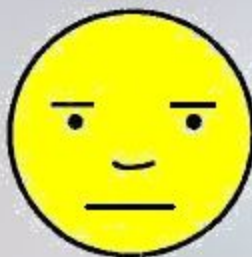


*Теорема о
рациональном корне
многочлена с целыми
коэффициентами*

Три лица



Рефлексия настроения и эмоционального состояния

Цели

Ты узнаешь: урока

- метод неопределенных коэффициентов.

Ты научишься:

- раскладывать многочлен на множители с помощью метода неопределенных коэффициентов.

Критерии

оценивания:

- знает теорему о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами;
- применяет эту теорему при решении уравнений высших порядков

Теорема 1. Если целое число k является корнем многочлена с целыми коэффициентами, то свободный член делится на k .

Доказательство.

Пусть дан многочлен $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_kx^{n-k} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где a_0, a_1, \dots, a_n – числовые коэффициенты, $a_0 \neq 0$, n – целое неотрицательное число.

По условию $x = k$ является корнем многочлена $P(x)$, нужно доказать, что $a_n \div k$.

Согласно теореме Безу $P(k) = 0$:

$$P(k) = a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_n = k(-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}),$$

так как k и a_0, a_1, \dots, a_{n-1} – целые числа, то $-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}$ – целое число. Отсюда и следует, что $a_n \div k$.

Алгоритм поиска целых корней многочлена с целыми коэффициентами:

- выписать все делители свободного члена многочлена
- вычислить значения многочлена для всех делителей свободного члена многочлена
- выписать делители свободного члена, при которых значения многочлена равны нулю (эти делители будут корнями многочлена).

Теорема 2. Приведенный многочлен с целыми коэффициентами не имеет дробных рациональных корней.

Теорема 1. Если целое число k является корнем многочлена с целыми коэффициентами, то свободный член делится на k .

Доказательство.

Пусть дан многочлен $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где a_0, a_1, \dots, a_n — числовые коэффициенты, $a_0 \neq 0$, n — целое неотрицательное число.

По условию $x = k$ является корнем многочлена $P(x)$, нужно доказать, что $a_n \div k$.

Согласно теореме Безу $P(k) = 0$:

$$P(k) = a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_n = k(-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}),$$

так как k и a_0, a_1, \dots, a_{n-1} — целые числа, то $-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}$ — целое число. Отсюда и следует, что $a_n \div k$.

Теорема 1. Если целое число k является корнем многочлена с целыми коэффициентами, то свободный член делится на k .

Доказательство. Пусть дан многочлен $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_kx^{n-k} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где a_0, a_1, \dots, a_n — числовые коэффициенты, $a_0 \neq 0$, n — целое неотрицательное число. По условию $x = k$ является корнем многочлена $P(x)$, нужно доказать, что $a_n \div k$.

Согласно теореме Безу $P(k) = 0$:

$$P(k) = a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_n = k(-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}),$$

так как k и a_0, a_1, \dots, a_{n-1} — целые числа, то $a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}$ — целое число. Отсюда и следует, что $a_n \div k$.

$x = 2$	6	-1	-1	0

Теорема 1. Если целое число k является корнем многочлена с целыми коэффициентами, то свободный член делится на k .

Доказательство. Пусть дан многочлен $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_kx^{n-k} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где a_0, a_1, \dots, a_n — числовые коэффициенты, $a_0 \neq 0$, n — целое неотрицательное число. По условию $x = k$ является корнем многочлена $P(x)$, нужно доказать, что $a_n \div k$.

Согласно теореме Безу $P(k) = 0$:

$$P(k) = a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_n = k(-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}),$$

так как k и a_0, a_1, \dots, a_{n-1} — целые числа, то $-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}$ — целое число. Отсюда и следует, что $a_n \div k$.

$x = \frac{1}{2}$	6	-1	-1
	1	6	2
			0

Теорема 1. Если целое число k является корнем многочлена с целыми коэффициентами, то свободный член делится на k .

Доказательство. Пусть дан многочлен $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_kx^{n-k} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где a_0, a_1, \dots, a_n — числовые коэффициенты, $a_0 \neq 0$, n — целое неотрицательное число. По условию $x = k$ является корнем многочлена $P(x)$, нужно доказать, что $a_n \div k$.

Согласно теореме Безу $P(k) = 0$:

$$P(k) = a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_n = k(-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}),$$

так как k и a_0, a_1, \dots, a_{n-1} — целые числа, то $-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}$ — целое число. Отсюда и следует, что $a_n \div k$.

Теорема 1. Если целое число k является корнем многочлена с целыми коэффициентами, то свободный член делится на k .

Доказательство. Пусть дан многочлен $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_kx^{n-k} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, где a_0, a_1, \dots, a_n — числовые коэффициенты, $a_0 \neq 0$, n — целое неотрицательное число. По условию $x = k$ является корнем многочлена $P(x)$, нужно доказать, что $a_n \div k$.

Согласно теореме Безу $P(k) = 0$:

$$P(k) = a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_0k^n + a_1k^{n-1} + a_2k^{n-2} + \dots + a_{n-1}k + a_n = 0,$$

$$a_n = k(-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}),$$

так как k и a_0, a_1, \dots, a_{n-1} — целые числа, то $-a_0k^{n-1} - a_1k^{n-2} - a_2k^{n-3} - \dots - a_{n-1}$ — целое число. Отсюда и следует, что $a_n \div k$.

ФО

№1.

Разложи на множители многочлен $10x^4 + 3x^3 + 29x^2 + 9x - 3$.

№2. Найди произведение корней многочлена $P(x) = 15x^4 + ax^3 - 61x^2 + 17x + 6$, если один из корней равен 1.

№3 Составь многочлен, корнями которого будут числа

$$-\frac{1}{2}, -\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{3}{5}.$$



Дерево успеха



Урок интересный.

Мне все

понравилось, я

выполнил все

задания сам.

Урок мне

понравился, но я

не все усвоил.

Мне было скучно.

Я ничего не

выполнил.