



# Современное школьное математическое образование



ИЗДАТЕЛЬСТВО

**БИНОМ**

# Елена Львовна Мардахаева



заведующая лабораторией математики издательства  
«БИНОМ. Лаборатория знаний»

кандидат педагогических наук, доцент  
председатель предметной комиссии ЕГЭ по математике  
Московской области 2006-2007 гг; член-корреспондент  
Международной академии научного педагогического  
образования (МАНПО)

Имеет награды: Грант Москвы в сфере образования,  
Почётная грамота Министерства образования  
Московской области

# Почему многие страны участвуют в международных сравнительных исследованиях качества образования

*Международный симпозиум «Методологические преимущества крупномасштабных кросс-национальных исследований в области образования (2000 г.)»*

1. Высокое научное и техническое качество проводимых исследований и вследствие этого высокое доверие к их результатам.
2. Страны используют результаты международных исследований для реформирования системы образования.
3. Во многих странах больше доверия к международным исследованиям, чем к национальным.
4. Результаты исследований помогают понять систему образования в стране в сравнении с другими странами.
5. Международные исследования способствуют обеспечению качества проведения национальных исследований в области образования.
6. В рамках международных исследований наиболее эффективно отрабатываются новые методики и технологии в области оценки качества образования.

# Международные исследования

Название исследования	Организатор	Год проведения
«Мониторинговое исследование качества школьного математического и естественно-научного образования» TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study)	Международная ассоциация по оценке образовательных достижений	1995
		1999
		2003
		2007
		2011
		2015
		2019
«Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся» PISA (Programme for International Student Assessment)	Организация экономического сотрудничества и развития	2000
		2003
		2006
		2009
		2012
		2015
		2018
2021		

## Основные цели исследований

TIMSS	PISA
<p>Сделать сравнительную оценку общеобразовательной подготовки учащихся средней школы по математике и естествознанию в странах с различными системами образования, выявление особенностей образовательных систем, определяющих различные уровни достижения учащихся.</p>	<p>Выяснить: обладают ли учащиеся 15-летнего возраста, получившие обязательное общее образование, знаниями и умениями, необходимыми для полноценного функционирования в современном обществе, т.е. для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.</p>
<p>Оценка математической и естественно-научной грамотности.</p>	

# Страны и территории, участвующие в исследовании PISA – 2015



## Характеристика Российских участников PISA – 2015

Число субъектов РФ	42	
Число образовательных организаций	210	
Число участников в возрасте 15 лет	6036	
<b>Программа, по которой проходили обучение</b>	<b>Класс</b>	<b>Часть выборки</b>
основное общее образование	7-8	7%
	9	80%
среднее общее образование	10-11	10%
начальное и среднее профессиональное образование		3%

# Субъекты Российской Федерации, участвующие в исследовании PISA - 2015

Республика Башкортостан

Республика Дагестан

Кабардино-Балкарская Республика

Республика Саха (Якутия)

