $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Исследование существования корней квадратного уравнения:

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

- *Если **a** и **c** имеют **разные** знаки, то уравнение имеет* **2 корня**
- *Если **a** и **c одного** знака, то исследуем дискриминант:*

D > 0 – 2 корня (различных)
D = 0 – 1 корень (2 совпадающих)
D < 0 – корней нет

Квадратные уравнения: решаем устно

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

- *Если* $a + b + c = 0$, *то*

  уравнение имеет 2 корня: $x = 1$ *и* $x = \frac{c}{a}$

- *Если* $a - b + c = 0$, *(или* $a + c = b$*) то*

  уравнение имеет 2 корня: $x = -1$ *и* $x = -\frac{c}{a}$

Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

$$\underline{a = 1}?$$

нет

уравнение общего вида

например:

$$-5x^2 + 6x - 3 = 0$$

да

приведенное уравнение

например:

$$x^2 + 6x - \frac{2}{7} = 0$$

$x^2 + px + q = 0$ – приведенное квадратное уравнение

Теорема Виета

прямая

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то справедливы формулы

$x_1 + x_2 = -p$,

$x_1 \cdot x_2 = q$.

обратная

Если числа p, q, x_1, x_2 таковы, что

$x_1 + x_2 = -p$,

$x_1 \cdot x_2 = q$,

то x_1 и x_2 – корни уравнения

$x^2 + px + q = 0$.

Формулы Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 \cdot x_2 = q, \end{cases}$$

второй коэффициент с противоположным знаком

свободный член уравнения

где

p и q – коэффициенты приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$,

x_1 и x_2 – корни этого уравнения.

Назовите коэффициенты квадратных уравнений:

$ax^2 + bx + c = 0$, $a = \ldots$; $b = \ldots$; $c = \ldots$?

1) $7x^2 + 3x + 5 = 0$;

2) $x^2 - 2x + 3{,}2 = 0$;

3) $-x^2 + 6x = 0$;

4) $9x^2 + x - \sqrt{2} = 0$;

5) $-2x^2 - \frac{1}{5} = 0$;

6) $2x - 8{,}1x^2 + 15 = 0$;

7) $-3x - x^2 = 0$;

8) $22 - 3x + x^2 = 0$;

9) $5 - 2\sqrt{3}\,x^2 = 0$;

10) $7{,}2x - \frac{3}{11} + x^2 = 0$.

Какие из данных квадратных уравнений являются неполными?

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

$a \neq 0$, $b = 0$ и (или) $c = 0$ - неполное квадратное уравнение

1) $7x^2 + 3x + 5 = 0;$

2) $x^2 - 2x + 3{,}2 = 0;$

3) $-x^2 + 6x = 0;$

4) $9x^2 + x - \sqrt{2} = 0;$

5) $-2x^2 - \frac{1}{5} = 0;$

6) $2x - 8{,}1x^2 + 15 = 0;$

7) $-3x - x^2 = 0;$

8) $22 - 3x + x^2 = 0;$

9) $5 - 2\sqrt{3}\,x^2 = 0;$

10) $7{,}2x - \frac{3}{11} + x^2 = 0.$

Выясните, имеет ли заданное уравнение корни. В случае утвердительного ответа, укажите их количество.

№	Уравнение	Исследование дискриминанта $D = b^2 - 4ac$	Количество корней
1	$x^2 - 5x + 9 = 0$	$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 25 - 36$, $D < 0$	корней нет
2	$x^2 - 7x + 9 = 0$	$D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 49 - 36$, $D > 0$	2 корня
3	$-3x^2 + x + 3 = 0$	$D = 1^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 3 = 1 + 36$, $D > 0$	2 корня
4	$x^2 - 8x + 16 = 0$	$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64 - 64$, $D = 0$	1 корень
5	$14x^2 + 13x - 15 = 0$	$D = 13^2 - 4 \cdot 14 \cdot (-15)$, $D > 0$	2 корня
6	$x^2 - 8x - 16 = 0$	$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 64 + 64$, $D > 0$	2 корня
7	$-11x^2 + x - 9 = 0$	$D = 1^2 - 4 \cdot (-11) \cdot (-9) = 1 - 396$, $D < 0$	1 корень

Какие из данных квадратных уравнений являются приведенными?

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

a = 1 - приведенное квадратное уравнение

1) $7x^2 + 3x + 5 = 0;$

2) $x^2 - 2x + 3{,}2 = 0;$

3) $-x^2 + 6x = 0;$

4) $9x^2 + x - \sqrt{2} = 0;$

5) $-2x^2 - \frac{1}{5} = 0;$

6) $2x - 8{,}1x^2 + 15 = 0;$

7) $-3x - x^2 = 0;$

8) $22 - 3x + x^2 = 0;$

9) $5 - 2\sqrt{3}\,x^2 = 0;$

10) $7{,}2x - \frac{3}{11} + x^2 = 0.$

Выясните, имеют ли данные уравнения корни. В случае утвердительного ответа найдите их, используя формулы Виета.

№	Уравнения	Исследование существования корней	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 + x_2$	Корни уравнения	
1	$x^2 - x - 6 = 0$	*a > 0, c < 0 – 2 корня*	– 6	1	– 2	3
2	$x^2 + x - 6 = 0$	*a > 0, c < 0 – 2 корня*	– 6	– 1	– 3	2
3	$x^2 + x + 6 = 0$	*D < 0 – корней нет*				
4	$x^2 + 5x - 6 = 0$	*a > 0, c < 0 – 2 корня*	– 6	– 5	– 6	1
5	$x^2 + 5x + 6 = 0$	*D > 0 – 2 корня*	6	– 5	– 3	– 2
6	$x^2 - 6x + 8 = 0$	*D > 0 – 2 корня*	8	6	2	4
7	$x^2 - 2x + 3 = 0$	*D < 0 – корней нет*				
8	$x^2 + 2005x - 2006 = 0$	*a > 0, c < 0 – 2 корня*	–2006	–2005	–2006	1
9	$x^2 - (1-\sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$	*a > 0, c < 0 – 2 корня*	$-\sqrt{2}$	$1-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1
10	$-x^2 + 8x - 12 = 0$ $x^2 - 8x + 12 = 0$	*D > 0 – 2 корня*	12	8	2	6

Спасибо за работу

Желаю успеха!