

09.11.20.

Тема:

Свойства логарифмов. Решение примеров на свойства логарифмов и основное логарифмическое тождество.

Учащиеся должны освоить теоретическую часть, прислать ответы на вопросы и решение задач, содержащиеся в практической части.

Видео для усвоения материала:

<https://infourok.ru/videouroki/1226>

Теоретическая часть:

Прочитать и понять.

Выделенное жирным шрифтом – выучить.

Свойства логарифмов

§ 16

При выполнении преобразований выражений, содержащих логарифмы, при вычислениях и при решении уравнений часто используются различные свойства логарифмов. Рассмотрим основные из них.

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r — любое действительное число. Тогда справедливы формулы

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c, \quad (1)$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c, \quad (2)$$

$$\log_a b^r = r \log_a b. \quad (3)$$

● По основному логарифмическому тождеству

$$a^{\log_a b} = b, \quad (4)$$

$$a^{\log_a c} = c. \quad (5)$$

1) Перемножая равенства (4) и (5), получаем

$$a^{\log_a b + \log_a c} = bc,$$

откуда по определению логарифма $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. Формула (1) доказана.

2) Разделив равенства (4) и (5), получим

$$a^{\log_a b - \log_a c} = \frac{b}{c},$$

откуда по определению логарифма следует формула (2).

3) Возводя основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$ в степень с показателем r , получаем $a^{r \log_a b} = b^r$, откуда по определению логарифма следует формула (3). ○

Приведём примеры применения формул (1) — (3):

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2$;

2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} 12 = 1$;

3) $\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7} \log_3 3 = \frac{1}{7}$.

Задача

Вычислить $\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2} \log_5 12 + \log_5 50$.

► Применяя формулы (1) — (3), находим

$$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2} \log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3} \cdot 50}{\sqrt{12}} =$$
$$= \log_5 25 = 2. \triangleleft$$

Практическая часть.

290 1) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$; 2) $\log_{10} 8 + \log_{10} 125$;
3) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$; 4) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$.

291 1) $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$; 2) $\log_5 75 - \log_5 3$;
3) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$; 4) $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$.

293 1) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;
2) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$;
3) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$;

296 Вычислить:

1)
$$\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72};$$

2)
$$\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150};$$