Республика Татарстан

Чувашская Республика

Алтайский край

Краснодарский край

Красноярский край

Приморский край

Ставропольский край

Архангельская область

Белгородская область

Владимирская область

Волгоградская область

Воронежская область

Ивановская область

Иркутская область

Калининградская область

Камчатский край

Кемеровская область

Костромская область

Липецкая область

Московская область

Нижегородская область

Новгородская область

Новосибирская область

Омская область

Оренбургская область

Пермский край

Ростовская область

Рязанская область

Самарская область

Саратовская область

Свердловская область

Томская область

Ульяновская область

Челябинская область

г. Москва

г. Санкт-Петербург

Ханты-Мансийский АО

Ямало-Ненецкий АО



## Что понимаем под математической грамотностью

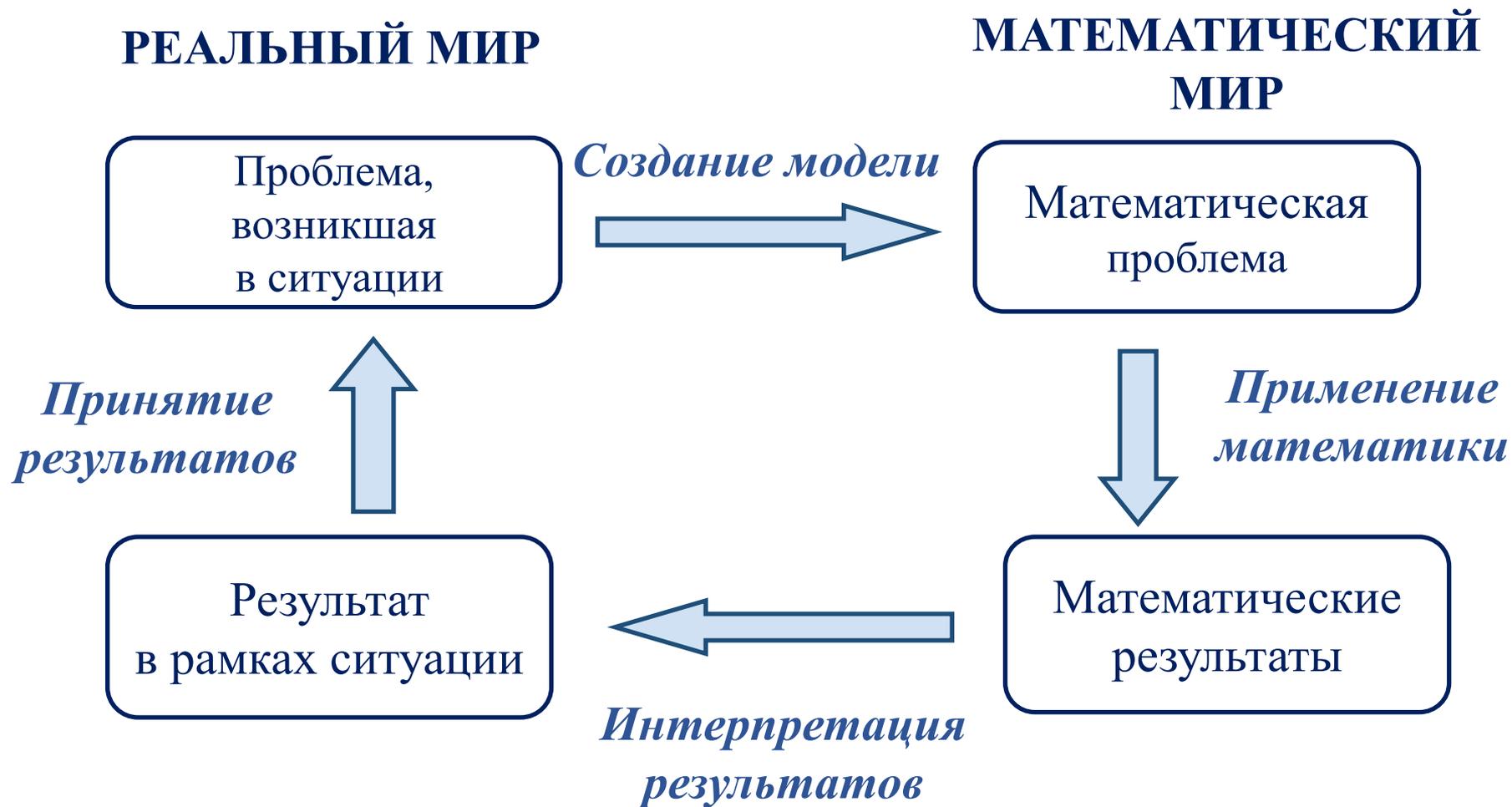
**Математическая грамотность** – это способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных ситуациях, использовать математические понятия, методы, факты и инструменты для описания, объяснения и прогнозирования явлений.



## Для чего нужна математическая грамотность

**Математическая грамотность** помогает человеку понимать роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, необходимые для конструктивного, активного и размышляющего гражданина.

# Математическая грамотность на практике



# Оценка математической грамотности по результатам PISA – 2015



Средний балл стран	Страны
статистически значимо выше среднего балла по странам ОЭСР (19 стран)	Сингапур, Гонконг (Китай), Макао (Китай), Тайвань, Япония, Китай (4 провинции), Республика Корея, Швейцария, Эстония, Канада, Нидерланды, Дания, Финляндия, Словения, Бельгия, Германия, Польша, Ирландия, Норвегия
существенно не отличается от среднего балла по странам ОЭСР (12 стран)	Австрия, Новая Зеландия, Вьетнам, <b>Российская Федерация</b> , Швеция, Австралия, Франция, Великобритания, Чешская Республика, Португалия, Италия и Исландия
статистически значимо ниже среднего балла по странам ОЭСР (39 стран)	Испания, Люксембург, Латвия, Мальта, Литва, Венгрия, Словакия, Израиль, США, Хорватия, Буэнос-Айрес (Аргентина), Греция, Румыния, Болгария, Кипр, ОАЭ, Чили, Турция, Молдова, Уругвай, Черногория, Тринидад и Тобаго, Таиланд, Албания, Мексика, Грузия, Катар, Коста-Рика, Ливан, Колумбия, Перу, Индонезия, Иордания, Бразилия, Македония, Тунис, Косово, Алжир, Доминиканская Республика

# Результаты по областям содержания

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ



# Уровни математической грамотности PISA

669

**5 – 6 уровни** - самостоятельно мыслящие и способные функционировать в сложных условиях

607

545

**4 уровень** – проявляется способность использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации

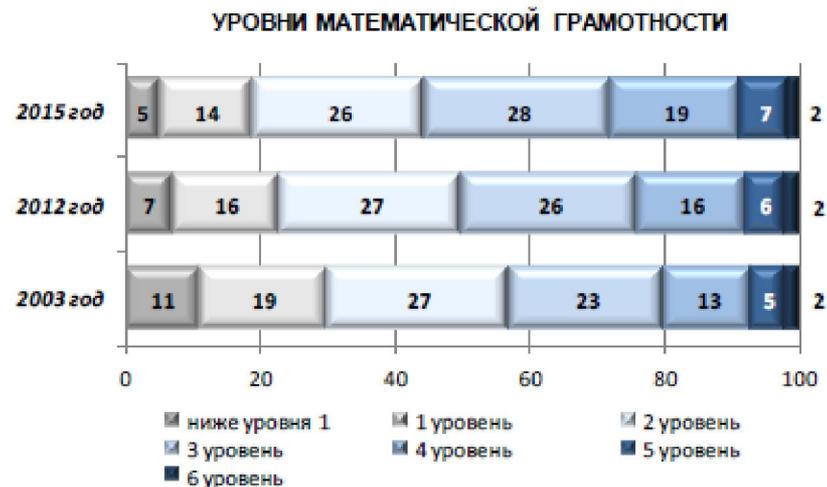
482

420

**2 уровень** – пороговый, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших не

358

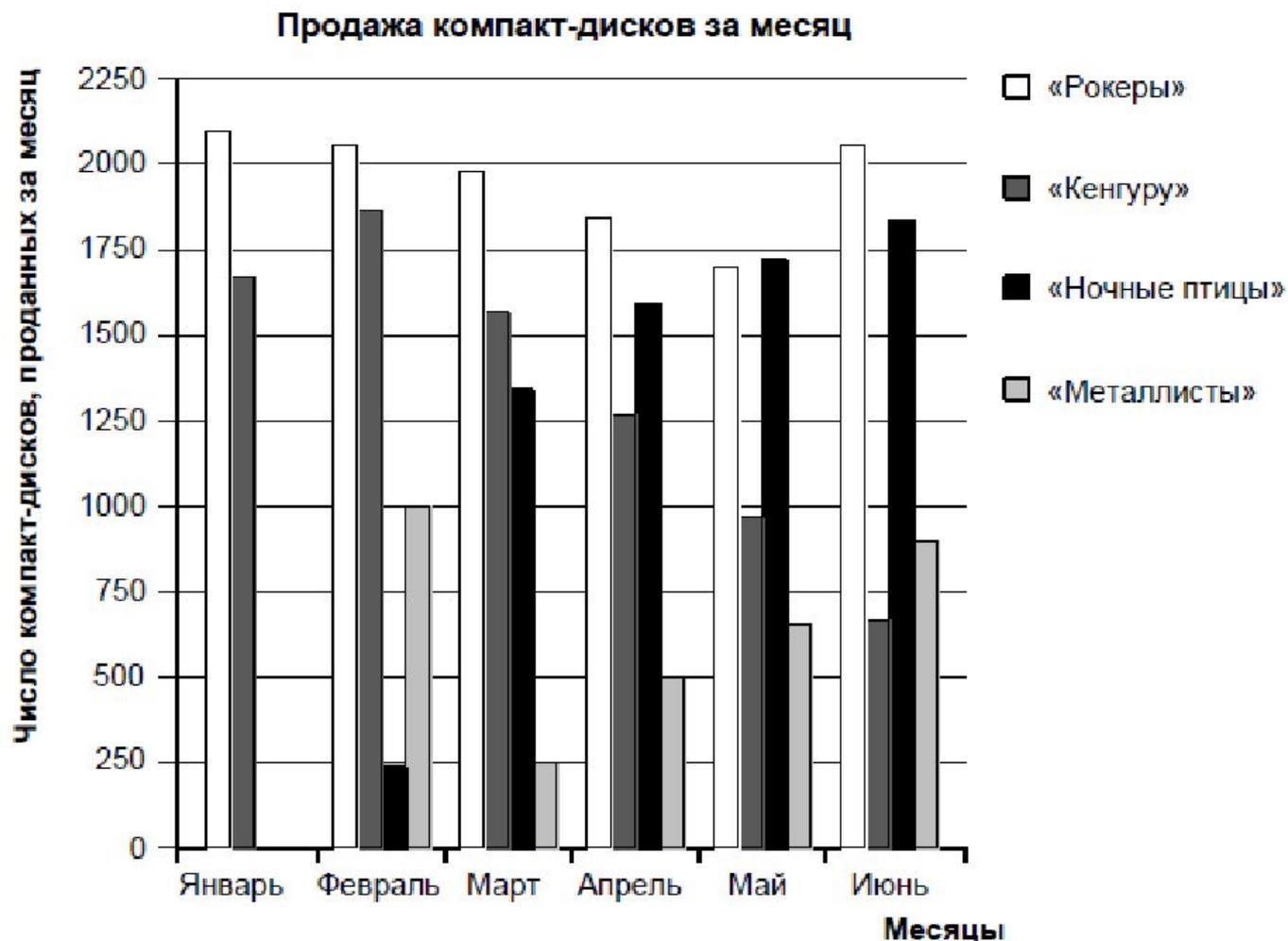
учебных ситуациях



# ПРИМЕР 1.

## ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



## Вопрос 1: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «*Металлисты*» продала в апреле?

- A 250
  - B 500
  - C 1000
  - D 1270
- 

## Вопрос 2: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В каком месяце музыкальная группа «*Ночные птицы*» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «*Кенгуру*»?

- A Не было такого месяца
- B Март
- C Апрель
- D Май

Содержание: Неопределенность и данные

Вид деятельности: «Интерпретировать» (дать ответ с учетом условий представленной в задании ситуации)

Уровень сложности: вопрос 1 – ниже 1 уровня сложности  
вопрос 2 – 1 уровень сложности

Результат российских учащихся: вопрос 1 – 89%; вопрос 2 – 72%

Средний результат учащихся стран ОЭСР: вопрос 1 – 87%; вопрос 2 – 80%

Максимальный результат: вопрос 1 – 93%; вопрос 2 – 91%

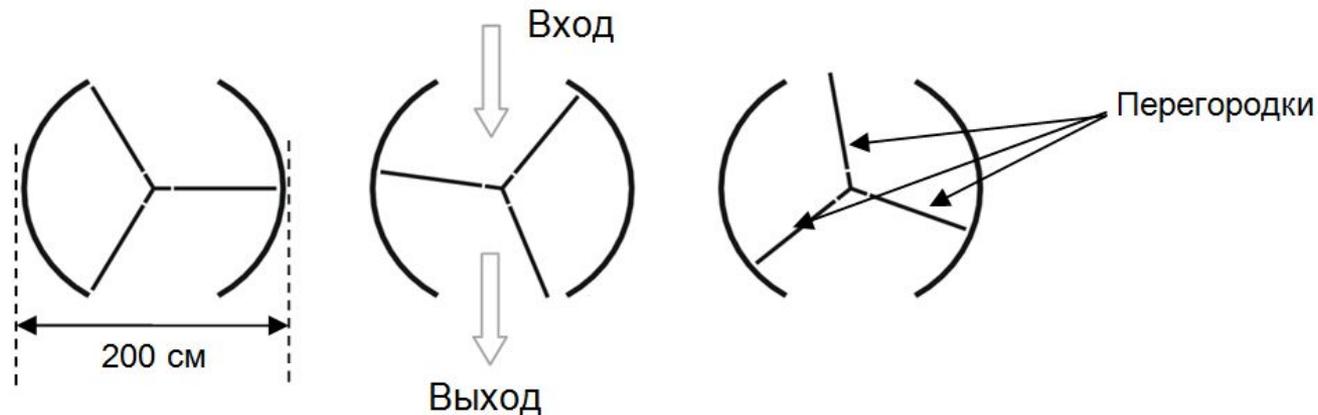
## Комментарии эксперта

Проверяется умение читать столбчатую диаграмму и извлекать из неё информацию, нужную для ответа на поставленный вопрос.

Для **российских учащихся** оба вопроса базовой сложности, поэтому и результаты достаточно высокие.

Сложность вопроса 2 несколько выше, так как надо не только прочесть диаграмму, но и сравнить высоту столбцов, поэтому и результат несколько ниже. Эта тенденция характерна и для учащихся стран ОЭСР, и для лидирующих стран.

**ПРИМЕР 2 «Вращающаяся дверь».** Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



Вопрос 1. Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками? Ответ:  $120^\circ$ .

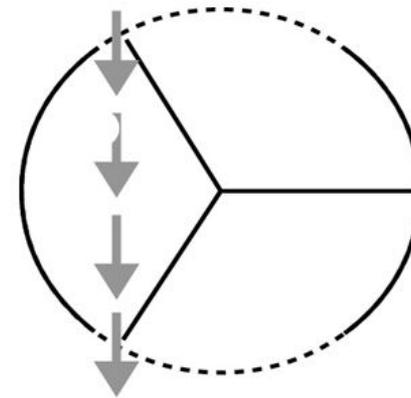
Вопрос 2. Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход.

Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Ответ: в пределах от 103 до 105 (значение зависит от точности значения  $\pi$ , использованного в вычислениях), принимаются ответы  $(\frac{100\pi}{3})$ , вычисленные как  $1/6$  длины окружности.

В этой позиции возможно поступление воздуха.



Содержание: Пространство и форма

Вид деятельности: «Формулировать» (создать модель решения)

Уровень сложности: 6 уровень сложности

Результат российских учащихся: 3%

Средний результат учащихся стран ОЭСР: 4%

Максимальный результат: 14%

## Комментарии эксперта

В задании требуется воспринять новую информацию – описание представленной реальной ситуации – и интерпретировать её геометрическую модель, чтобы вычислить длину искомой дуги.

Опираясь на пространственное воображение и интуицию при работе с моделью, можно догадаться, что эта дуга составляет  $1/6$  часть длины окружности двери.

Сложность задачи определяется наличием большого текста, в котором много новой для учащихся словесной информации, описывающей ситуацию. Информация представлена в различной форме: в виде текста, количественных данных и рисунков.

Данные, нужные для решения, надо извлечь из разных частей текста. Слово «окружность» не упоминается в тексте задания, учащимся самим надо сообразить, что именно окружность, разделённая тремя радиусами на три равные части, является моделью вращающейся двери.

# Эффект типичной задачи

- Решая типичную текстовую задачу, ученик подменяет этап понимания и составления модели категоризацией и поиском в памяти готового алгоритма для данной категории задач, моделирование подменяется поиском готовой модели.
- При решении нетипичной задачи этапы понимания развернуты, самостоятельны, этап интерпретации логичен и осмыслен.

## Пример нетипичной задачи

Размер велосипедного колеса (по внешнему диаметру покрышки) традиционно указывается в дюймах: 16", ..., 26", 27,5", 28", 29", 36".

На фото: колесо диаметром 26" (слева) и 29" (справа).



## Пример типичной задачи

Размер колеса шоссейного велосипеда равен 27 дюймам. Чему равен размер обода такого колеса в сантиметрах, если 1 дюйм равен примерно 2,54 см?

## Планируемый результат:

вычислять длину окружности в заданных единицах измерения, выполняя перевод одних единиц в другие, исходя из имеющейся справочной информации, округлять.

## Комментарии эксперта

- Разница между результатами стран с высшими и низшими результатами составляет 245 баллов, что соответствует разнице по годам обучения в школе в 6 лет.
- Разница между результатами учащихся внутри стран составляет более 300 баллов.
- Только менее 20% разброса результатов между странами объясняется уровнем благосостояния стран и расходами на одного ученика.
- Малый процент учащихся, не достигающих порогового уровня математической грамотности в ряде стран, подтверждает тезис о возможности успешного обучения математике всех учащихся.

# Математическое образование в мире

*Наибольшие различия между странами*

- а) «Пространство и формы» (геометрия)
- б) «Неопределенность и данные» (вероятность и статистика)

*Рекомендации* – вносить существенные изменения в систему изучения этих областей

*Более высокие результаты*

у тех стран, в которых образовательная система строится на преобладании «формальной математики», а не ориентация в преподавании на прикладные аспекты математики

*Рекомендации* – акценты в преподавании математики расставлять на освоение понятий, методов математики и их применение для решения реальных жизненных проблем

# Математическое образование в мире

*Приоритетная цель* – формирование математической грамотности в системе общего образования

*Основные тенденции в математическом образовании стран:*

- повышение средних результатов;
- стремление к достижению самых высоких результатов;
- интенсивная работа с отстающими;
- анализ сильных и слабых сторон преподавания математики;
- обеспечение равных возможностей для обучения мальчиков и девочек.

## Направления движения

- погружение учащихся в реальные ситуации;
- осознание моделирования как стратегии, которой надо обучать;
- формирование метапредметных результатов обучения;
- решение задач разными способами и максимальная независимость учащихся в решении задач.

# Страны и территории, участвующие в исследовании PISA – 2018



Австралия  
Австрия  
Албания  
Алжир  
Аргентина  
Баку (Азербайджан)  
Беларусь  
Бельгия  
Болгария  
Босния и Герцеговина  
Бразилия  
Бруней-Даруссалам  
Великобритания  
Венгрия  
Вьетнам  
Германия  
Гонконг  
Греция  
Грузия  
Дания  
Доминиканская Республика  
Израиль  
Индонезия  
Иордания  
Ирландия  
Исландия  
Испания

Италия  
Казахстан  
Канада  
Катар  
Колумбия  
Косово  
Коста-Рика  
Латвия  
Ливан  
Литва  
Люксембург  
Макао (Китай)  
Мальдивы  
Мальта  
Марокко  
Мексика  
Молдова  
Нидерланды  
Новая Зеландия  
Норвегия  
ОАЭ  
Панама  
Перу  
Польша  
Португалия  
Республика Корея

**Российская Федерация**  
Румыния  
Саудовская Аравия  
Сербия  
Сингапур  
Словацкая Республика  
Словения  
США  
Таиланд  
Тайвань  
Тринидад и Тобаго  
Турция  
Украина  
Уругвай  
Филиппины  
Финляндия  
Франция  
Хорватия  
Черногория  
Чешская Республика  
Чили  
Швейцария  
Швеция  
Шотландия  
Эстония  
Япония

Всего 80 стран



Спасибо за внимание!  
Удачи в делах!

Адрес обратной связи:  
[kaf.matematika@gmail.com](mailto:kaf.matematika@gmail.com)

Мы готовы с диалогом!



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
**БИНОМ**